

Релаксация энергии неравновесных электронов в нанотрубке, сформированной свернутой квантовой ямой

© С.М. Сеид-Рзаева[¶]

Институт физики Национальной академии наук Азербайджана,
AZ-1143 Баку, Азербайджан

(Получена 25 июня 2012 г. Принята к печати 28 августа 2012 г.)

Исследованы процессы релаксации энергии неравновесных электронов, расположенных на поверхности полупроводниковой нанотрубки. Получено общее аналитическое выражение времени релаксации энергии неравновесных электронов с учетом возможных межподзонных переходов при произвольном значении отношения радиуса нанотрубки к радиусу полярона r_0/r_p и проведены численные расчеты для нанотрубки из полупроводникового GaAs.

1. Введение

Одним из актуальных объектов исследований в физике наноструктур являются нанотрубки (НТ): углеродные НТ или свернутые квантовые ямы полупроводниковых соединений $A^{III}B^V$, получаемых по технологии Принца [1,2].

Взаимодействие электронов с длинноволновыми оптическими (ЛО) фононами играют доминирующую роль в определении электронных, оптических и акустических свойств полупроводниковых НТ. С электрон-фононным взаимодействием связано решение задачи о релаксации энергии неравновесных электронов в возбужденном состоянии.

Потери энергии электроном, находящимся в возбужденном состоянии, известны как релаксация энергии электронов. При этом потери энергии определяются как скоростью, с которой энергия теряется электроном из-за эмиссии продольного оптического фонона, так и скоростью, с которой электрон приобретает энергию посредством поглощения фонона.

При низких температурах в полярном полупроводнике скорость потери энергии электрона в основном определяется скоростью, с которой энергия теряется электроном из-за эмиссии ЛО фонона без его поглощения. Основным параметром, определяющим скорость релаксации энергии неравновесных электронов, является частота их переходов в нижние состояния с испусканием ЛО фонона.

Частота переходов с испусканием ЛО фонона рассчитана в квантовых ямах для неравновесных электронов в работах [3–5]. Время релаксации энергии неравновесных электронов для полупроводниковой квантовой точки вычислено в работе [6].

Цель данной работы заключается в получении общего аналитического выражения для частоты внутривидовых и межподзонных переходов при произвольном значении отношения радиуса НТ к радиусу полярона r_0/r_p .

2. Время релаксации энергии полярона в возбужденном состоянии

Рассмотрим процессы релаксации энергии неравновесных электронов при низких температурах вследствие испускания ЛО фонона в НТ. Пусть на поверхности полового цилиндра существует двумерный газ неравновесных возбужденных электронов, созданный путем инжекции или фотовозбуждения.

Переход электрона из возбужденного высокоэнергетического состояния к низкоэнергетическому состоянию может осуществляться:

- а) в пределах данной подзоны — внутривидовые переходы или
- б) из данной подзоны с учетом переходов к соседним подзонам — межподзонные переходы.

При этом для определения скорости релаксации электронов необходимо вычислить частоту внутривидовых и межподзонных переходов. В соответствии с [4,6] частота перехода $1/\tau_{n,k}$ для возбужденного электрона с волновым вектором \mathbf{k} из верхней подзоны n с испусканием ЛО фонона определяется выражением

$$\frac{1}{\tau_{n,k}} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{n',\mathbf{q}} |M_{n-n',\mathbf{q}}|^2 \delta(\epsilon_{n,k} - \epsilon_{n',k-\mathbf{q}} - \hbar\omega_L). \quad (1)$$

Здесь матричный элемент от энергии возмущения $(-e \sum_{\mathbf{q}} \Phi_{\mathbf{q}})$ соответствует электрон-фононному взаимодействию [7] с предельной частотой ω_L .

В соответствии с результатами работы [7] квантованный энергетический спектр $\epsilon_{n,k}$ и нормированная волновая функция $\psi_{nk}(z, \varphi)$ электрона задается в виде:

$$\epsilon_{n,k} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\hbar^2 n^2}{2mr_0^2}, \quad (2)$$

$$\psi_{nk}(z, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi l}} e^{i(kz+n\varphi)}. \quad (3)$$

В (2) и (3) m — эффективная масса электрона, r_0 — радиус цилиндра, φ и z — цилиндрические

[¶] E-mail: s-nisa@rambler.ru

координаты, L — высота цилиндра, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ номера подзон размерного квантования. Квазиимпульс $\hbar\mathbf{k}$ соответствует движению электрона по поверхности цилиндра вдоль оси z . Принимая во внимание выражение для скалярного потенциала $\Phi_{\mathbf{q}}$ [7] и используя (2), (3) после интегрирования по φ и z для матричного элемента $M_{n-n',\mathbf{q}}$ получим

$$M_{n-n',\mathbf{q}} = i\hbar\omega_l \sqrt{\frac{4\pi\alpha r_p}{V}} \frac{J_{n-n'}(q_{\perp}r_0)}{\sqrt{q_{\perp}^2 + q_z^2}},$$

где $J_{n-n'}(q_{\perp}r_0)$ — функция Бесселя с индексом $n - n'$; q_{\perp} , q_z — поперечная и продольная проекции волнового вектора $\mathbf{q}(q_{\perp}, q_z)$ фонона, константа связи электрон-фононного взаимодействия α и радиус полярона r_p определяются выражениями

$$\alpha = \sqrt{\frac{m}{2\hbar\omega_L}} \frac{e^2}{\hbar} \left(\frac{1}{\varepsilon_{\infty}} - \frac{1}{\varepsilon_0} \right), \quad r_p = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_L}},$$

где ε_0 и ε_{∞} — статистическая и высокочастотная диэлектрические проницаемости. Переходя в (1) от суммирования к интегрированию в цилиндрических координатах q_{\perp} , q_z , φ и производя интегрирование по полярному углу φ , получим

$$\frac{1}{\tau_{n,\kappa}} = \frac{2\alpha r_p}{\hbar} (\hbar\omega_L)^2 \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n'} \frac{|J_{n-n'}(q_{\perp}r_0)|^2}{(q_{\perp}^2 + q_z^2)} \times \delta\left(\frac{\hbar^2 q_z^2}{2m} + \frac{\hbar^2 q_z k}{m} - \frac{\hbar^2(n^2 - n'^2)}{2mr_0^2} + \hbar\omega_L\right) q_{\perp} dq_{\perp} dq_z. \quad (4)$$

Вводя безразмерные переменные $x = r_p q_{\perp}$, $z = r_p q_z$, $\kappa = r_p k$, $a = r_0/r_p$, а также принимая обозначение $b_{nn'} = \sqrt{1 - (n^2 - n'^2)a^{-2}}$, выразим соотношение (4) через них:

$$\frac{1}{\tau_{n,\kappa}} = 2\alpha\omega_L \sum_{n'} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|J_{n-n'}(xa)|^2}{(x^2 + z^2)} \delta(z^2 + 2zk + b_{nn'}^2) x dx dz. \quad (5)$$

Производя в (5) интегрирование по x и z , для времени жизни полярона получим аналитическое выражение следующего вида:

$$\frac{1}{\tau_{n,\kappa}\alpha\omega_L} = \sum_{n'} \frac{\theta(\kappa^2 - b_{nn'}^2)}{\sqrt{\kappa^2 - b_{nn'}^2}} \times \left[I_{n-n'}(a|z_1|) K_{n-n'}(a|z_1|) + I_{n-n'}(a|z_2|) K_{n-n'}(a|z_2|) \right]. \quad (6)$$

Здесь $z_{1,2} = -\kappa \pm \sqrt{\kappa^2 - b_{nn'}^2}$ являются корнями аргумента функции Дирака $\delta(z^2 + 2zk + b_{nn'}^2)$; $\theta(\kappa^2 - b_{nn'}^2)$ — ступенчатая функция Хэвисайда; $I_{n-n'}(az)$, $K_{n-n'}(az)$ являются модифицированными функциями Бесселя первого и второго рода [8], соответственно.

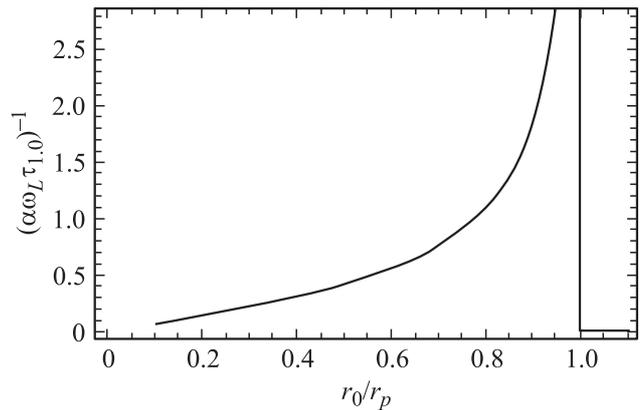


Рис. 1. Зависимость частоты перехода полярона для возбужденного состояния $\{n = 1, \kappa = 0\}$ от отношения r_0/r_p .

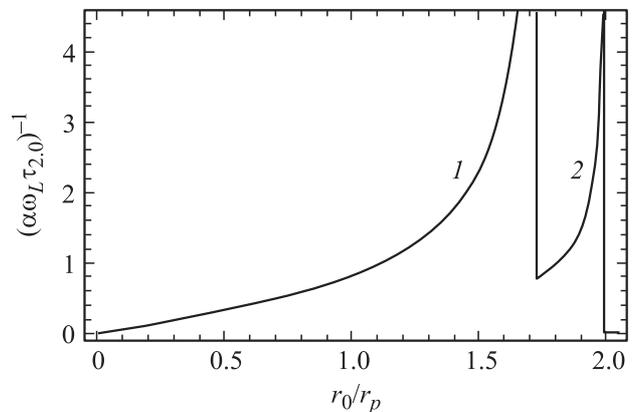


Рис. 2. Зависимости частоты перехода полярона для возбужденного состояния $\{n = 2, \kappa = 0\}$ от отношения r_0/r_p . Кривые 1 и 2 соответствуют переходам в состоянии: 1 — $n' = \pm 1$ и 2 — $n' = 0$.

Для графического изображения зависимостей времени жизни полярона от радиуса НТ проведем численный расчет для частных случаев с помощью соотношения (6). Далее на рис. 1 приведена резонансная кривая для полярона в возбужденном состоянии с $\{n = 1, \kappa = 0\}$.

Из рис. 1 можно наблюдать, что с увеличением $a = r_0/r_p$ частота перехода в нижние состояния растет. Наличие резонансов соответствует условию равенства энергии ЛО фонона межподзонам расстояниям (по энергии), т. е. при этом имеет место следующее условие:

$$\hbar\omega_L = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\hbar^2(n^2 - n'^2)}{2mr_0^2}, \quad \text{или} \quad a = \sqrt{\frac{n'^2 - n^2}{\kappa^2 - 1}}. \quad (7)$$

Теперь вычислим время жизни для полярона в возбужденном состоянии $\{n = 2, \kappa = 0\}$. В этом случае полярон свое энергетическое состояние может менять двумя способами:

1) сначала может переходить в состояние $\{n' = \pm 1, \kappa = 0\}$, а затем в состояние $\{n' = 0, \kappa = 0\}$;

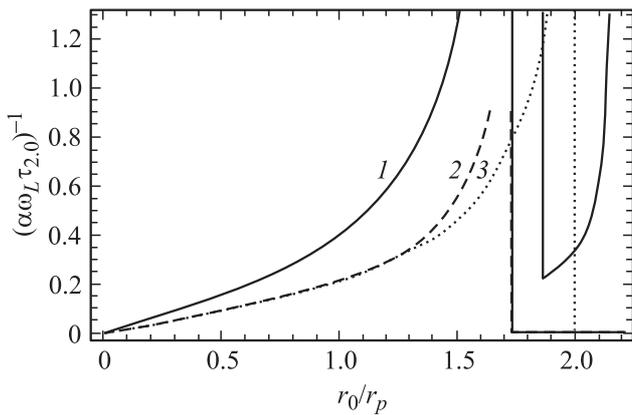


Рис. 3. Зависимости частоты перехода полярона в состоянии $\{n = 2, \kappa = 0\}$ от отношения r_0/r_p при различных переходах: сплошная 1 — $\{n = 2, \kappa = 0\} \rightarrow \{n' = 1, \kappa = 0\}$, штриховая кривая 2 — $\{n = 2, \kappa = 0\} \rightarrow \{n' = -1, \kappa = 0\}$, пунктирная кривая 3 — $\{n = 2, \kappa = 0\} \rightarrow \{n' = 0, \kappa = 0\}$.

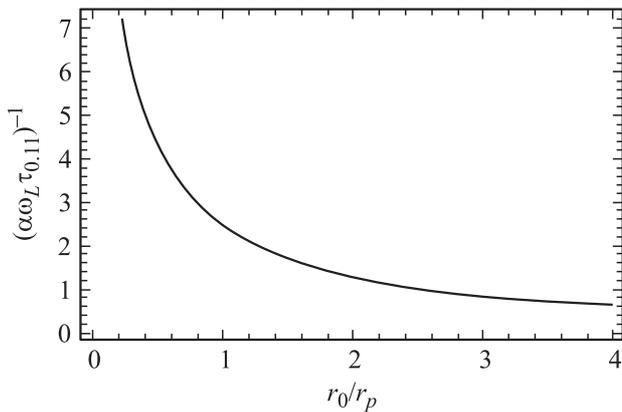


Рис. 4. Зависимость частоты перехода полярона от отношения r_0/r_p для внутризонального перехода $\{n = 0, \kappa = 1.1\} \rightarrow \{n = 0, \kappa = 0\}$.

2) или же напрямую переходить в состояние $\{n = 0, \kappa = 0\}$.

На рис. 2 представлены результаты вычислений частоты перехода для возбужденного состояния $\{n = 2, \kappa = 0\}$ от отношения r_0/r_p . При этом кривая 1 соответствует переходам из $\{n = 2, k = 0\}$ в состояние $n' = \pm 1$, а кривая 2 — переходам в состояние $n' = 0$.

Как видно из рис. 2, с увеличением значения параметра r_0/r_p наблюдаются два резонанса, которые соответствуют переходам $\{n = 2, \kappa = 0\} \rightarrow \{n' = \pm 1, \kappa = 0\}$ и $\{n = 2, \kappa = 0\} \rightarrow \{n' = 0, \kappa = 0\}$. Положения резонансов, соответствующих переходам $\{n = 2, \kappa = 0\} \rightarrow \{n' = 1, \kappa = 0\}$ и $\{n = 2, \kappa = 0\} \rightarrow \{n' = -1, \kappa = 0\}$, по значению $a = r_0/r_p$ совпадают, что и следовало ожидать для случаев переходов в вырожденные подзоны.

На рис. 3 отдельно для каждого перехода представлены графики для времени жизни возбужденного полярона в состоянии $\{n = 2, \kappa = 0\}$: сплошная

кривая соответствует переходу $\{n = 2, \kappa = 0\} \rightarrow \{n' = 1, \kappa = 0\}$; штриховая кривая — переходу $\{n = 2, \kappa = 0\} \rightarrow \{n' = -1, \kappa = 0\}$; точечная кривая — переходу $\{n = 2, \kappa = 0\} \rightarrow \{n' = 0, \kappa = 0\}$.

Как видно из рис. 3, для переходов на вырожденные состояния $\{n = 2, \kappa = 0\} \rightarrow \{n' = 1, \kappa = 0\}$ и $\{n = 2, \kappa = 0\} \rightarrow \{n' = -1, \kappa = 0\}$ положения резонансов по r_0/r_p одинаковы.

На рис. 4 представлены результаты вычислений времени жизни полярона для состояния $\{n = 0, \kappa = 1.1\}$, соответствующих внутризональным переходам $\{n = 0, \kappa = 1.1\} \rightarrow \{n = 0, \kappa = 0\}$.

Из рис. 4 видно, что для внутризональных переходов $\{n = 0, \kappa = 1.1\} \rightarrow \{n = 0, \kappa = 0\}$ с увеличением радиуса НТ уменьшается частота перехода неравновесных электронов в нижние состояния.

Рассмотрим теперь время жизни полярона в состоянии $\{n = 0, \kappa = 1.1\}$ для перехода $\{n = 0, \kappa = 1.1\} \rightarrow \{n = 0, \kappa = 0\}$, учитывая возможные промежуточные

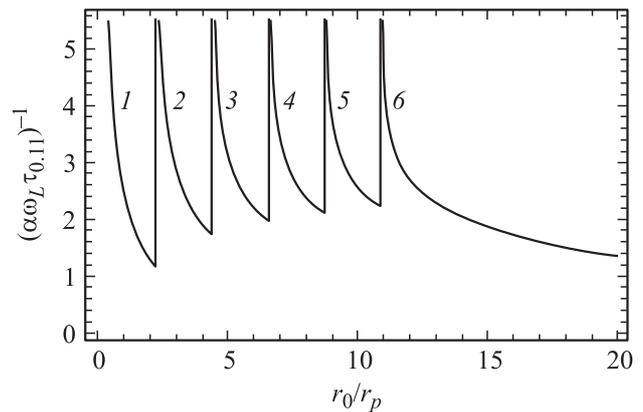


Рис. 5. Зависимость частоты перехода полярона возбужденного состояния $\{n = 0, \kappa = 1.1\}$ от радиуса НТ с учетом промежуточных переходов в состояния $n' = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5$ в порядке нумерации резонансных кривых.

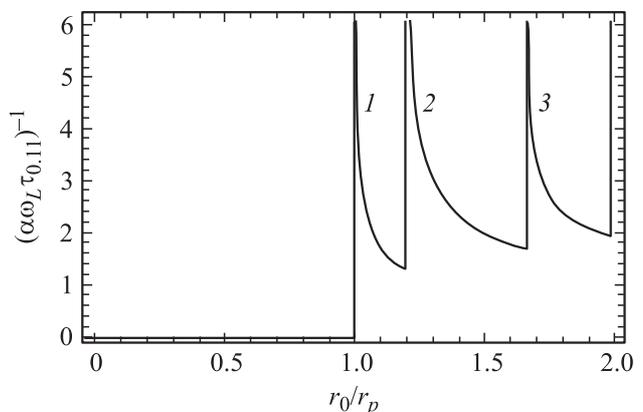


Рис. 6. Зависимость частоты перехода полярона в возбужденном состоянии $\{n = 0, \kappa\}$ от κ при $a = 1.5$ для перехода $\{n = 0, \kappa\} \rightarrow \{n = 0, \kappa = 0\}$ с учетом возможных промежуточных переходов в состояния $n' = \pm 1, \pm 2, \pm 3$ в порядке нумерации.

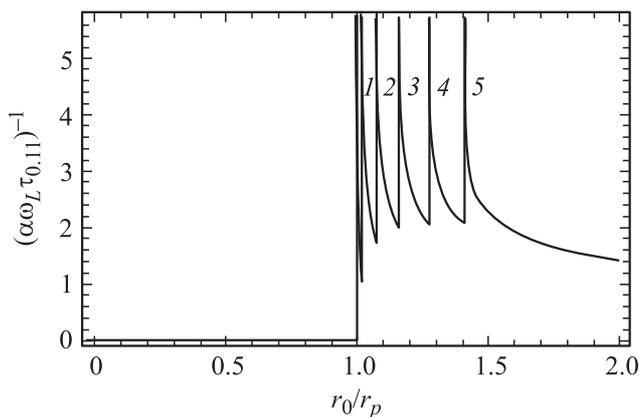


Рис. 7. Зависимость частоты перехода возбужденного состояния полярона от κ при $a = 5$ для перехода $\{n = 0, \kappa\} \rightarrow \{n = 0, \kappa = 0\}$ с учетом возможных промежуточных переходов в состояния $n' = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5$ в порядке нумерации.

межподзональные переходы к состояниям $n' = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5$. Результаты таких вычислений представлены на рис. 5.

Из рис. 5 видно, что с увеличением значения параметра $a = r_0/r_p$ до 20 можно наблюдать все 5 резонансов. Это связано с тем, что с увеличением радиуса НТ расстояния между подзонами уменьшаются и все больше промежуточных переходов становятся возможными.

Далее на рис. 6 и 7 приведены графики зависимости $\tau_{0,1,1}^{-1}$ от κ для перехода $\{n = 0, \kappa = 1.1\} \rightarrow \{n = 0, \kappa = 0\}$ при значениях $a = 1.5$ и 5. Из сравнения этих рисунков виден рост числа резонансов с увеличением радиуса НТ, что связано с вовлечением большего числа подзон в процесс релаксации.

3. Заключение

Проведенный теоретический расчет времени жизни фрелиховского полярона на поверхности нанотрубки показывает, что зависимость частоты перехода полярона от радиуса нанотрубки из возбужденного состояния в основное происходит через всевозможные промежуточные состояния и носит резонансный характер. Положение каждого резонанса соответствует условию равенства межподзонных расстояний энергии продольного оптического фона. Отметим также, что количество наблюдаемых резонансов зависит от радиуса нанотрубки. С увеличением радиуса нанотрубки количество резонансов также увеличивается.

Автор выражает благодарность проф. Ф.М. Гашимзаде за неоднократное обсуждение работы при ее выполнении.

Список литературы

- [1] V.Ya. Prinz, A.V. Chehovskiy, V.V. Preobrazhenskii, B.R. Semiyagin, A.K. Gutakovskiy. *Nanotechnology*, **13**, 231 (2002).
- [2] V.Ya. Prinz, V.A. Seleznev, A.K. Gutakovskiy, A.V. Chejovskiy, V.V. Preobrazhenskii, M.A. Putyato, T.A. Gavrilova. *Physica E*, **6**, 828 (2000).
- [3] Л.И. Магарил, А.А. Романов, А.Я. Шик. *ФТП*, **21**, 404 (1967).
- [4] P.J. Price. *Ann. Phys.*, **133**, 217 (1981).
- [5] N.M. Guseinov, K.A. Rustamov, S.M. Seyid-Rzayeva. *Mod. Phys. Lett. B*, **5**, 139 (1991).
- [6] O. Verzellen, R. Ferreira, G. Bastard, S. Hameau, E. Deleporte, Y. Guldner, H. Sakaki, T. Inoshita. *Physica B*, **316**, 1 (2002).
- [7] N.M. Guseinov, O.Z. Alekperov, S.S. Guseinova. *Mod. Phys. Lett. B*, **20**, 1771 (2006).
- [8] И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. *Таблицы интегралов и сумм, рядов и произведений* (М., Наука, 1971).

Редактор Т.А. Полянская

Energy relaxation of nonequilibrium electrons in the nanotube formed by the folded quantum well

S.M. Seyid-Rzayeva

Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Azerbaijan,
AZ-1143 Baku, Azerbaijan

Abstract We investigated the processes of the energy relaxation of nonequilibrium electrons at the surface of the hollow nanocylinder. It was obtained the general analytical expression for the energy relaxation time of non equilibrium electrons for the arbitrary values of the ratio of the nanocylinder radius to the polaron radius. Numerical calculations were performed for the semiconductor nanotubes of GaAs.