

03

Обратная волна Ценнека вдоль плоской границы раздела сред

© М.В. Давидович

Саратовский государственный национальный
исследовательский университет им. Н.Г. Чернышевского,
410012 Саратов, Россия
e-mail: davidovichmv@info.sgu.ru

Поступила в редакцию 03.12.2019 г.
В окончательной редакции 22.04.2020 г.
Принята к публикации 04.05.2020 г.

Рассмотрена поверхностная волна Ценнека вдоль плоских границ раздела вакуум-среда с изотропной диэлектрической проницаемостью и вакуум-среда, описываемая изотропными диэлектрической и магнитной проницаемостями. В последнем случае рассмотрена также H -волна и возможность отрицательных действительных частей проницаемостей. Рассмотрены прямые и обратные волны на границе материала с неоднородным профилем диэлектрической проницаемости. Исследованы условия существования прямых и обратных поверхностных и объемных волн, а также быстрых и медленных поверхностных волн.

Ключевые слова: волна Ценнека, плазмон-поляритоны, обратные волны, дисперсионное уравнение.

DOI: 10.21883/OS.2020.09.49864.330-20

Введение

Обратные волны (ОВ) являются интересным явлением в волновых процессах. Они известны с момента появления работы Лэмба [1] и широко используются в технике (например, в ЛОВ). В структурах, например, в замедляющих системах (ЗС) и фотонных кристаллах (ФК) они обусловлены бесконечными отражениями и интерференцией, что приводит к зонной дисперсионной структуре. В ЗС и ФК потери обычно слабые, а ОВ соответствует аномальная отрицательная дисперсия. С 2000 г. объемные ОВ усиленно ищут и исследуют в структурах и метаматериалах (искусственных средах), которые пытаются описывать отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями ϵ и μ . Кроме объемных ОВ, возможны поверхностные ОВ, например, в тонких металлических пленках [2–4]. В настоящей работе рассмотрены поверхностные волны вдоль простейшей структуры — границы раздела вакуум–диэлектрик и вакуум–магнитоэлектрик с проницаемостями ϵ и μ . Анализируется возможность существования поверхностных и объемных ОВ. При этом мы также рассматриваем и случай одновременно отрицательных действительных частей проницаемостей $\text{Re}(\epsilon) < 0$ и $\text{Re}(\mu) < 0$, опуская весьма дискуссионный вопрос о возможности создания таких изотропных искусственных сред, описываемых только двумя скалярными параметрами ϵ и μ . Также рассматриваются волны вдоль границы вакуум-среда с неоднородными вдоль нормали проницаемостями или слоями. Такие задачи более сложны, но позволяют сконструировать границу, поддерживающую ОВ.

Волна вдоль границы вакуум–диэлектрик

Впервые дисперсионное соотношение для плазмон-поляритона вдоль металлического провода получено методом шивания Зоммерфельдом [5], а для граничащего с вакуумом полупространства с диэлектрической проницаемостью (ДП) ϵ — Д. Ценнеком [6]. Оно справедливо как для быстрых поверхностных поляритонов вдоль диэлектрической поверхности, так и для медленных поверхностных плазмон-поляритонов (ППП), наблюдаемых над металлическими и полупроводниковыми поверхностями. Направим внутреннюю нормаль к поверхности по оси z , а распространение ППП рассматриваем вдоль оси x . Для ППП на границе раздела вакуум–диэлектрическая среда оно имеет явное решение

$$k_x = k_0 \sqrt{\epsilon/(\epsilon + 1)} = k'_x - ik''_x. \quad (1)$$

Ось z направлена из вакуума в среду, рассматриваем волну вида $\mathbf{E} + \mathbf{E}_0 \exp(i\omega t - i(k_x x + k_z z))$, ДП $\epsilon = \epsilon' - i\epsilon''$ считаем комплексной, а среду диссипативной ($\epsilon'' > 0$, $k''_x > 0$). Обозначаем $k_{lz} = \sqrt{k_0^2 \epsilon_l - k_x^2}$, $\epsilon_1 = 1$, $\epsilon_2 = \epsilon$, $l = 0, 1$. Соотношение (1) дает комплексную постоянную распространения вдоль границы раздела, при этом всегда $k'_x k''_x > 0$, т. е. волна прямая (затухающая вдоль движения фазы). Для модельной недиссипативной среды в области $-1 < \epsilon < 0$ из (1) следует $k'_x = 0$, $k_x = -ik''_x$ (затухающая волна), при $\epsilon < -1$ волна медленная ($n = k_x/k_0 > 1$), при $\epsilon > 0$ волна быстрая ($n = k_x/k_0 < 1$). Все рассматриваемые далее нами волны вдоль поверхности диссипативного полупространства втекающие, т. е. такие, энергия которых втекает из ва-

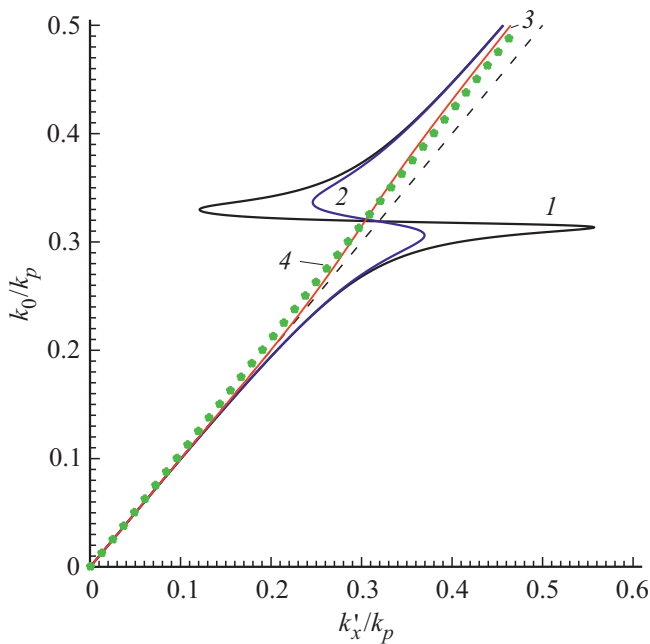


Рис. 1. Дисперсия на поверхности серебра при $\omega_p = 1.65 \cdot 10^{16}$ Hz, $\omega_c = 4/5 \cdot 10^{13}$ Hz, $\varepsilon_L = 9 - 0.2i$ (кривая 1) и при увеличенных потерях: $\omega_c = 5 \cdot 10^{14}$ Hz (2), $\omega_c = 5 \cdot 10^{15}$ Hz (3), $\omega_c = 5 \cdot 10^{16}$ Hz (4). Штрихами обозначена световая линия.

вакуума и диссипирует в среде, а постоянная распространения (1) комплексная. Обычно большая часть энергии таких волн распространяется в вакууме. Если возможно условие $k'_x k''_x < 0$, то ему соответствует затухающая в направлении против движения фазы ОВ [7]. Другими словами, в прямой волне $\mathbf{S} \cdot \mathbf{v} > 0$, а в обратной $\mathbf{S} \cdot \mathbf{v} < 0$, где \mathbf{S} — вектор Пойнтинга, $\mathbf{v} = c k'_x / k_0$ — вектор фазовой скорости. Однако для ОВ полупространство должно быть неоднородным, иначе она не существует. Вектор \mathbf{S} имеет компоненты S_x и S_z . Для определения потока энергии вдоль оси x первую компоненту необходимо интегрировать по z . В вакууме всегда $\mathbf{S} \cdot \mathbf{k} > 0$. В среде с $\varepsilon' < 0$ возможно обратное неравенство. Но в однородной полубесконечной среде поток S_x всегда меньше по модулю, чем в вакууме, однако может превышать его в металлической пленке с ППП, имеющим симметричное по z (четное) распределение полей E_z и H_y [2–4]. Для такой моды $S_x = -\text{Re}(E_z H_y^* / 2)$ имеет максимум в центре пленки. Весьма часто используют третье определение ОВ как волны с отрицательной групповой скоростью (ГС) [1,7,8]. Однако это определение годится только при полном отсутствии потерь, т.е. для идеальных модельных сред. Дисперсионная кривая для уравнения (1) в случае ДП металла приведена на рис. 1.

Видно, что на низких частотах дисперсия нормальная, ГС $v_g = c \partial k_0 / \partial k'_x$ меньше скорости света ($v_g < c$) и сначала уменьшается с ростом частоты. Затем вблизи частоты ω_{sp} плазмонного резонанса ГС начинает расти, превышает скорость света и на частоте плазмонного

резонанса (когда $\varepsilon' = -1$) обращается в бесконечность. При этом нормальная дисперсия переходит в аномальную положительную. Далее выше ω_{sp} имеет место переход ГС через бесконечность, дисперсия становится аномальной отрицательной, а ГС отрицательной. Отрицательную ГС обычно отождествляют с ОВ. Далее мы покажем, что в данном случае отрицательная ГС соответствует прямой волне, при этом ГС противоположна скорости переноса энергии и не совпадает с ней по абсолютной величине (см. также [9]). Таким образом, третье условие определения ОВ [7] по отрицательному знаку ГС не является удовлетворительным: его можно использовать только в модельных недиссипативных структурах (согласно теореме Леонтовича–Рытова–Лайтхилла).

Целью работы является выявление сред и структур, поддерживающих ОВ вдоль границы при энергии, втекающей в среду. Заметим, что в силу определения (1) квадратный корень следует брать из условия отрицательности его мнимой части, при этом энергия движется вдоль положительного направления осей x и z . В вакууме $k_{0z} = \sqrt{\alpha_0 + i\beta_0} = k'_{0z} - ik''_{0z}$, $\alpha_0 = k_0^2 - k_x'^2 + k_x''^2$, $\beta_0 = 2k'_x k_x''$, причем для прямой волны $k'_{0z} > 0$, $k''_{0z} < 0$, а для ОВ $k'_{0z} < 0$, $k''_{0z} < 0$. В среде $k_z = k'_z - ik''_z$, причем $k''_z > 0$, а k'_z может иметь любой знак. В среде $k_z = \sqrt{\alpha + i\beta}$, где $\alpha = k_0^2 \varepsilon' + k_x''^2 - k_x'^2$, $\beta = 2k'_x k_x'' - k_0^2 \varepsilon''$. Условия $k'_{0z} < 0$ и $k''_z > 0$ необходимые и должны быть наложены при извлечении корня (выбора ветви), поскольку энергия движется из вакуума в диссипативную среду. Такая волна вдоль поверхности называется втекающей и имеет поверхностный характер [9,10], хотя энергия движется как вдоль поверхности, так и вглубь среды. Обратными условия быть не могут, поскольку тогда волна в диссипативной среде экспоненциально нарастала бы в ее глубину, а в вакууме экспоненциально нарастала бы от поверхности. Такая вытекающая (антиповерхностная [10]) волна возможна только в структуре с конечным поперечным размером (пластине), из которой запасенная энергия вытекает под углом в вакуум (в обе стороны) [9,10]. Волна Ценнека детально исследована в работах [9–13], а возбуждаемые плоской волной в слоистых структурах с правыми и левыми средами ОВ — в [14]. В [12] рассмотрена высокая проводимость среды, что не существенно для втекающей поверхностной волны. В [9] рассмотрены поверхностные и объемные ОВ, которые в [11] ошибочно тракуются как обратные поверхностные. В настоящей работе получены общие результаты для неоднородных сред и слоистых структур.

С точки зрения перехода от неоднородной задачи дифракции, описываемой формулами Френеля, к однородной задаче на собственные значения, которой соответствует формула (1), все просто: необходимо приравнять коэффициент отражения нулю [9,10]. Это приводит к однородной системе уравнений при сшивании. Это же означает согласование входного импеданса структуры и импеданса волны в вакууме, и (1) можно получить

таким приравнением. При этом реальная при дифракции величина k_x становится комплексной постоянной распространения, что связано с диссипацией. Без диссипации имеем нелокализованную в поперечном направлении волну, падающую под углом Брюстера. Поэтому поляритон Ценнека в оптике над слабо диссипативной диэлектрической поверхностью можно возбудить лучом лазера, направленным под углом Брюстера. Однако это очень слабо локализованная поверхностная волна. Для возбуждения необходимо согласование фазовых скоростей в вакууме и в среде, что при слабой диссипации имеет место почти при угле Брюстера. При почти отрицательной ДП металла угол Брюстера комплексный и почти мнимый. Поэтому эффективное возбуждение ППП над металлической поверхностью возможно с помощью призм и других устройств, замедляющих падающую волну. Нормированное на $\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ волновое сопротивление E -волны есть $\rho^e = k_z/(k_0\epsilon)$, $k_z = \sqrt{k_0^2\epsilon - k_x^2}$.

Для вакуума $\rho_0^b = k_{0z}/k_0$, $k_{0z} = \sqrt{k_0^2 - k_x^2}$. Соответственно (1) эквивалентно равенству $\rho_0^b = \rho^e$.

Рассмотрим объемную волну в среде. Если $\alpha > 0$ и $\beta > 0$, то $k'_z < 0$, т.е. волна обратная: фаза движется к границе, а энергия — от нее. Если $\alpha > 0$ и $\beta < 0$, то $k'_z > 0$, и волна прямая. Если $\alpha < 0$ и $\beta > 0$, то $k'_z < 0$, т.е. волна в среде опять обратная. Если $\alpha < 0$ и $\beta < 0$, то $k'_z > 0$, что соответствует прямой волне. Таким образом, при $\beta < 0$ волна прямая, а при $\beta > 0$ обратная. Далее будет показано, что оба типа условий возможны. Получим теперь условия существования обратной поверхностной волны. Имеем

$$n = k_x/k_0 = n' - in'', \text{ где } n' = \pm \bar{\epsilon}^{-1} \sqrt{(\sqrt{\bar{\epsilon}^2 + \epsilon''^2} + \bar{\epsilon})}/2,$$

$$n'' = \bar{\epsilon}^{-1} \sqrt{(\sqrt{\bar{\epsilon}^2 + \epsilon''^2} - \bar{\epsilon})}/2, \bar{\epsilon} = \sqrt{(\epsilon' + 1)^2 + \epsilon''^2}, \bar{\epsilon} = \epsilon'(\epsilon' + 1) + \epsilon''^2 = \bar{\epsilon}^2 - (\epsilon' + 1)$$

Для (1) знак и значение коэффициента замедления (показателя преломления n') определяется путем извлечения квадратного корня из комплексного числа $z = \bar{\epsilon}/\bar{\epsilon}^2 - i\epsilon''/\bar{\epsilon}^2$ при условии $\text{Im} \sqrt{z} < 0$. При этом условии точка z находится в нижней полуплоскости, поэтому невозможен отрицательный знак у n' . Соответственно поверхностной ОВ вдоль среды, описываемой только ДП, быть не может. Для существования ОВ входной импеданс структуры должен сменить знак и стать вместо индуктивного емкостным. Действительно, уравнение (1) можно получить из условия отсутствия отражения при падении плоской волны на границу. Это условие соответствует равенству импедансов. Для H -волны (TE -волны) равенства быть не может, поэтому и нет таких волн (в E -волне, падающей под углом Брюстера, отсутствие отражения связано с колебаниями диполей среды вдоль направления отраженного луча). Металл можно описать ДП

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_L(\omega) - \omega_p^2/(\omega^2 - i\omega\omega_c), \quad (2)$$

где $\epsilon_L(\omega)$ описывает вклад в ДП от кристаллической решетки и межзонных переходов, ω_p , ω_c —

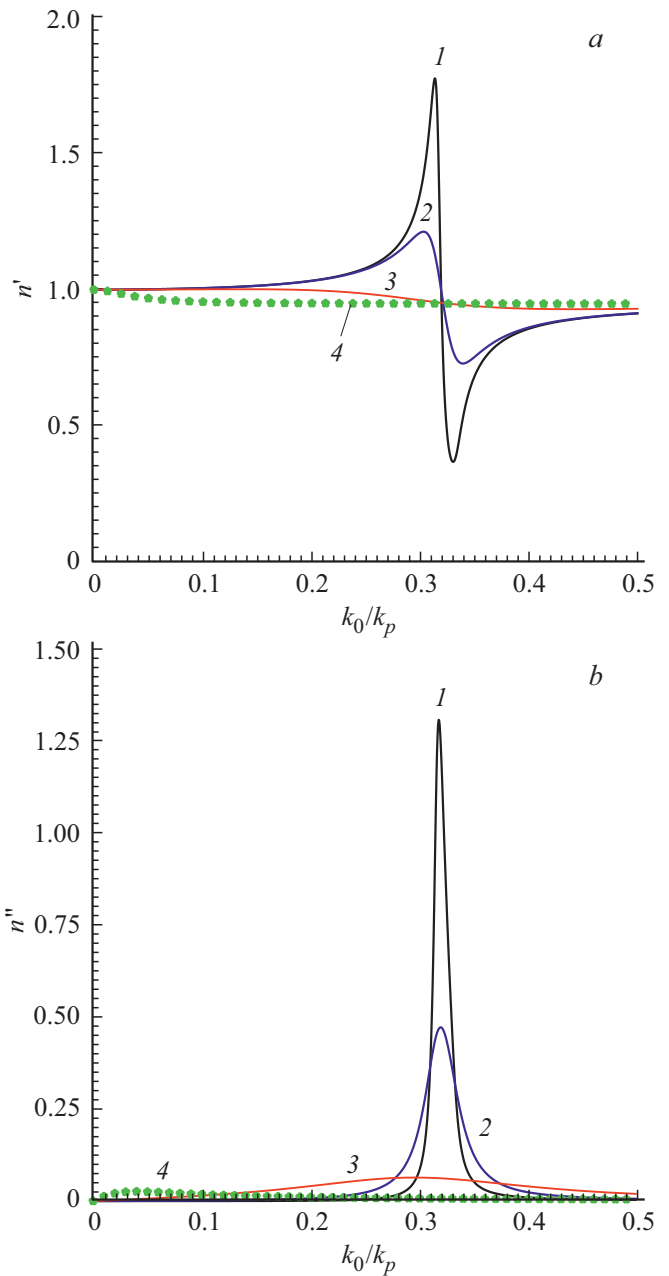


Рис. 2. Замедление (а) и потери (б) для кривых рис. 1.

частоты плазменная и столкновений соответственно. Если считать ϵ_L положительной константой, то $\omega_{sp} = \sqrt{\omega_p^2/(\epsilon_L + 1) - \omega_c^2}$. Замедление и потери максимальны на этой частоте:

$$n'_{\max} = \sqrt{\frac{\sqrt{\epsilon''_{\max}{}^2 + \epsilon''_{\max}{}^2} + \epsilon''_{\max}}{2}},$$

$$n''_{\max} = \sqrt{\frac{\sqrt{\epsilon''_{\max}{}^2 + \epsilon''_{\max}{}^2} - \epsilon''_{\max}}{2}}. \quad (3)$$

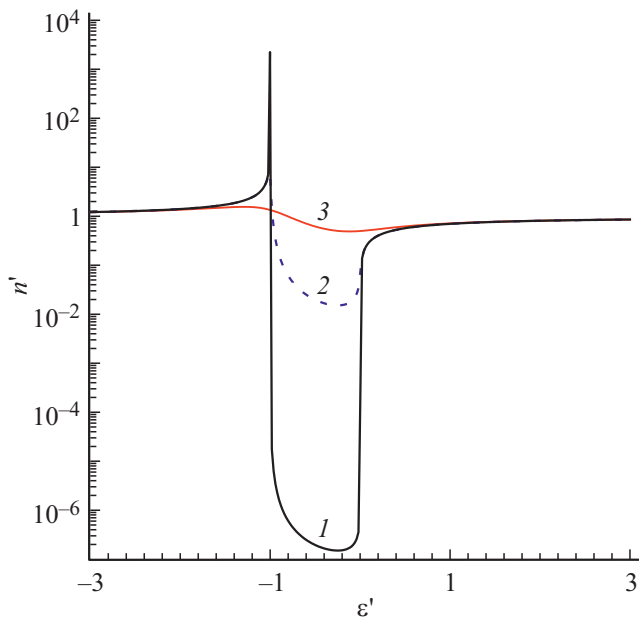


Рис. 3. Переход медленный ППП — быстрый ППП в зависимости от ϵ' при $\epsilon'' = 10^{-7}$ (1), 0.1 (2), 0.4 (3).

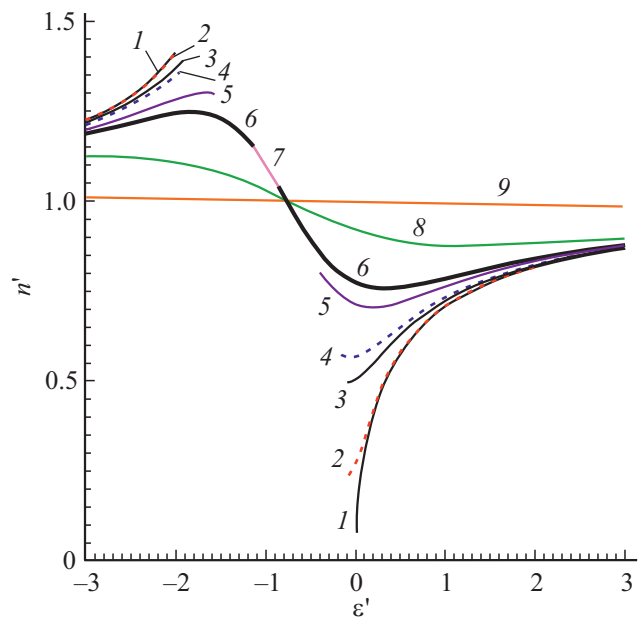


Рис. 4. Замедление ППП в зависимости от ϵ' при разных диэлектрических потерях ϵ'' : $\epsilon'' = 10^{-7}$ (1-9). Разрывами кривых показаны области существования объемной ОВ.

Здесь $\epsilon''_{\max} = \omega_c(\epsilon_L + 1)/\omega_{sp}$. В случае малой диссипации $n'_{\max} \approx n''_{\max} \approx (2\epsilon''_{\max})^{-1/2}$, т.е. максимальные замедление и потери большие (рис. 1,2). Нетрудно видеть, что в области плазмоники $\epsilon' < -1$ импеданс индуктивный. Соответственно (1) можно записать в виде $n = k_x/k_0 = \sqrt{1 - p\epsilon^2}$. Это соотношение можно применить к любому входному импедансу неоднородной структуры. Отсюда видно, что чем больше индуктивная часть,

тем медленнее волна. Видно также, что смена знака и характера импеданса с индуктивного на емкостной приводит к ОВ. Действительно, для входного импеданса диссипативной структуры $\rho = \rho' + i\rho''$, причем всегда $\rho' > 0$, а мнимая часть может иметь любой знак. Для индуктивного импеданса волны электрического типа точка $z = 1 - \rho\epsilon^2$ лежит в нижней полуплоскости комплексной плоскости, а для емкостного — в верхней полуплоскости. Определяя квадрат замедления $n'^2 = \sqrt{(1 - \rho'^2 + \rho''^2)/4 + \rho'^2\rho''^2} + (1 - \rho'^2 + \rho''^2)/2$, найдем условие перехода от быстрой волны к медленной: $n'^2 = 1$ или $\rho''^2 = \rho'^2(1 - \rho'^2)$. Отсюда для медленной волны $\rho'^2 < 1$ и $\rho''^2 > \rho'^2$.

С использованием ДП эти результаты приведены на рис. 3. Таким образом, в области перехода от прямой волны к обратной, где ρ'' меняет знак, волна всегда быстрая (рис. 4). Для металла действительный угол Брюстера не существует, поэтому металл всегда отражает вплоть до УФ частот. Если частоты высокие, то есть узкая частотная область ENZ (epsilon near zero), где $\epsilon'(\omega) = 0$. Тогда $\epsilon(\omega) = -i\epsilon_L\omega_c/\omega$. Такая ДП мала, и ее можно описать проводимостью $\epsilon(\omega) = -i\sigma/(\omega\epsilon_0)$, $\sigma = \omega_c\epsilon_L\epsilon_0$. Если среда проводящая и частота низкая $\omega \ll \omega_c$, то ДП можно также описать с использованием низкочастотной проводимости: $\epsilon(\omega) = -i\sigma_0/(\omega\epsilon_0)$, $\sigma_0 = \omega_p^2\epsilon_0/\omega_c$. В этих случаях импеданс индуктивный, но волна быстрая, поскольку $\rho''^2 \approx \rho'^2$. Последний случай имеет место при распространении волны Ценнека радиочастотного диапазона вдоль моря или земной поверхности. При этом слой льда с ДП порядка 3 толщины в десятки сантиметров вносит емкостную часть во входной импеданс и может превратить быструю волну Ценнека над морем в медленную [13], а волна также может стать обратной. При потерях $\epsilon'' < 1/2$ в области $-1 < \epsilon' < 0$ величина β может менять знак: она отрицательная при $|\epsilon' + 1/2| < \sqrt{1/4 - \epsilon''^2}$. Как было показано выше, в этой области поверхностная волна прямая. Однако объемная волна в среде, как нетрудно видеть, обратная: энергия идет внутрь среды, а фаза движется к поверхности. Соответствующие результаты представлены на рис. 4. ОВ в среде будет при условии $(\epsilon' + 1)^2 < 1 - \epsilon''^2$, откуда $-1 - \sqrt{1 - \epsilon''^2} < \epsilon' < -1 + \sqrt{1 - \epsilon''^2}$ [9]. Рисунки 1-3 показывают, что есть критические потери, выше которых ППП всегда быстрый. Хотя для него диссипация большая, он немного быстрее света, поэтому его потери малы (рис. 2): большая часть энергии движется в вакууме. Именно такой характер имеет поверхностная волна Ценнека над морем: в силу плотной упаковки молекул воды частота столкновений для ее ДП (2) существенно (примерно в 4 раза [9]) больше плазменной, при этом $\epsilon_{L(\omega)}$ определяется формулой Дебая и всегда выполнено $v_g > v_p > c$ [9].

Волны вдоль границы вакуум–магнитоэлектрик

Рассмотрим диссипативную магнитоэлектрическую среду с параметрами $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''$ и $\mu = \mu' - i\mu''$, где $\varepsilon'' > 0$, $\mu'' > 0$. Теперь вдоль границы возможны как E -волна, так и H -волна. Дисперсионные соотношения найдем, приравнявая их импедансы в вакууме импедансам среды, что дает:

$$n^e = k_x/k_0 = \sqrt{(\varepsilon^2 - \varepsilon\mu)/(\varepsilon^2 - 1)}, \quad (4)$$

$$n^h = k_x/k_0 = \sqrt{(\mu^2 - \varepsilon\mu)/(\mu^2 - 1)}. \quad (5)$$

Очевидно, при $\mu \rightarrow 1$ (4) переходит в (1), а уравнение (5) не существует. Уравнения не меняют вид при одновременной замене $\varepsilon \rightarrow -\varepsilon$ и $\mu \rightarrow -\mu$. Однако такая замена не адекватна переходу к левой диссипативной среде, которой соответствуют замены $\varepsilon' \rightarrow -\varepsilon'$ и $\mu' \rightarrow -\mu'$. Такую замену можно произвести как одновременное изменение знака и комплексное сопряжение. Поэтому достаточно рассмотреть задачу для правой среды, а для левой среды поменять знаки у мнимых частей. Комплексное число в (4) представим в виде $z = (\alpha + i\beta)/|\varepsilon^2 - 1|^2$, где

$$\beta = (\varepsilon'\mu'' + \varepsilon''\mu') \times (\varepsilon'^2 - \varepsilon''^2 - 1) + 2\varepsilon'\varepsilon''(-\varepsilon'\mu' + \varepsilon''\mu'' + 1). \quad (6)$$

Если $\beta > 0$, волна обратная. Очевидно, ОВ возможны как для правой среды, так и для левой среды. Для малой диссипации это условие имеет вид $\beta = (\varepsilon'\mu'' + \varepsilon''\mu')(\varepsilon'^2 - 1) + 2\varepsilon'\varepsilon''(1 - \varepsilon'\mu')$. Однако ОВ возможны и при смешанных случаях. Например, при $\varepsilon' > 1$ и $\mu' < 0$ должно выполняться $\mu' > -[2\varepsilon'\varepsilon''(1 + \varepsilon'|\mu'|) + \varepsilon'\mu''(\varepsilon'^2 - 1)]/[\varepsilon''(\varepsilon'^2 - 1)]$. Этот случай реализуется в полосе, которая соответствует непропусканию при обнулении потерь. Для H -волны, как видно из (5), условия получаются заменой $\varepsilon \leftrightarrow \mu$, поэтому также возможны оба типа волн.

Обратная волна Ценнека

Поскольку дисперсионное уравнение для произвольной диссипативной структуры и для уравнения (1) можно записать единым образом $\rho_0 = \rho$, все такие волны целесообразно называть именем первооткрывателя Джонатана Ценнека. Для неоднородного, в частности, слоистого полупространства возможны как E -ППП, так и H -ППП. Так, для периодического слоистого металл-диэлектрического полупространства имеют место ОВ вдоль поверхности [15]. Пусть глубже координаты z_1 полупространство однородное с ДП ε_1 и импедансом $\rho^e(z_1)$, а затем ДП изменяется по некоторому закону, приобретая у поверхности значение $\varepsilon(0)$. Такая задача для E -волны

определяется дифференциальными уравнениями: $\partial_z^2 H_y + k_z^2 H_y = 0$, $\partial_z^2 E_z + 2\partial_z \varepsilon \partial_z E_z + (k_z^2 - \partial_z^2 \varepsilon)E_z = 0$, $\partial_z^2 E_x - k_x^2 \partial_z \varepsilon \partial_z E_x / (k_z^2 \varepsilon) + k_z^2 E_x = 0$, где $k_z^2 = k_0^2 \varepsilon(z) - k_x^2$, следующими из уравнений Максвелла. Ее можно решить по-разному: интегрируя приведенные уравнения, получив и решив интегральные уравнения разных типов, сформулировав и решив уравнения типа Риккати для входного импеданса, приближенными методами типа ВКБ, методом матриц передачи. Уравнение для входного импеданса имеет вид

$$\partial_z^2 \rho^e + \rho^e (k_z^2 + 2k_0^2 \varepsilon \rho^{e^2}) + ik_x^2 \partial_z \varepsilon / (k_0 \varepsilon) = 0. \quad (7)$$

Для H -волны $\partial_z^2 \rho^h = i\partial_z (k_z \rho^h)^2 / k_0$, поэтому можно написать интегральное уравнение

$$\rho^h(z) = \rho^h(0) + \rho^{hh}(0)z + i \int_0^z (k_z(z')\rho^h(z'))^2 dz'. \quad (8)$$

Наиболее простой и точный подход, кроме решения этих уравнений — метод трансформации импеданса при ступенчатой аппроксимации ДП, сразу позволяющий получать $\rho^{(e,h)}(0)$. Получение таких требуемых значений по (7) и (8) представляет собой обратную задачу, решение которой позволит получить прямые и обратные ППП с большими замедлениями.

Здесь мы рассмотрим простую структуру из одного слоя без диссипации с ДП ε_d . Предположим, что толщина слоя четвертьволновая. Тогда трансформация импеданса на такой частоте дает $\rho(0) = \rho^2 / \rho_1$. Волновой импеданс ρ слоя действительный. Если импеданс ρ_1 индуктивный, то $\rho(0)$ емкостной, а ППП обратный. Соответствующие результаты приведены на рис. 5 и 6. Рисунок 5 показывает, что возможны очень медленные ППП, существенно более медленные, чем вдоль поверхности серебра. Использован линейный и логарифмический масштабы по одной оси. Дисперсия сильно зависит от ДП пленки. Рисунок 6 показывает, что имеет место чередование прямых и обратных ППП, причем обратным ППП соответствуют области с отрицательными потерями.

Рассмотрим вопрос, почему такая волна обратная. Пусть потери малы, а волна медленная и выполнено $\varepsilon_d > n^2 > 1$. Имеем $\rho_1 \approx i\sqrt{|\varepsilon'| + n^2/|\varepsilon|}$, $\rho^2 \approx (\varepsilon_d - n^2)/\varepsilon_d^2$. Положим для простоты $\varepsilon = -1 - i\varepsilon''$. Имеем $\rho(0) = -i(\varepsilon_d - n^2)/(\varepsilon_d^2 \sqrt{1 + n^2 - i\varepsilon''})$ и уравнение $\sqrt{n^2 - 1} = (\varepsilon_d - n^2)/(\varepsilon_d^2 \sqrt{1 + n^2 - i\varepsilon''})$. Его решение имеет вид

$$n^2 = \frac{-\varepsilon_d^{-3} + i\varepsilon''/2 \pm (\Delta - i\varepsilon''(1 - \varepsilon_d^{-3} - \varepsilon_d^{-4})/(2\Delta))}{(1 - \varepsilon_d^{-4})},$$

где $\Delta = \sqrt{\varepsilon_d^{-6} + (1 - \varepsilon_d^{-2})(1 + \varepsilon_d^{-2})^2}$. Как нетрудно проверить, мнимая часть n^2 при $\varepsilon_d > 1$ всегда положительна. Поскольку $n^2 = n^2 - n'^2 - 2in'n''$, то в обоих случаях $n'n'' < 0$, т.е. волна обратная. При $\varepsilon_d \gg 1$ и малой

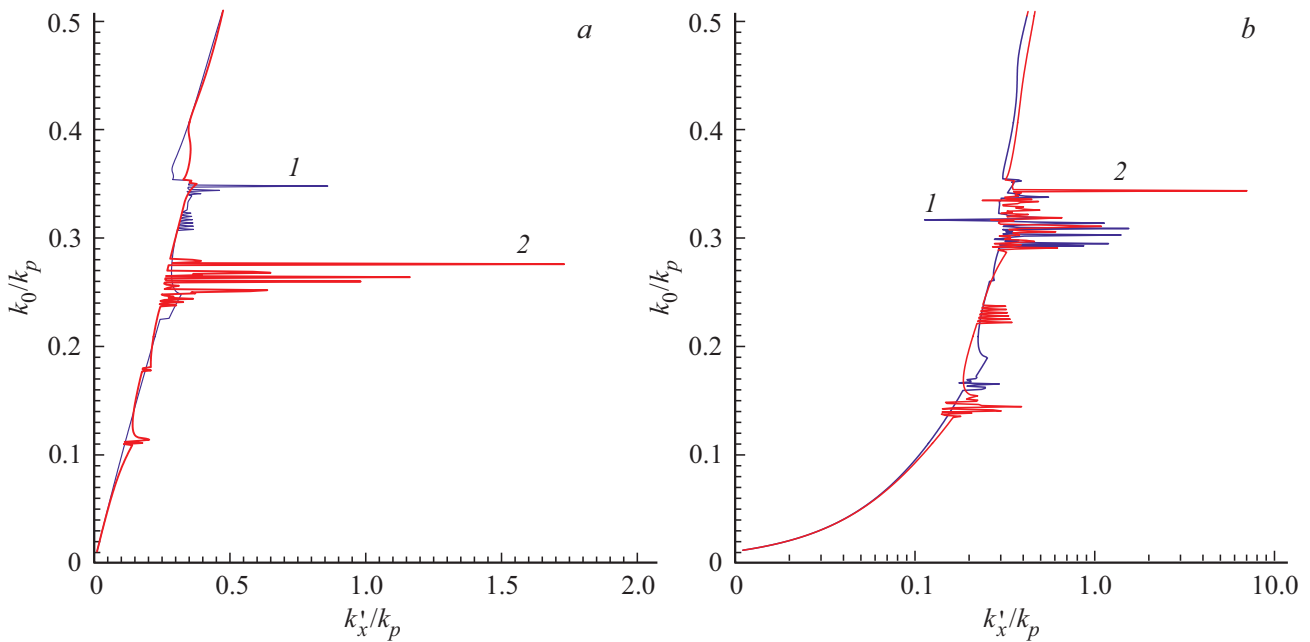


Рис. 5. Дисперсия на поверхности серебра ($\omega_p = 1.65 \cdot 10^{16}$ Hz, $\omega_c = 3.0 \cdot 10^{13}$ Hz, $\epsilon_L = 9.0$), покрытой диэлектрической пленкой толщины 120 nm: (a) $\epsilon_d = 2$ (1), $\epsilon_d = 6$ (2); (b) (логарифмический масштаб): $\epsilon_d = 3$ (1), $\epsilon_d = 4$ (2).

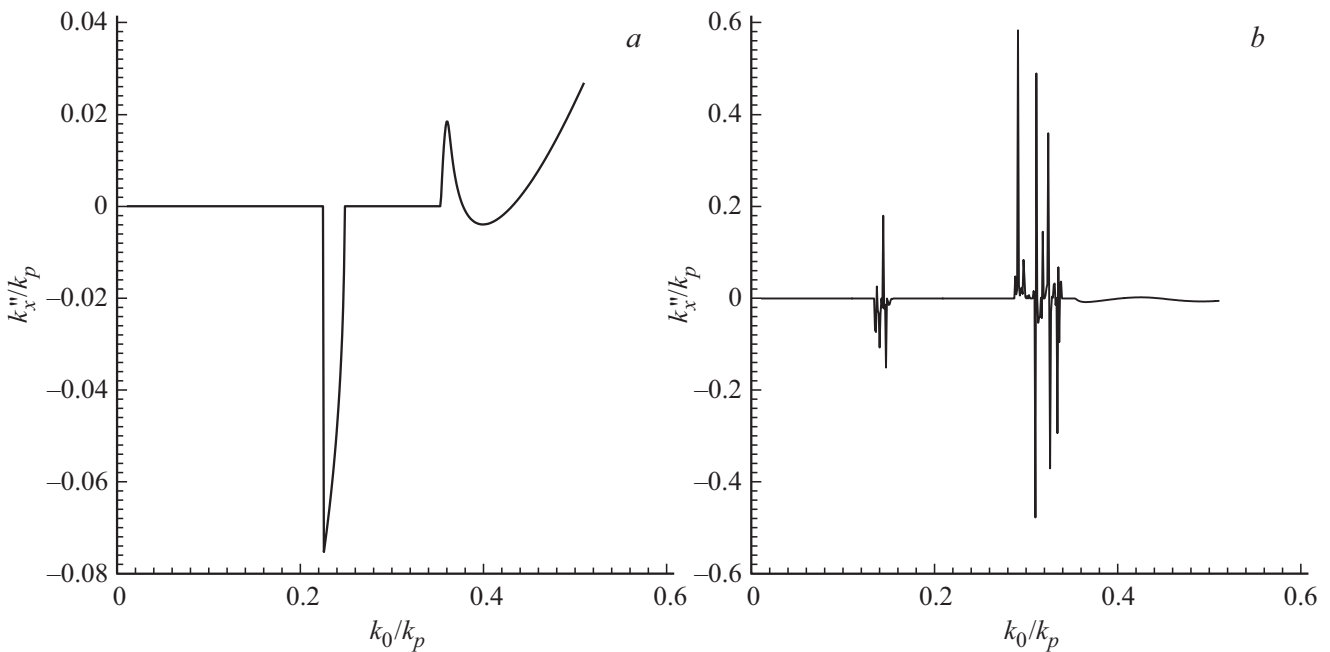


Рис. 6. Нормированные потери для структур рис. 5 при $\epsilon_d = 2$ (a) и $\epsilon_d = 4$ (b).

диссипации замедление стремится к единице. В области максимальных замедлений или плазмонного резонанса даже при слабой диссипации $n' \sim n''$ [9,13]. Видим, что замедление не может существенно превышать единицу, при этом $|\rho(0)| \ll 1$. Это приводит к тому, что на границе с вакуумом возникает как бы электрическая стенка, поток мощности из вакуума падает, большая часть энергии вне металла распространяется в диэлек-

трике и втекает в металл, но в металле обратный поток энергии больше, что и приводит к ОВ.

Приведенные результаты в этом смысле являются оценочными и показывают, что тип поверхностной волны: прямая она или обратная — зависит от того, возможна ли на данной частоте в объеме метаматериала ОВ, но не определяется только этим, а существенно зависит от потерь и от разности потоков энергии в слоях с

положительными и отрицательными значениями ε' . Действительно, в слое с ДП ε имеем $S_x = -\text{Re}(E_z H_y^*)/2$. Для E -волны $H_y = -ik_0 Z_0^{-1} \varepsilon \partial_x E_z / k_x^2$, поэтому для потока энергии получим

$$S_x(x, z) = \frac{c \varepsilon_0 |E_z(0, z)|^2}{2} \frac{k_0 (\varepsilon' k_x' + \varepsilon'' k_x'')}{k_x'^2 + k_x''^2} \exp(-2k_x'' x). \quad (9)$$

Здесь величина $|E_z|^2$ взята при $x = 0$. Поток в слое будет отрицательным, если $\varepsilon' k_x' + \varepsilon'' k_x'' < 0$. Удобно считать $k_x' > 0$, т.е. положительным считать движение фазы. Тогда в прямой волне обратный поток в слое соответствует $\varepsilon' < -\varepsilon'' k_x'' / k_x'$, что выполняется в области $\varepsilon' < 0$. Для ОВ имеем $k_x'' < 0$, и поток в слое имеет обратное движению фазы направление, если $\varepsilon' < \varepsilon'' |k_x''| / k_x'$, т.е. и при $\varepsilon' > 0$. При малой диссипации это выполняется в близкой к ENZ области и при $\varepsilon' < 0$. В многослойной структуре наличие ОВ определяется сложением всех потоков.

О существовании изотропных левых метаматериалов

Усиленный поиск структур левых метаматериалов начался одновременно с появлением интереса к ОВ и к отрицательной рефракции, представляющих вообще-то различные явления [16]. Получение отрицательного значения ε' не представляет проблемы. Для проводящей среды модель Друде–Лоренца (2) дает нужный результат. Лоренцев член в ней можно записать так:

$$\varepsilon_L(\omega) - 1 = \sum_{k=1}^m \frac{\omega_{pk}^2}{\omega_k^2 - \omega^2 + i\omega\omega_{ck}}. \quad (10)$$

С классической точки зрения он соответствует осцилляторам, а с квантовой — разрешенным переходам между уровнями с частотами переходов ω_{ck} . Основной вклад обычно дают электрические дипольные и квадрупольные переходы. В случае большой силы осцилляторов (пропорциональной ω_{pk}^2) и малых ω_{ck} величина (10) в узкой полосе может иметь отрицательную действительную часть. При этом нормальная дисперсия ДП переходит к аномальной положительной дисперсии в малой области ($v_g > 0$), а затем к аномальной отрицательной дисперсии ($v_g < 0$), что весьма напоминает рис. 2. Обычно это имеет место в оптическом и ультрафиолетовом диапазонах. В низкочастотных диапазонах отрицательный вклад дает член в (2), соответствующий плазме носителей. Для непроводящей среды следует взять $\omega_p = 0$. В принципе возможны магнитно-дипольные квантовые переходы, однако соотношения типа (10) можно записать только для $1 - \mu^{-1}$ (поскольку энергия $W = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$ магнитного диполя \mathbf{m} в гамильтониане пропорциональна магнитной индукции в среде). Для природных сред $|\mu| \approx 1$, и получить отрицательные значения в оптике нельзя [17]. В искусственных средах с металлическими кольцевыми

структурами искусственный магнетизм возможен, но это диамагнетизм, не описываемый формулой типа (10) [17]. Соответствующая гомогенизация получается как усреднение наведенных магнитных дипольных моментов. Пока изотропный магнитный метаматериал не получен. Если же рассматривать ФК и использовать для гомогенизации зонную структуру, то получаем парамагнетизм [18] для компонент тензора $\hat{\mu}$ с возможными резонансами типа (10) в запрещенной зоне. Такой подход характеризуется сильной пространственной дисперсией, которая существенна при больших компонентах волновых векторов, характерных для областей резонансов (см., например, [19]) и обеспечивает расхождение моделей. В такой среде можно не вводить μ и описывать ее тензором ДП с учетом пространственной дисперсии [20–22]. Это же относится и к полностью диэлектрическим ФК, которые часто пытаются описывать скалярными ε и μ . Изотропный левый метаматериал пока также не получен (см., например, обзоры [22–24]). Однако получены весьма обширные группы гетерогенных метаматериалов с отрицательной рефракцией и ОВ [23–25], вдоль границ раздела которых возможны как прямые волны, так и ОВ. В частности, можно использовать смеси из ферритовых и проводящих частиц, рассчитывая частотные области одновременно отрицательных компонент ε и μ по формулам смешения типа Гарнетта или Бруггемана. Однако при этом внешнее постоянное магнитное поле приводит к тензорным значениям ε и μ .

Заключение

Обратные ОВ существуют в ФК и определяются решениями дисперсионных уравнений, существующих в резонансных областях, когда существенна пространственная дисперсия. При этом вводить скалярные параметры ε и μ не имеет смысла. В низкочастотном пределе, когда эти параметры могут иметь смысл, ОВ нет. Проведение гомогенизации позволяет определить ОВ как решения уравнения Френеля. Поверхностные ОВ существуют вдоль тонких металлических пленок и других слабо диссипативных структур. Для существования ОВ важно, чтобы поверхностный импеданс структуры для E -волны был емкостным, а для H -волны — индуктивным. Для структур с гибридными волнами тип волны определяется направлением вектора Пойнтинга по отношению к волновому вектору.

Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России в рамках выполнения государственного задания (проект № FSRR-2020-0004).

Список литературы

- [1] *Lam H.* // Proc. London Math. Soc. Ser. 2. 1904. V. 1(849). P. 473–479. doi 10.1112/plms/s2-1.1.473
- [2] *Tournois P., Laude V.* // Opt. Com. 1997. V. 137. P. 41–45.
- [3] *Liu Y., Pile D.F.P., Liu Z., Wu D., Sun C., Zhang X.* // Proc. SPIE. 2006. V. 6323. P. 63231M(1-9). doi 10.1117/12.681492
- [4] *Федянин Д.Ю., Арсенин А.В., Лейман В.Г., Гладун А.Д.* // Квант. электрон. 2009. Т. 39. № 8. С. 745–750; *Fedyanin D.Yu., Arsenin A. V., Leiman V.G., Gladun A.D.* // Quantum Electronics. 2009. V. 39. N 8. P. 745–750. doi 10.1070/QE2009v039n08ABEH014072
- [5] *Sommerfeld A.* // Ann. der Physik. 1899. V. 303. N 2. P. 33–290.
- [6] *Zenneck J.* // Ann. der Physik. Sept. 1907. V. 23. P. 846–866.
- [7] *Шевченко В.В.* // УФН. 2007. Т. 177. № 3. С. 301–306; *Shevchenko V.V.* // Phys. Usp. 2007. V. 50. N 3. P. 287–292. doi 10.3367/UFNr.0177.200703c.0301
- [8] *Макаров В.П., Рухадзе А.А.* // УФН. 2011. Т. 181. № 12. С. 1357–1368; *Makarov V.P., Rukhadze A.A.* // Phys. Usp. 2011. V. 54. N 2. P. 1285–1296. doi 10.3367/UFNr.0181.201112n.1357
- [9] *Давидович М.В.* Втекающие и вытекающие несопственные моды — анализ диссипативных дисперсионных уравнений и волна Ценнека. Саратов: изд-во Сарат. ун-та, 2014. 104 с.
- [10] *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. 558 с.
- [11] *Norrman A., Setälä T., Friberg A.T.* // Opt. Lett. 2013. V. 38. N 7. P. 1119–1121. doi 10.1364/OL.38.001119
- [12] *Шевченко В.В.* // Радиотехника и электроника. 2015. Т. 60. № 4. С. 358–363. doi 10.7868/S0033849415040130
- [13] *Давидович М.В.* // Радиотехника и электроника 2018. Т. 63. № 6. С. 499–506. doi 10.1134/S1064226918060050
- [14] *Шевченко В.В.* // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49. № 6. С. 683–688.
- [15] *Давидович М.В.* // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2019. Т. 19. В. 4. С. 288–303. doi 10.18500/1817-30202019-19-4-288-303
- [16] *Белов П.А., Симовский К.Р., Третьяков С.А.* // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49. № 11. С. 1285–1294.
- [17] *Давидович М.В.* // Письма в ЖЭТФ. 2018. Т. 108. В. 5. С. 228–233. doi 10.1134/S0370274X18170010
- [18] *Давидович М. В., Шиловский П.А.* // Гетеромагнитная электроника. 2012. № 13. С. 45–50.
- [19] *Давидович М. В., Стефюк Ю. В., Шиловский П.А.* // ЖТФ. 2012. Т. 82. В. 3. С. 7–14. doi 10.1134/S1063784212030036
- [20] *Виноградов А.П.* // УФН. 2002. Т. 172. С. 363–370; *Vinogradov A.P.* // Phys. Usp. 2002. V. 45. N 3. P. 331–338. doi 10.3367/UFNr.0172.200203h.0363
- [21] *Виноградов А.П., Дорофеев А.В., Зухди С.* // УФН. 2008. Т. 178. № 5. С. 511–518; *Vinogradov A.P., Dorofeev A.V., Zouhdi S.* // Phys. Usp. 2008. V. 51. N 5. P. 485–492. doi 10.3367/UFNr.0178.200805e.0511
- [22] *Симовский К.Р.* // Опт. и спектр. 2009. Т. 107. № 5. С. 766–793; *Simovski C.R.* // Opt. Spectrosc. 2009. V. 107. N 5. P. 726–753. doi 10.1134/S0030400X09110101
- [23] *Виноградов А.П., Дорофеев А.В., Мерзликін А.М., Лисянский А.А.* // УФН. 2010. Т. 180. № 3. С. 249–261; *Vinogradov A.P., Dorofeev A.V., Merzlikin A.M., Lisyanskiy A.A.* // Phys. Usp. 2010. V. 53. N 3. P. 243–256. doi 10.3367/UFNr.0180.201003b.0249
- [24] *Давидович М.В.* // УФН. 2019. Т. 189. № 12. С. 1249–1284; *Davidovich M.V.* // Phys. Usp. 2019. V. 62. N 12. P. 1173–1207.
- [25] *Лагарьков А.Н., Кисель В.Н., Семенов В.Н.* // Радиотехника и электроника. 2012. Т. 57. № 10. С. 1119–1127. doi 10.1134/S106422691206006X