

09.3

**Моды волновода с пороговой нелинейностью**

© С.Е. Савотченко

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, Белгород, Россия  
E-mail: savotchenkose@mail.ruПоступило в Редакцию 9 декабря 2019 г.  
В окончательной редакции 12 мая 2020 г.  
Принято к публикации 19 мая 2020 г.

Рассмотрена трехслойная структура, состоящая из нелинейно-оптической среды со скачкообразным изменением диэлектрической проницаемости, внутри которой находится диэлектрическая прослойка конечной толщины. Показано, что вдоль слоев могут распространяться поверхностные волны двух типов симметрии с особой структурой поля. Установлено, что в приграничных областях в нелинейной среде формируются области конечной ширины с отличающимися оптическими свойствами. Образование таких приграничных областей, как и существование поверхностных волн, происходит при толщинах прослойки, не превышающих определенного критического значения.

**Ключевые слова:** поверхностная волна, диэлектрическая функция, среда с переключением, ступенчатая нелинейность, оптический домен.

DOI: 10.21883/PJTF.2020.16.49854.18146

Изучение особенностей распространения нелинейных волн вдоль волноводных структур имеет большое значение для проектирования элементов устройств, использующих их уникальные свойства [1–3]. В качестве волноводов можно применять трехслойные структуры, в которых слои характеризуются различными типами нелинейности [4].

Распространяющийся вдоль волновода световой пучок может менять условия своего распространения, например формируя фоторефрактивную решетку [5] или близлежащие вдоль волновода области (оптические домены) с отличающимися оптическими свойствами [6–8]. В качестве модели нелинейной среды, в которой в результате распространения волны в приграничной области образуется слой с отличающимися от всего кристалла оптическими характеристиками, в [7,8] применялась модель нелинейной оптической среды со скачкообразным изменением диэлектрической проницаемости в зависимости от интенсивности поля (среда с мгновенным переключением), которая ранее использовалась в [9] для теоретического описания локализации возмущения в бездефектном кристалле. Возможность скачкообразного изменения диэлектрической проницаемости полупроводника с экситон-экситонным взаимодействием в определенном спектральном диапазоне была показана в [10]. Модель ступенчатой нелинейности может быть использована для кристаллов CuCl, CuBr, в которых энергия связи биэкситонов велика, а время их релаксации очень мало [11].

В настоящей работе исследуются закономерности формирования симметричного домена вблизи диэлектрической пластины, помещенной в нелинейную оптическую среду со скачкообразным изменением диэлектрической проницаемости. В [8] рассматривалась обратная ситуация, когда нелинейно-оптическая пленка конеч-

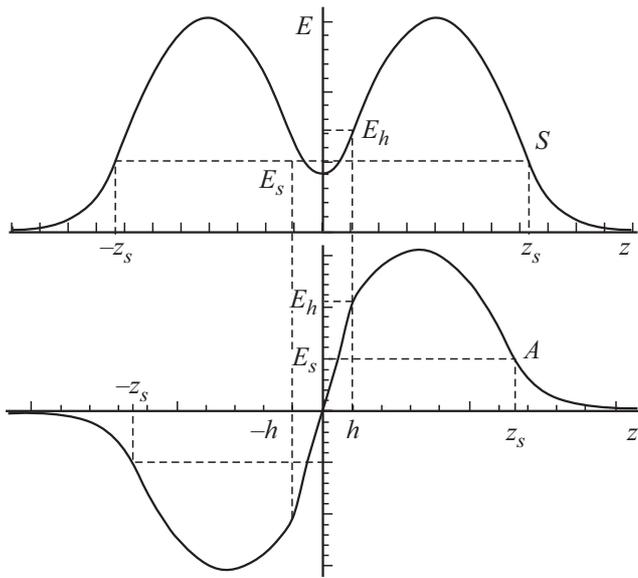
ной толщины с переключением помещалась в линейную среду. Особое внимание здесь уделяется влиянию толщины прослойки на характеристики поверхностных волн.

Рассмотрим нелинейную среду с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_N$ , внутри которой находится прослойка толщиной  $2h$  из линейной оптической среды с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_0$ . Границы раздела между прослойкой и нелинейной средой считаются плоскими. Поместим начало координат в середину прослойки так, что ось  $z$  перпендикулярна границам раздела, а плоскость  $xu$  параллельна им. Тогда границы будут расположены в плоскостях  $z = \pm h$ .

Диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_N(E)$  нелинейной среды с переключением зависит от порогового значения поля переключения  $E_s$ :  $\varepsilon_N(E) = \varepsilon_1$  при  $|E| < E_s$  и  $\varepsilon_N(E) = \varepsilon_2$  при  $|E| > E_s$ , причем для определенности положим  $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$  и  $\varepsilon_0 < \varepsilon_2$ .

Будем рассматривать ТЕ-поляризованную волну с отличной от нуля компонентой напряженности электрического поля  $E_y(x, z) = E(z) \exp\{i(kx - \omega t)\}$ , распространяющейся вдоль прослойки ( $k$  — волновое число,  $\omega$  — частота волны). Распределение поля в поперечном направлении  $E(z)$  получается из уравнения  $E''(z) = (k^2 - \varepsilon(z, E)\omega^2/c^2)E(z)$ , следующего из уравнений Максвелла, где  $c$  — скорость света, диэлектрическая функция  $\varepsilon(z, E) = \varepsilon_0$  при  $|z| < h$  и  $\varepsilon(z, E) = \varepsilon_N(E)$  при  $|z| > h$ . Исходя из условий непрерывности поля и его производной на границах прослойки при  $z = \pm h$  и домена при  $z = \pm z_s$ , полностью определяются все параметры поверхностной волны.

Поскольку в настоящей работе рассматривается формирование симметричного домена относительно прослойки в нелинейной среде, будем считать, что интенсивность поля на границах прослойки  $I_h = |E(\pm h)|^2$  пре-



**Рис. 1.** Характерные профили напряженности электрического поля  $E(z)$  в поверхностных волнах, построенные по формулам (1), (2) и (5) для симметричного (линия  $S$ ) и по формулам (8), (9) и (11) антисимметричного (линия  $A$ ) распределений, для модельных значений параметров (в относительных единицах):  $\varepsilon = 0.21$ ,  $\varepsilon_1 = 0.05$ ,  $\varepsilon_2 = 2.7$ ,  $E_s = 1$ ,  $h = 1$ ,  $n = 1.4$ .

восходит интенсивность поля переключения  $I_s = |E_s|^2$ . В силу симметрии структуры возможно существование симметричных (четных) поверхностных состояний, для которых  $E(-z) = E(z)$ , и антисимметричных (нечетных), для которых  $E(-z) = -E(z)$ , соответствующих нелинейным поверхностным волнам, распространяющимся вдоль прослойки (волноводным модам).

Тогда в областях вблизи границы раздела, где  $|E| > E_s$ , происходит образование областей конечной ширины (оптических доменов) с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_2$ , отличной от диэлектрической проницаемости остальной нелинейной среды  $\varepsilon_1$  [6]. Формирование таких доменов обусловлено структурой поля в поверхностной волне, распространение которой возможно при определенных соотношениях между диэлектрическими постоянными и эффективным показателем преломления  $n = ck/\omega$ .

При  $\varepsilon_{1,0} < n^2 < \varepsilon_2$  для симметричной моды нелинейного волновода (рис. 1, линия  $S$ ) в нелинейной среде, характеризующейся диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_1$ , когда  $|E| < E_s$ , поле описывается выражением

$$E(z) = E_s e^{\pm q_1(z \pm z_s)}, \quad |z| > z_s. \quad (1)$$

В (1) и далее верхние знаки выбираются для отрицательной полуплоскости, а нижние — для положительной,  $z_s$  — координата, при которой поле волны равно полю переключения:  $|E(z_s)| = E_s$ . Коэффициент убывания  $q_1 = (k^2 - \varepsilon_1 \omega^2/c^2)^{1/2}$  связан с характерной глубиной проникновения поля в нелинейную среду  $l = 1/q_1$ .

Вблизи прослойки в нелинейной среде, когда  $|E| > E_s$ , формируется домен шириной  $\Delta = z_s - h$ , характеризующийся диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_2$ , в котором поле описывается выражением

$$E(z) = E_m \cos(p_2(z \pm h) \pm \varphi), \quad h < |z| < z_s, \quad (2)$$

где  $p_2 = (\varepsilon_2 \omega^2/c^2 - k^2)^{1/2}$ ,  $E_m$  — амплитуда поля в домене,  $\varphi$  — фаза волны, определяемая соотношением  $\operatorname{tg} \varphi = (q_0/p_2) \operatorname{th} q_0 h$ . Фаза волны (2) в домене связана с положениями экстремумов поля и их количеством внутри домена. В [8] было предложено называть порядком моды количество экстремумов на единицу меньше. Максимальное значение интенсивности поля в домене

$$I_m = |E_m|^2 = I_s \left( 1 + \left( \frac{q_1}{p_2} \right)^2 \right). \quad (3)$$

Ширина домена, сформированного распространяющейся поверхностной волной, определяется выражением (рис. 2, линия  $S$ )

$$\Delta = \Delta_{0s} + \frac{1}{p_2} \operatorname{arctg} \left( \frac{q_0}{p_2} \operatorname{th} q_0 h \right), \quad (4)$$

где  $\Delta_{0s} = \operatorname{arctg}(q_1/p_2)/p_2$  — не зависящая от толщины прослойки часть.

В прослойке поле может быть записано в виде

$$E(z) = E_0 \operatorname{ch} q_0 z, \quad |z| < h, \quad (5)$$

где  $q_0 = (k^2 - \varepsilon_0 \omega^2/c^2)^{1/2}$ , значение интенсивности поля в центре прослойки

$$|E_0|^2 = I_0 = I_m \frac{p_2^2}{(q_0 \operatorname{sh} q_0 h)^2 + (p_2 \operatorname{ch} q_0 h)^2}. \quad (6)$$

Интенсивность поля на границах прослойки определяется выражением (рис. 3, линия  $S$ )

$$I_h = I_0 (\operatorname{ch} q_0 h)^2 = I_m \frac{p_2^2}{(q_0 \operatorname{th} q_0 h)^2 + p_2^2}. \quad (7)$$

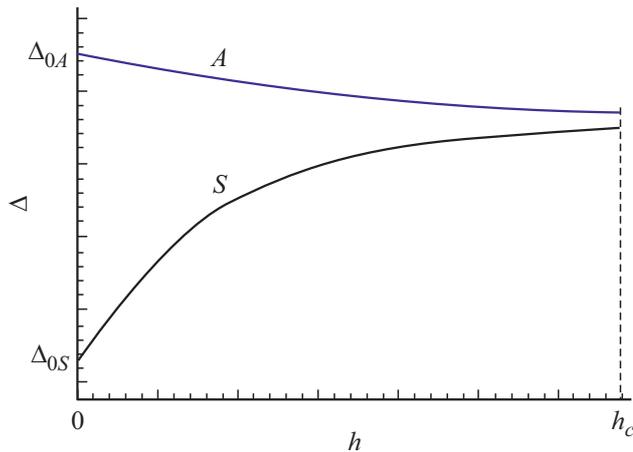
Для антисимметричной моды нелинейного волновода (рис. 1, линия  $A$ ) получаются аналогичные соотношения. В нелинейной среде, характеризующейся диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_1$ , когда  $|E| < E_s$ , антисимметричное распределение поля описывается выражением

$$E(z) = \mp E_s e^{\pm q_1(z \pm z_s)}, \quad |z| > z_s. \quad (8)$$

Вблизи прослойки в нелинейной среде, характеризующейся диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_2$ , когда  $|E| > E_s$ , антисимметричное распределение поля в домене описывается выражением

$$E(z) = E_m \sin(p_2(z \pm h) \pm \varphi), \quad h < |z| < z_s, \quad (9)$$

где амплитуда  $E_m$  определяется выражением (3), фаза антисимметричной волны определяется соотношением



**Рис. 2.** Характерные зависимости ширины домена  $\Delta$  от толщины прослойки  $h$  для симметричного (линия  $S$ ) и антисимметричного (линия  $A$ ) распределений полей (в относительных единицах), построенные по формулам (4) и (10) соответственно для тех же модельных значений параметров, что на рис. 1.

$\text{ctg } \varphi = -(q_0/p_2) \text{cth } q_0h$ . Ширина домена, сформированного антисимметрично распределенным полем, определяется выражением (рис. 2, линия  $A$ )

$$\Delta = \Delta_{0A} - \frac{1}{p_2} \arctg\left(\frac{p_2}{q_0} \text{th } g_0h\right), \quad (10)$$

где  $\Delta_{0A} = \arctg(p_2/q_1)/p_2$  — не зависящая от толщины прослойки часть.

В прослойке антисимметричное распределение поля имеет вид

$$E(z) = E_0 \text{sh } q_0z, \quad |z| < h, \quad (11)$$

где

$$|E_0|^2 = I_0 = I_m \frac{p_2^2}{(q_0 \text{ch } q_0h)^2 + (p_2 \text{sh } q_0h)^2}. \quad (12)$$

Интенсивность антисимметрично распределенного поля на границах прослойки определяется выражением (рис. 3, линия  $A$ )

$$I_h = I_0(\text{sh } q_0h)^2 = I_m \frac{p_2^2}{(q_0 \text{cth } q_0h)^2 + p_2^2}. \quad (13)$$

При фиксированных частоте и волновом векторе для выполнения первоначально заданного условия  $I_h > I_s$  из (7) и (13) следует, что моды рассматриваемых типов существуют только в прослойке с толщиной  $h < h_c$ . Для симметричного распределения поля критическая толщина  $h_c = \text{Arth}(q_1/q_0)/q_0$ , а для антисимметричного  $h_c = \text{Arcth}(q_1/q_0)/q_0$ .

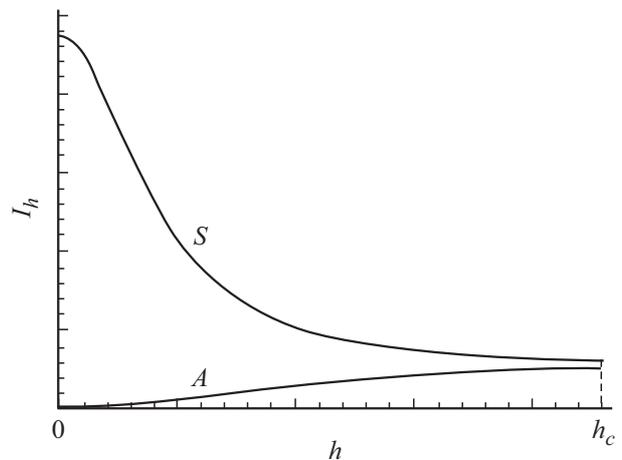
Структура симметричного (рис. 1, линия  $S$ ) и антисимметричного (рис. 1, линия  $A$ ) распределения полей

отличается тем, что в симметрично распределенном поле амплитуды на обеих границах прослойки максимальны (синфазные колебания границ). В антисимметрично распределенном поле амплитуда на одной границе с прослойкой максимальна, а на другой минимальна, причем они совпадают по модулю, но противоположны по знаку (противофазные колебания границ). В симметричном распределении минимальное значение амплитуды в прослойке наблюдается в ее центре. Для антисимметричного распределения характерно монотонное изменение амплитуды от одной границы к другой, причем в центре прослойки она нулевая.

Ширина домена, сформированного симметрично распределенным полем, растет с увеличением толщины прослойки, а для антисимметрично распределенного поля уменьшается до критической толщины прослойки  $h_c$  (рис. 2). При одинаковых параметрах волноводной структуры домен, сформированный симметричной модой, шире домена, сформированного антисимметричной модой.

Интенсивность симметрично распределенного поля на границах прослойки убывает до критического значения  $h_c$  с увеличением ее толщины, а для антисимметрично распределенного поля она возрастает (рис. 3).

В случае прослойки малой толщины (в приближении  $q_0h \ll 1$ ) из (6) получается оценка интенсивности в центре прослойки симметрично распределенного поля:  $I_0 = I_m\{1 + [1 - (q_0/p_2)^2]\}(q_0h)^2$ , а из (12) — оценка для антисимметрично распределенного поля:  $I_0 = I_m(p_2/q_0)^2\{1 - (p_2h)^2\}$ . Для обоих типов мод нелинейного волновода интенсивность  $I_0$  в тонкой прослойке убывает квадратичным образом в зависимости от ее толщины. Для одинаковых параметров сред интенсивность  $I_0$  антисимметрично распределенного поля в основном



**Рис. 3.** Характерные зависимости интенсивности поля на границах прослойки  $I_h$  от ее толщины  $h$  для симметричного (линия  $S$ ) и антисимметричного (линия  $A$ ) распределений полей (в относительных единицах), построенные по формулам (7) и (13) соответственно для тех же модельных значений параметров, что на рис. 1.

порядке малости превышает интенсивность симметрично распределенного поля в  $(\varepsilon_2 - n^2)/(n^2 - \varepsilon_0)$  раз.

На границах прослойки зависимости интенсивности полей обоих типов от ее толщины характеризуются принципиально различным поведением. Интенсивность для симметрично распределенного поля на границах прослойки малой толщины, как следует из (7), оценивается выражением  $I_h = I_m\{1 - (q_0^2 h/p_2)^2\}$ , а для антисимметрично распределенного поля, как следует из (13), — выражением  $I_h = I_m(p_2 h)^2$ . Отсюда следует, что с увеличением толщины прослойки интенсивность на границах прослойки в симметричной волноводной моде убывает по квадратичному закону, а в антисимметричной — возрастает.

Из (4) и (10) получается, что для тонкой прослойки зависимость ширины сформированного домена от ее толщины имеет линейный вид:  $\Delta = \Delta_{0A,S} + a_{A,S}h$ , где для симметрично распределенного поля  $a_S = (n^2 - \varepsilon_0)/(\varepsilon_2 - n^2)$ , а для антисимметрично распределенного поля  $a_A = -1$ . Для тонкой прослойки скорость изменения ширины домена, сформированного антисимметричным распределением поля, не зависит от эффективного показателя преломления, т.е. от частоты поверхностной волны.

Таким образом, вблизи диэлектрической прослойки во внешних приграничных областях нелинейной среды при определенных условиях образуется симметричный домен конечной ширины с отличающимся значением диэлектрической проницаемости. Показано, что существует критическая толщина прослойки, до которой возможно существование такого домена и мод нелинейного волновода. Полученные результаты могут найти применение при проектировании элементов электронно-оптических систем с практически мгновенным изменением диэлектрической проницаемости.

## Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] *Leble S.* Waveguide propagation of nonlinear waves. Springer, 2019. 288 p.
- [2] *Takayama O., Bogdanov A.A., Lavrinenko A.V.* // J. Phys.: Condens. Matter. 2017. V. 29. N 46. P. 463001.
- [3] *Munazza Z.A.* // Phys. Lett. A. 2017. V. 381. N 32. P. 2643–2647.
- [4] *Савотченко С.Е.* // Оптика и спектроскопия. 2019. Т. 127. В. 1. С. 159–166.
- [5] *Savotchenko S.E.* // Solid State Commun. 2019. V. 296. P. 32–36.
- [6] *Хаджи П.И., Федоров Л.В.* // ЖТФ. 1991. Т. 61. В. 5. С. 110–113.
- [7] *Ляхомская К.Д., Хаджи П.И.* // ЖТФ. 2000. Т. 70. В. 11. С. 86–90.
- [8] *Белецкий Н.Н., Гасан Е.А.* // ФГТ. 1994. Т. 36. В. 3. С. 647–652.
- [9] *Kaplan A.E.* // IEEE J. Quantum Electron. 1985. V. 21. N 9. P. 1538–1543.
- [10] *Хаджи П.И., Шибаршина Г.Д., Ротару А.Х.* Оптическая бистабильность в системе когерентных экситонов и би-экситонов в полупроводниках. Кишинев: Штиинца, 1988. 121 с.
- [11] *Хаджи П.И., Русанов А.М., Гайван С.Л.* // Квантовая электроника. 1999. Т. 27. № 3. С. 262–264.