

# Терагерцовые дисперсия и усиление при стриминге электронов в графене при 300 К

© А.А. Андронов, В.И. Позднякова

Институт физики микроструктур Российской академии наук,  
603950 Нижний Новгород, Россия

E-mail: andron@ipmras.ru

Поступила в Редакцию 15 апреля 2020 г.

В окончательной редакции 21 апреля 2020 г.

Принята к публикации 21 апреля 2020 г.

Дана интерпретация недавних наблюдений, выполненных группой Т. Otsuji, Sendai, перехода при температуре  $T = 300$  К от поглощения к усилению при прохождении терагерцового излучения через сэндвичи (гексагональный нитрид бора)–графен с множественными затворами на поверхности при росте электрического поля в графене. Показано, что эти эффекты связаны с дисперсией и отрицательной проводимостью вблизи пролетной частоты электронов в импульсном пространстве при стриминге (анизотропном распределении) в графене в сильном электрическом поле. На основе этих данных предложен универсальный перестраиваемый терагерцовый генератор — сэндвич с графеном, к которому приложено напряжение, с пластиной высокоомного кремния (выполняющего роль резонатора) на сэндвиче. Этот терагерцовый генератор является полным аналогом СВЧ генератора, осуществленного на кристалле InP группой Л.Е. Воробьева, Санкт-Петербург.

**Ключевые слова:** ТГц излучение, графен, стриминг электронов, отрицательная проводимость.

DOI: 10.21883/FTP.2020.09.49827.19

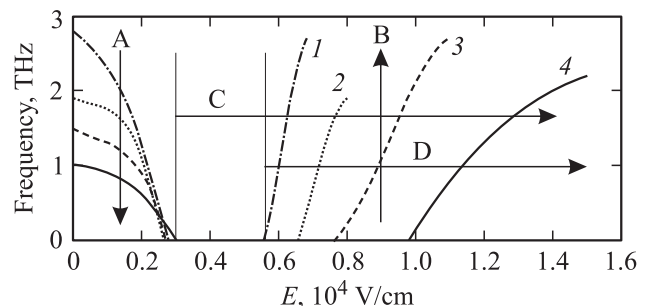
## 1. Введение

В работе [1] наблюдались особенности прохождения терагерцового (ТГц) излучения при нормальном падении на систему с множественными затворами, созданными на поверхности сэндвичей (нитрид бора)–графен, при возбуждении подзатворных плазмонов и пропускании тока через графен из-за присутствия электрического поля  $E$ . Результаты экспериментов [1] схематически представлены на рис. 1. В отсутствие электрического поля,  $E = 0$ , при прохождении ТГц излучения наблюдается резонансное поглощение на частотах подзатворных плазмонов, и чем уже затвор, тем выше частота резонанса, в полном соответствии с частотой плазмонов (см. далее). С ростом поля  $E$  частоты резонанса плазмонов падают, а затем обращаются в нуль при одном и том же поле  $E = E_1$  для затворов разной ширины. При дальнейшем увеличении поля возникает достаточно большая область, где резонансные эффекты вообще отсутствуют. Когда поле  $E$  превышает некоторое пороговое значение  $E_2$  (разное для разных ширины затворов) резонансные эффекты снова возникают, причем они сопровождаются усилением ТГц излучения.

Подзатворные плазмоны (далее часто просто плазмоны) и их возбуждение током для создания источника электромагнитного излучения (так же как и их использование для детектирования) обсуждаются более 2 десятилетий начиная с работ Дьяконова и Шура [2,3]. Однако настоящее развитие таких исследований началось благодаря созданию сэндвичей (нитрид бора)–графен, в которых достигаются подвижности  $> 50000 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$  и дрейфовые скорости до  $7 \cdot 10^7 \text{ см/с}$  при температуре

$T = 300$  К (см., например, [1,4,5]). В работе [1] проведено обсуждение возможности объяснения результатов в рамках представлений работы [2] и ее обобщений, которое показало, что подобное объяснение невозможно.

Плазмоны — это квазиэлектростатические волны, описываемые уравнением Лапласа. В сэндвичах плазмоны существуют как вне затвора, так и под затвором. Подзатворные плазмоны имеют акустический спектр с постоянной фазовой скоростью  $V_{ph}$ , зависящей от концентрации электронов под затвором, которая в свою очередь определяется постоянным напряжением на затворе. Эти подзатворные плазменные волны хорошо отражаются от границы затвора. В результате для плазмонов под затвором возникает резонатор типа



**Рис. 1.** Схематическое представление результатов наблюдений [1] прохождения ТГц электромагнитной волны через систему затворов разной ширины  $d$  на сэндвиче (нитрид бора)–графен.  $d$ , мкм: 1 — 0.5, 2 — 0.75, 3 — 1.0, 4 — 1.5. Стрелки: А — область поглощения, В — область усиления, С — область стриминга электронов, D — область, где снова возможно существование плазмонов.

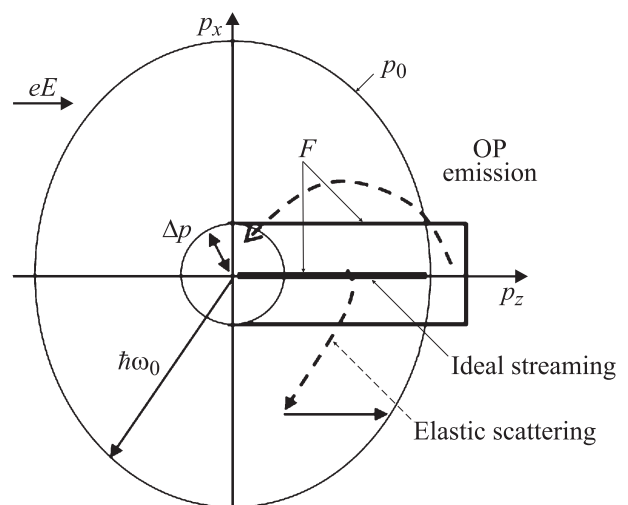
резонатора Фабри–Перо с собственными частотами  $\omega_n = \pi V_{ph}/L$ , перестраиваемыми напряжением на затворе. На этих частотах и наблюдались в работе [1] пики поглощения в отсутствие дрейфа электронов ( $E = 0$ ) в графене. При дрейфе электронов со скоростью  $V_D$  надо учесть эффект Доплера волн плазмонов под затвором, и частота мод будет  $\omega_n = \pi n(V_{ph}^2 - V_D^2)/(V_{ph}L)$ . Таким образом, с ростом дрейфовой скорости частоты резонансов падают, как и наблюдалось в работе [1]. Однако чтобы частоты обращались в нуль, требуется достижение скорости дрейфа фазовой скорости плазмонов (которая из-за затухания Ландау больше тепловой скорости электронов, а скорость дрейфа всегда больше ее). Поэтому объяснение результатов [1] просто доплеровским сдвигом частот невозможно. В графене, где энергия электронов зависит от (двумерного) импульса электронов  $\mathbf{p} = (p_x, p_z)$  как  $\varepsilon = V_F p$ ,  $V_F$  — так называемая скорость Ферми, это тем более невозможно, так как при таком спектре, скажем,  $z$ -компонента скорости,  $V_z = d\varepsilon/dp_z = V_F p_z / \sqrt{p_x^2 + p_z^2} < V_F$ . Это означает, что и  $V_D < V_F$  (максимальная наблюдавшаяся скорость дрейфа в графене составляет  $\sim 0.7V_F$ ). С другой стороны, рассмотрение дисперсии плазмонов для электронов в графене с таким, дираковским, спектром  $\varepsilon = V_F p$  показывает [6], что благодаря сильному резонансу на пороге затухания Ландау фазовая скорость плазмонов всегда больше скорости Ферми.

Однако следует подчеркнуть, что эти рассуждения относятся к равновесной или квазиравновесной ситуации, когда, в частности, скорости электронов постоянны во времени. В случае изменения динамики электронов в электрическом поле, создающем их дрейф, ситуация может быть иная из-за изменения отклика дрейфующих электронов на электрическое поле плазмонов. Собственно говоря, это и обсуждается далее, где предлагается механизм, основанный на особенностях динамики электронов в графене в сильном электрическом поле. Более конкретно, мы считаем возможным объяснение результатов работы [1], если принять, что в этой работе осуществлялось анизотропное распределение электронов в постоянном электрическом поле  $E$  (стриминг). В этом случае в системе электронов возникает резонансная (пролетная) частота  $\omega_E = 2\pi/\tau_E$ , определяемая временем ускорения электронов в электрическом поле  $\tau_E = (eE/p_0)^{-1}$  из области импульсов от  $p \approx 0$  до  $p = p_0$  ( $p_0$  — величина импульса при энергии, равной энергии оптического фонона) и быстрым возвращением после излучения оптического фонона в область импульсов  $p \approx 0$ . Резонансный отклик стриминга из-за группировки электронов в импульсном пространстве при совместном действии постоянного и переменного электрических полей и излучения оптических фононов изменяет проводимость электронов вблизи пролетной частоты  $\omega_E$ , приводя в графене, в частности, к изменениям знака мнимой части и возникновению отрицательной действительной части проводимости электронов на этих частотах. При начале стриминга в сравнительно сла-

бом поле  $E$  мнимая часть проводимости положительна, что приводит к исчезновению плазмонного резонанса. С ростом  $E$  появляются области частот, где мнимая часть отрицательна, и резонанс возникает снова. В этой области частот действительная часть проводимости тоже отрицательна и возникает усиление, что и наблюдалось в [1] (рис. 1). С другой стороны, отрицательная действительная часть дифференциальной проводимости может (должна!) быть использована в ТГц генераторах, аналогичных представленному в работе [7] на СВЧ частотах при стриминге в InP. Все это мы и обсуждаем далее.

## 2. Стриминг электронов в графене

Стриминг — это сигарообразное распределение электронов в импульсном пространстве (рис. 2) при сильном рассеянии на оптических фононах при энергии электронов  $\varepsilon$ , большей, чем энергия оптического фонона  $\varepsilon_0 = \hbar\omega_0$ , и слабом рассеянии при  $\varepsilon < \varepsilon_0$ . Слабость рассеяния в этой области энергий связана с низкой температурой кристалла  $T$ , когда несущественно рассеяние, вызванное поглощением электронов оптическими фононами, и слабым рассеянием на акустических фононах и примесях. Если  $\nu_0 = eE_0/p_0$  — это характерная частота излучения электронами оптических фононов при  $\varepsilon > \varepsilon_0$ , а  $\nu_p = eE_p/p_0$  — характерная частота рассеяния при  $\varepsilon < \varepsilon_0$ , причем  $\nu_0 \gg \nu_p$ , то стриминг возникает в электрическом поле  $E$  таком, что  $\nu_p < eE/p_0 < \nu_0$ , или, по-другому, при  $E_p < E < E_0$ . Стриминг хорошо исследован для дырок в германии [8–10]. В графене и hNB энергия оптического фонона  $\sim 0.2$  эВ, так что в высококачественных сэндвичах графен–hNB условия для



**Рис. 2.** Схема распределения электронов при стриминге в графене на плоскости импульсов  $(p_x, p_z)$ . Показаны линии функции распределения  $F(p_x, p_z) = \text{const}$  при реальном и идеальном стриминге, а также процессы рассеяния на оптических фононах (OP) и упругое рассеяние.

осуществления стриминга могут быть даже при 300 К. Обсуждение вольт-амперных характеристик (ВАХ) в графене было проведено в [4,5], а моделирование ВАХ методом Монте-Карло в графене выполнено в [11], где показано распределение электронов в виде стриминга. Для оценки условий осуществления стриминга в сэндвичах графен-hNB мы будем ориентироваться на параметры рассеяния, использованные в работе [11], поскольку детальные исследования параметров рассеяния электронов в сэндвичах графен-hNB отсутствуют. Для оценки ширины стриминга в графене мы провели расчет, предполагая, что имеется только спонтанное излучение оптических фононов (см. аналогичный расчет для *p*-Ge [9,10]). В результате мы получили следующее приближенное выражение для распределения электронов при стриминге по  $p_x$  на плоскости импульсов  $\mathbf{p} = (p_x, p_z)$  в постоянном электрическом поле  $E = E_z$ :

$$f_p(p_x) = I \exp\left(-M \frac{p_x^2}{p_0^2}\right), \quad I = \text{const}, \quad M = \frac{E_0}{2E}. \quad (1)$$

Предполагалось, что вероятность рассеяния на оптических фононах имеет простейший вид  $W = A\delta(\varepsilon - \varepsilon' - \varepsilon_0)$ ,  $\varepsilon = V_F p$  и  $\varepsilon' = V_F p'$  — энергии электронов до и после излучения оптического фонона,  $A$  — постоянная величина [11]; частота излучения оптических фононов при  $\varepsilon > \varepsilon_0$  это  $\nu_{\text{opt}} = \nu_0(p - p_0)/p_0$ , причем  $\nu_0 = 2\pi p_0 A/V_F$ . Характерные значения проникновения в активную область  $\langle \Delta p_z \rangle_{av}$  и „толщина“ стриминга  $\langle \Delta p_x \rangle_{av}$  оба составляют  $\sim p_0 \sqrt{2E/E_0} = p_0/\sqrt{M}$ .

### 3. Частоты рассеяния электронов в графене

Оценим величины частот рассеяния и полей  $E_p$  и  $E_0$  в графене, основываясь на работах [11–14]. Рассматриваем три типа рассеяния электронов: рассеяние на оптических фононах (спонтанное излучение), рассеяние на акустических фононах и рассеяние на ионизованных примесях. Частоты рассеяния можно записать соответственно так:

$$\nu_{\text{opt}} = \nu_0 \frac{p - p_0}{p_0}, \quad \nu_{ac} = \nu_{a0} \frac{p}{p_0}, \quad \nu_{\text{imp}} = \nu_{i0} \frac{p_0}{p}.$$

Величина  $\nu_p$ , которая входит в определение критического поля в пассивной области  $E_p$  определяется усредненным по стримингу значением частот рассеяния, т.е. по существу средним по интегралу от  $p = 0$  до  $p = p_0$ . Таким образом,  $\nu_p$  запишется как

$$\nu_p = \frac{\nu_{a0}}{2} + \nu_{i0} \ln \frac{p_0}{p_{\text{min}}},$$

где  $p_{\text{min}}$  — параметр обрезания, который можно взять равным  $\langle \Delta p_x \rangle_{av} = p_0/\sqrt{M}$ . В результате мы получим

$$\nu_p = \frac{\nu_{a0} + \nu_{i0} \ln M}{2} = \nu_{pa} + \nu_{pi}. \quad (2)$$

Параметры, использованные в [11], для одного слоя графена при „номинальных“ значениях деформационных потенциалов для рассеяния на оптических фононах,  $D_o = 25$  эВ/Å, и акустических фононах,  $D_a = 18$  эВ, (при  $T = 300$  К) дают:  $\nu_0 = 10^{13}$  с<sup>-1</sup>,  $\nu_{a0} = 10^{12}$  с<sup>-1</sup>,  $\nu_{pa} = 5 \cdot 10^{11}$  с<sup>-1</sup> и  $\nu_0/\nu_{pa} \approx 20$ , причем  $E_0 \approx 20$  кВ/см, а  $E_p \approx 1$  кВ/см. Таким образом, без учета рассеяния на примесях (см. далее) стриминг в графене при  $T = 300$  К должен существовать при  $E = 1–20$  кВ. В этот интервал поля попадают эффекты переключения от поглощения к усилению, наблюдавшиеся в работе [1]. Два замечания об этих оценках. Во-первых, в разных работах значения деформационных потенциалов  $D_a$  и  $D_o$  могут заметно отличаться от использованных выше. Во-вторых, в сэндвичах с обкладками из гексагонального нитрида бора, кристаллическая структура которого близка к структуре графена, важную роль должно играть рассеяние электронов на поверхностных фононах в нитриде бора, взаимодействие которых с электронами, как представляется, близко к взаимодействию в графене. Значит, величины характерных полей, скорее всего, должны (могли бы) быть увеличены еще в 3 раза. Тогда область полей для стриминга будет  $E = 3–60$  кВ, и нижнее значение этого поля прекрасно совпадает с  $E_1$  — началом перехода от резонансного поглощения на плазмонах к его исчезновению (рис. 1) при возникновении стриминга электронов. Следует подчеркнуть, что при таком, трехкратном, увеличении частоты рассеяния на акустических фононах вычисленная подвижность электронов в графене при  $T = 300$  К, связанная с акустическими фононами, оказывается  $\sim 10^6$  см<sup>2</sup>/(В·с). Это значение в 2 раза больше, чем значение подвижности в сэндвичах, использованное в [1], что естественно связать с рассеянием на ионизованных примесях.

Для расчета рассеяния на ионизованных примесях мы будем использовать борновское приближение и вычислим частоту рассеяния импульса. Учтем диэлектрическую проницаемость обкладок графена  $\varepsilon \approx 6/5$  [1], нестандартную спиновую зависимость волновых функций электронов в графене [12], но не будем учитывать экранировку поля примесей электронами. Получаем:  $\nu_{i0} = N_{\text{imp}} \pi^2 e^4 / (\hbar^2 \varepsilon^2 \omega_0)$ . Берем  $N_{\text{imp}} = 10^{11}$  см<sup>-2</sup>, и тогда  $\nu_{i0} = 3.3 \cdot 10^{12}$  с<sup>-1</sup>. Такого же порядка будет и  $\nu_{pi}$ . Это существенно сужает интервал полей, где возможен стриминг. Однако если взять  $N_{\text{imp}} = 10^{10}$  см<sup>-2</sup>, то  $\nu_{pi}$  будет близка к вычисленному выше значению  $\nu_{pa}$  при „номинальном“ по [11] значению  $D_a$  и будет меньше соответствующего  $\nu_{pa}$  при утроенной, как обсуждалось выше, частоте рассеяния. При этом следует подчеркнуть, что концентрация заряженных примесей в экспериментах [1] не имеет никакого отношения к величине концентрации электронов. Последняя определяется напряжением на затворе, тогда как первая является следствием заряженных дефектов, возникающих при создании сэндвичей. Таким образом, повторим: в графене при 300 К и концентрации заряженных примесей  $N_{\text{imp}} = 10^{10}$  см<sup>-2</sup> стриминг может быть осуществлен в интервале полей

от  $E_p = 1$  кВ/см до  $E_0 = 20$  кВ/см или сдвигается в область сильных полей  $E_p = 3$  кВ/см,  $E_0 = 60$  кВ/см при учете рассеяния на нитриде бора. Последняя оценка представляется более адекватной (как отмечено выше) ввиду того, что на рис. 1  $E_p = 3$  кВ/см.

#### 4. Дисперсионные эффекты и отрицательная проводимость при пролетном резонансе при стриминге

При стриминге, как сказано выше, возникает пролетная частота  $\omega_E = 2\pi eE/p_0$ . Проводимость электронов на частотах в окрестности этой частоты мы и рассмотрим. Проводимость зависит от уширения резонанса на этой частоте, связанного или с разбросом пролетных частот из-за конечного времени излучения оптического фонона  $\tau_0 = 1/\nu_0$ , или с упругим рассеянием при  $p < p_0$ .

Рассмотрим сначала эти эффекты в полупроводнике с постоянной эффективной массой, чтобы составить основу для дальнейшего обсуждения их в графене. В работе [15] была вычислена проводимость электронов при стриминге в полупроводнике с постоянной эффективной массой, в отсутствие упругого рассеяния и при малой величине времени  $\tau_0$ . Для большой величины безразмерной частоты  $\Omega = \omega\tau$  и малом  $\tau_0$  вычисленная в [15] проводимость при стриминге такова:

$$\sigma_\Omega = \frac{\omega_p^2 Q(x) - \sin \Omega + i(R - \cos \Omega)}{4\pi\omega_E \Omega (R - \cos \Omega)^2 + R^2 \sin^2 \Omega}. \quad (3)$$

Здесь  $\omega_p$  — плазменная частота электронов,  $Q = x^2/10$ ,  $R = 1 - 0.15x^2$ ,  $x \approx \omega(\tau_0\tau^2)^{1/3}$ . На рис. 3 приведена зависимость безразмерной проводимости  $\Sigma_\tau = \sigma_\Omega \cdot 4\pi\omega_E/\omega_p^2$  от  $\Omega$  для  $x = 0.5$ . Проводимость имеет осциллирующий характер (с изменением знака до отрицательного значения реальной части при  $\omega > \omega_0$ ) и отрицательное значение мнимой части в окрестности пролетного резонанса. Важно, что частоты отрицательной реальной части и отрицательного провала мнимой части изменяются с пролетной частотой, позволяя перестраивать по частоте эти области приложенным напряжением. Это показано в экспериментах [7], где наблюдалось стимулированное СВЧ излучение в InP с перестройкой частоты от 50 до 200 ГГц при изменении напряжения от 200 до 400 В/см. В работах по моделированию подобной отрицательной проводимости в полупроводниках (в GaAs, InP на СВЧ [16,17] и в GaN на ТГц [18]) было отмечено, что отрицательная дифференциальная проводимость (ОДП) и группировка электронов могут возникать не только из-за конечного  $\tau_0$ , но и благодаря упругому рассеянию при  $p < p_0$ . Чтобы показать это и общий характер зависимостей отклика при пролетном резонансе, мы приводим результаты расчетов при идеальном стриминге для электронной системы с

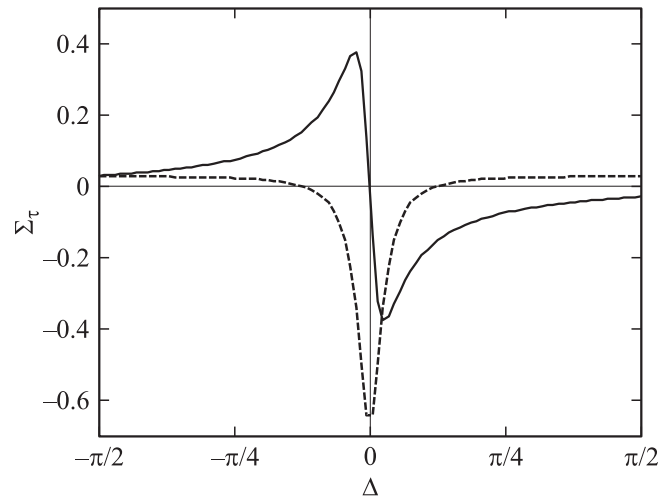


Рис. 3. Безразмерная проводимость  $\Sigma_\tau(\Delta)$ ,  $\Delta = \Omega - 2\pi$ , вблизи пролетного резонанса при стриминге в полупроводнике с постоянной эффективной массой при малом времени излучения оптического фонона и без упругого рассеяния: сплошная линия —  $\text{Re } \Sigma_\tau$ , штриховая —  $\text{Im } \Sigma_\tau$ .

постоянной эффективной массой, а затем проведем аналогичные расчеты в графене (поскольку другие расчеты пока отсутствуют).

Идеальный стриминг — это ситуация, когда предполагается, что время излучения оптического фонона электроном  $\tau_0 = 0$  (рис. 2). Тогда электрон, достигший энергии оптического фонона, мгновенно возвращается в точку  $p = 0$ . В отсутствие упругого рассеяния в электрическом поле  $E$  вдоль оси  $z$  функция распределения электронов в графене  $F(p_x, p_z)$  является одномерной:

$$F(p_x, p_z) = f(p_z)\delta(p_x) = \frac{N}{p_0} \prod\left(\frac{p_z}{p_0}\right)\delta(p_x),$$

$$\prod(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ 0, & x < 0 \text{ и } x > 1 \end{cases}, \quad (4)$$

$\delta$  — дельта-функция,  $N$  — концентрация электронов. Уравнение для амплитуды возмущения функции распределения  $\tilde{f}_0$  в слабом переменном поле  $\tilde{E} \propto \exp(i\omega t)$  с амплитудой  $\tilde{E}_0$  на частоте  $\omega$  будет

$$i\omega\tilde{f}_0 + eE \frac{d\tilde{f}_0}{dp_z} = -e\tilde{E}_0 \frac{df_0}{dp_z} \delta(p_z) + eE_0\tilde{f}_0(p_0)\delta(\mathbf{p}) + e\tilde{E}_0 f_0(p_0)\delta(p_z), \quad (5)$$

где  $E$  — постоянное электрическое поле,  $f_0 = N_0/p_0$  при  $\mathbf{p} = (0, p_0)$  — невозмущенная, не зависящая от времени функция распределения с  $\frac{df_0}{dp_z} = \frac{N_0}{p_0} \delta(p_z)$ , а два последних члена — это переменные потоки электронов через  $p_0$ , которые возвращаются в точку  $p = 0$  из-за бесконечно быстрого излучения оптического фонона. При  $\tilde{E}_0 = 0$  мы получаем  $\tilde{f}_0 = C \exp[-i\omega p_z/(eE)]$ , и, скажем,

из условия, что переменная составляющая концентрации  $\tilde{N}_0 = \int \tilde{f}_0 dp_z = C \{ \exp[-i\omega p_z / (eE)] - 1 \} = 0$ , получаем:  $C \neq 0$  только при  $\omega_n = 2\pi n e E / p_0 = 2\pi n / \tau_E$ . Это и есть частоты пролетного резонанса. Когда  $\tilde{E}_0 \neq 0$ , ввиду того что  $f_0(p_0) = f_0(0) = N_0/p_0$ , члены с переменным полем в правой части уравнения сокращаются, а  $\tilde{f}_0$  и переменный ток не возбуждаются — т.е. отклика на переменное поле нет.

При упругом рассеянии при  $p < p_0$ , пренебрегая вкладом от электронов вне стриминга, учтем в стриминге только „уходный“ член с постоянной малой частотой „ухода“  $\nu$ . Тогда уравнения для  $f_0(p_z)$  и  $\tilde{f}_0(p_z)$  будут:

$$eE \frac{df_0}{dp_z} = -\nu f_0 + I \delta(p_z), \quad (6)$$

$$i\omega_0 \tilde{f}_0 + eE \frac{d\tilde{f}_0}{dp_z} = \nu \tilde{f}_0 - \frac{e\tilde{E}_0 N_0}{p_0} \delta(p_z) - e\tilde{E}_0 \frac{df_0}{dp_z} + eE \tilde{f}_0(p_0) \delta(p_z) + e\tilde{E}_0 f_0(p_0) \delta(p_z). \quad (7)$$

Здесь в пренебрежении электронами вне стриминга  $I = eE_0 f_0(p_0)$ , а  $f_0(0) \approx N_0/p_0$ ,  $\frac{df_0}{dp_z} = \frac{N_0}{p_0} \delta(p_z)$  и  $\nu p_0 / eE_0 \ll 1$ . В безразмерных переменных

$$x = \frac{p_z}{p_0}, \quad \varphi_0(x) = \frac{f_0(x)}{f_0(0)}, \quad \varphi(x) = \frac{\tilde{f}_0(x)}{f_0(0)},$$

$$\Omega = \frac{\omega p_0}{eE_0}, \quad \tilde{\Omega} = \frac{(\omega - i\nu)p_0}{eE_0}, \quad Q = \frac{\tilde{E}_0}{E_0}$$

уравнение (7) будет выглядеть следующим образом:

$$i\tilde{\Omega}\varphi(x) + \frac{d\varphi(x)}{dx} = -Q\delta(x) - Q \frac{d\varphi_0(x)}{dx} + \varphi(1)\delta(x) + Q\varphi_0(1)\delta(x), \quad (8)$$

$\varphi(1) = \exp(-\mu)$ ,  $\mu = \nu p_0 / (eE_0)$ . Как сказано выше, мы считаем, что  $\mu$  мало ( $\mu \ll 1$ ). При таком  $\mu$  получаем (приближенно):

$$i\tilde{\Omega}\varphi(x) + \frac{d\varphi(x)}{dx} = -\mu Q\delta(x) + \mu Q + \varphi(1)\delta(x). \quad (9)$$

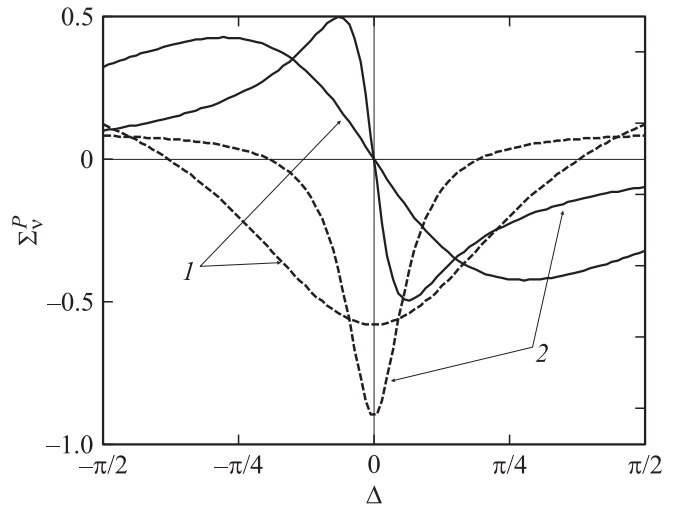
При решении этого уравнения и нахождении  $\varphi(1)$  мы учтем только резонансные члены с условием резонанса в знаменателе выражения для  $\varphi(x)$ , предполагая также, что  $\Omega$  велико. Тогда получим

$$\varphi(x) \approx \varphi_{cut}(x) = -\mu Q \frac{\exp(-i\tilde{\Omega}x)}{1 - \exp(-i\tilde{\Omega})}. \quad (10)$$

Из выражения (7) находим амплитуду плотности тока  $J$ :

$$J = e \int \tilde{f}_0 V(p) dp = e f_0(0) \int V(p) \varphi_{cut}(x) dx = \frac{eN_0}{p_0} \int V(p) \varphi_{cut}(x) dx = \sigma \tilde{E}_0, \quad (11)$$

где  $V(p)$  — скорость электронов, а  $\sigma$  — (комплексная) проводимость. В параболической зоне  $V(p) = p/m_0$  лег-



**Рис. 4.** Безразмерная проводимость  $\Sigma_V^p(\Delta)$ ,  $\Delta = \Omega - 2\pi$ , вблизи пролетного резонанса при стриминге в полупроводнике с постоянной эффективной массой в случае идеального стриминга ( $\tau_0 = 0$ ), но с учетом упругого рассеяния. Сплошные кривые —  $\text{Re} \Sigma_V^p$ , штриховые —  $\text{Im} \Sigma_V^p$ ;  $\mu$ : 1 — 0.5, 2 — 0.2.

ко интегрируется и мы получаем:

$$\sigma = \sigma_V^p = \frac{e^2 N_0 p_0}{emE_0 \Omega} \Sigma_V^p(\mu, \Omega),$$

$$\Sigma_V^p(\mu, \Omega) = \mu \exp(-\mu) \frac{-\sin \Omega - i(\cos \Omega - \exp(-\mu))}{1 + \exp(-2\mu) - 2 \exp(-\mu) \cos \Omega}. \quad (12)$$

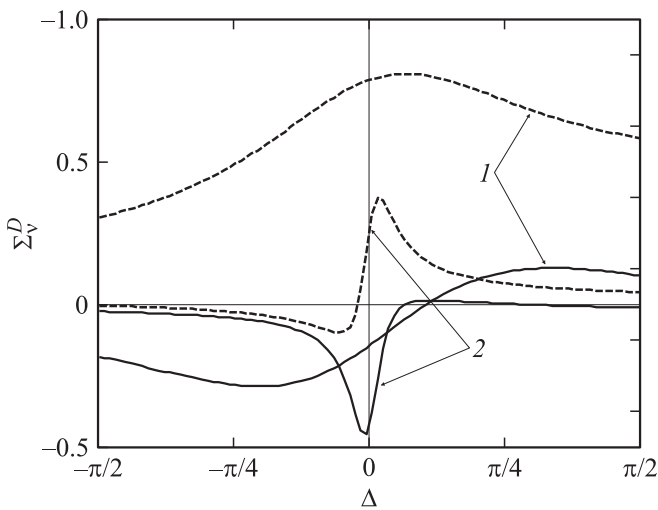
Кривые  $\Sigma_V^p(\mu, \Omega)$  приведены на рис. 4. Видно, что они аналогичны  $\Sigma_T$  на рис. 3.

Оба эти расчета (рис. 3 и 4) показывают, что на частоте пролетного резонанса мнимая часть проводимости отрицательна. Это дает (для рассматриваемого нами случая переменного поля  $\tilde{E} \propto \exp(i\omega t)$ ) отрицательный вклад в действительную часть диэлектрической проницаемости электронной системы в окрестности пролетного резонанса. Последнее означает, что при стриминге на этих частотах могут существовать и возбуждаться из-за отрицательной реальной части проводимости плазменные колебания. Это и было промоделировано в работе [19].

Теперь рассмотрим дираковскую зону. Для электронов в графене

$$V(p) = V_F \frac{p_z}{\sqrt{p_x^2 + p_z^2}}. \quad (13)$$

При идеальном стриминге функции распределения  $f_0(\mathbf{p})$  и  $\tilde{f}_0(\mathbf{p})$  пропорциональны  $\delta(p_x)$ , и поэтому в (13) надо бы положить  $p_x = 0$ . Тогда просто  $V(p) = V_F$  и  $V = i\mu V_F Q / \tilde{\Omega}$ , а  $\sigma^D = i\mu e^2 N_0 / [\tilde{m}(\omega - i\nu)]$ ,  $\tilde{m} = p_0 / V_F$ , т.е. мнимая часть положительна и не позволяет существовать плазмонным резонансам. Однако пролетный резонанс пропал и проводимость мала. Чтобы „вернуть“



**Рис. 5.** Безразмерная проводимость  $\Sigma_v^D(\Delta)$ ,  $\Delta = \Omega - 2\pi$  вблизи пролетного резонанса при идеальном стриминге ( $\tau_0 = 0$ ) в графене с учетом упругого рассеяния и дираковского спектра электронов. Сплошные кривые —  $\text{Re } \Sigma_v^D$ , штриховые —  $\text{Im } \Sigma_v^D$ ;  $M, \mu$ : 1 — 20, 1; 2 — 2, 0.1.

резонанс в отклик, надо учесть неидеальность („толщину“) стриминга. Мы возьмем следующее выражение для распределения при стриминге по  $y = p_x/p_0$ :

$$\Phi(y) = \sqrt{\frac{M}{\pi}} \int_{-\infty}^y \exp(-My^2) dy$$

(см. формулу (1)) и усредним по нему выражение для тока с  $V(p)$  из (13). В результате выражение для проводимости  $\sigma^D$  будет

$$\sigma^D = \frac{e^2 N_0}{\tilde{m} \omega} \Sigma_v^D(\mu, M, \Omega), \quad \tilde{m} = \frac{p_0}{V_F},$$

$$\Sigma_v^D(\mu, M, \Omega) = \sqrt{\frac{M}{\pi}} \frac{\mu \Omega \exp(-\mu[\exp(-\mu + i\Omega) - 1])}{1 + \exp(-2\mu) - 2 \exp(-\mu) \cos \Omega}$$

$$\times \int_0^1 \exp\left(\frac{Mx^2}{2} + (-\mu - i\Omega)x\right) K_0\left(\frac{Mx^2}{2}\right) dx. \quad (14)$$

Здесь  $K_0$  — модифицированная функция Бесселя. Примеры  $\Sigma_v^D(\mu, M, \Omega)$  представлены на рис. 5. Отметим: 1) при  $\mu = 1$ , т.е. на пороге начала стриминга, область положительных значений  $\text{Im } \Sigma_v^D$  чрезвычайно широкая по частоте  $\Omega$ ; 2) в  $\text{Im } \Sigma_v^D$  появляется отрицательное малое „плечо“ при  $\Omega < 2\pi$ ; 3) при всех  $M$  и  $\mu$  имеются области, где  $\text{Re } \Sigma_v^D < 0$ .

## 5. Обсуждение

Проведенные оценки частот рассеяний позволили сделать вывод о том, что в сэндвичах (нитрид бора)–графен

при комнатной температуре и концентрации ионизованных примесей  $N \approx 10^{10} \text{ см}^{-2}$  может быть осуществлен стриминг, при котором проводимость электронов имеет особенности на частотах вблизи пролетного резонанса. Это позволяет интерпретировать наблюдавшиеся в работе [1] резонансные эффекты при прохождении ТГц излучения через сэндвичи (нитрид бора)–графен с затворами. Эти особенности отражены на рис. 1 и обсуждались во Введении. Для качественного объяснения этих наблюдений в работе [1] надо иметь в виду (как отмечено выше), что, во-первых, при  $\mu = 1, M = 20$ , т.е. на пороге начала стриминга, область положительных значений  $\text{Im } \Sigma_v^D$  чрезвычайно широкая по частоте  $\Omega$ . Поэтому плазмонные резонансы для всех ширин затворов попадают в область  $\text{Im } \Sigma_v^D < 0$ , и резонансы отсутствуют во всех случаях. Во-вторых, при дальнейшем увеличении поля, когда  $\mu$  и  $M$  падают, и при  $\Omega < 2\pi$  в  $\text{Im } \Sigma_v^D$  появляется отрицательное „плечо“, величина которого, однако, меньше, чем величина отрицательного значения реальной части проводимости. В таких условиях сложно говорить о существовании плазмонов и, скорее, следует считать, что переменное поле под затворами приблизительно однородное. Тем не менее в работе [1] резонансы с усилением здесь наблюдались, причем в области, где  $\text{Re } \Sigma_v^D$  отрицательна (на частотах, меньших пролетной частоты  $f_E$ ). Поскольку пороги зависят от ширины затворов (рис. 1), а поле  $E$  определяет и скорость дрейфа электронов, ясно, что резонансы связаны с пространственным пролетом электронов под затвором и должны определяться частотами  $f_S \approx V_D/d$  ( $V_D$  — скорость дрейфа электронов,  $d$  — ширина затвора) пространственного пролета электронов под затвором. По данным работы [1], в области стриминга  $V_D$  изменяется от  $1.5 \cdot 10^7$  до  $7 \cdot 10^7$  см/с, а в начале наблюдения резонансного усиления для  $d = 0.5$  мкм равна  $2.75 \cdot 10^7$  см/с. Вычисленная по этой величине скорости частота  $f_S$  неплохо согласуется с измеренным значением частоты резонанса — здесь в 0.5 ТГц. В случае более широких затворов для получения этого значения частоты резонанса  $f_S$  нужны большие дрейфовые скорости, что и наблюдалось. Стоит отметить, что и при таком пространственном резонансе тоже могут существовать эффекты усиления. В работе [20] показано, что, если простой проводник движется (дрейфует) через плоский конденсатор, сопротивление конденсатора может быть отрицательным вблизи пространственной пролетной частоты  $f_S$ . Нет сомнений, что аналогичная ситуация могла бы возникнуть и при дрейфе под затвором графена, проводимость которого „не простая“. Все это, конечно, требует более детальных рассмотрений и расчетов, выходящих за рамки настоящей работы.

Мы считаем, что все сделанные выводы, вместе с объяснением отсутствия ТГц резонансов в широкой области поля  $E$ , причины появления резонансов и наблюдения усиления в них при более высоких полях позволяют качественно объяснить эти эффекты на основе существования стриминга, дисперсионных эффектов и усиления

при пролетном резонансе в импульсном пространстве электронов и на координатном пространственном пролетном резонансе с дрейфовой скоростью под затворами.

Однако, на наш взгляд, самое важное то, что наша интерпретация, проведенные оценки частот рассеяния и модельные расчеты позволяют утверждать, что в высококачественных сэндвичах (гексагональный нитрид бора)–графен при  $T = 300$  К может быть осуществлен стриминг и усиление ТГц излучения на частотах вблизи пролетного резонанса в импульсном пространстве, перестраиваемого приложенным напряжением, в очень широкой области частот (до 2–3 октав). Это позволяет нам предложить простой, универсальный, перестраиваемый источник ТГц излучения на основе таких сэндвичей, аналогичный СВЧ генератору на пролетном резонансе в InP, представленному около 20 лет назад в работе [7].

## 6. Перестраиваемый по частоте напряжением терагерцовый генератор на сэндвичах hNb–графен

Схема генератора представлена на рис. 6. Шепчущие или подобные ТГц моды в кремнии своими „хвостами“ проникают в графен с током, что и приводит к усилению таких мод на частотах, меньших частоты пролетного резонанса. Затвор под сэндвичем на рис. 6 позволяет установить концентрацию электронов в графене под резонатором, оптимальную с точки зрения осуществления лазерного эффекта. Заметим следующее: ввиду того что моды в кремнии имеют фазовую скорость, которая значительно больше, чем скорость  $V_F$ , и они занимают объем кремния (а не графена, как для подзатворных плазмонов), особенности мнимой части проводимости при стриминге не играют здесь никакой роли. Важно только наличие отрицательной реальной части проводимости на частотах, меньших частоты пролетного резонанса, которая перестраивается приложенным к графену электрическим полем. Достаточно очевидно, что наряду с ТГц генератором на одном таком сэндвиче может быть помещен и перестраиваемый детектор, аналогичный представленному в работе [21], тем самым создается супергетеродинный ТГц приемник. Кажется,

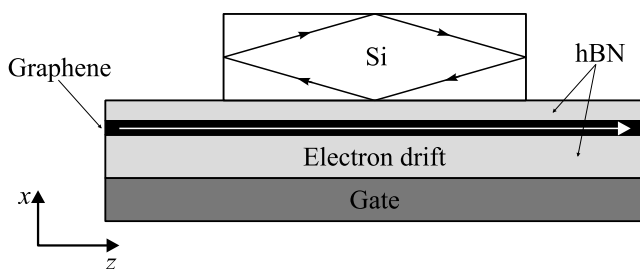


Рис. 6. Схема универсального перестраиваемого напряжением ТГц генератора на сэндвичах (нитрид бора)–графен.

что на данном этапе никаких дальнейших обсуждений проводить нецелесообразно.

## 7. Заключение

В настоящей работе предложено объяснение наблюдений, проведенных в работе [1], по прохождению при  $T = 300$  К ТГц излучения через системы затворов на сэндвичах (нитрид бора)–графен при наличии тока в графене, с переходом с изменением частот резонансных поглощений к усилению на подзатворных плазмонах с ростом приложенного поля. Объяснение основано на демонстрации существования в сэндвичах при  $T = 300$  К анизотропного распределения электронов (стриминга), при котором в системе электронов возникает пролетная частота в импульсном пространстве, определяемая временем ускорения электрона в электрическом поле в импульсном пространстве до энергии оптического фотона. Дисперсионные эффекты, возникающие в окрестности этой частоты, — изменение знака мнимой части проводимости и наличие отрицательной действительной части — и являются основой объяснения. Кроме того, как отмечено выше, для объяснения резонансов при усилении, наблюдавшихся в работе [1], существенны эффекты пространственного пролетного резонанса.

Мы считаем, что работы [1,21] и проведенные обсуждения закладывают начало новой эры в создании генераторов, приемников и приемопередающих систем ТГц диапазона на основе сэндвичей (гексагональный нитрид бора)–графен, работающих при комнатной температуре, потребность в которых диктуется разными областями науки и жизни. Мы очень надеемся, что настоящая работа, в которой речь идет о качественном рассмотрении (имеем в виду упрощенный, в какой-то мере „примитивный“ характер расчетов дисперсионного отклика на пролетном резонансе в графене и просто формулируем наличие пространственного пролетного резонанса), будет способствовать развитию технологии создания подобных высококачественных сэндвичей, более детальному моделированию и исследованию их транспортных параметров, ТГц характеристик, а также созданию на основе сэндвичей перестраиваемых приложенными напряжениями генераторов и приемников при  $T = 300$  К.

## Благодарности

Авторы благодарны В.И. Гавриленко (ИФМ РАН), обратившему наше внимание на работы [1,20], М.А. Новикову, А.М. Клушину (ИФМ РАН), М.Ю. Глявину, А. Федотову (ИПФ РАН) за интерес к работе, В.И. Рыжию (ИПСВЧЭ РАН) и В.В. Курину (ИФМ РАН) за обсуждение и замечания по работе.

**Финансирование работы**

Работа выполнена в рамках государственного контракта ИФМ РАН № 0035-2019-0021-С-01.

**Конфликт интересов**

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

**Список литературы**

- [1] S. Boubanga-Tombet, D. Yadav, W. Кнар, V.V. Попов, T. Otsuji. arXiv:1801, 04518 (2018).
- [2] M. Dyakonov, M. Shur. Phys. Rev. Lett., **71**, 2465 (1993).
- [3] M. Dyakonov, M. Shur. IEEE Trans. ED, **43** (3), 380 (1996).
- [4] M.A. Yamoah, W. Yang, E. Pop, D. Goldhaber-Gordon. ACS Nano, **11**, 9914 (2017).
- [5] V. Perebeinos, P. Avouris. Phys. Rev. B, **81**, 195442 (2010).
- [6] V. Ryzhii, A. Satou, T. Otsuji. J. Appl. Phys., **101**, 024509 (2007).
- [7] Л.Е. Воробьев, С.Н. Данилов, В.Н. Тулупенко, Д.А. Фирсов. Письма ЖЭТФ, **73** (5), 253 (2001).
- [8] T. Kurosawa. J. Phys. Soc. Jpn., **31**, 668 (1971).
- [9] А.А. Андронов. ФТП, **21** (7), 1153 (1987).
- [10] А.А. Андронов. In: *Electrons and Phonons*, ed. by C.V. Shank, B. Pachar, B.P. Zakharchenya (Elsevier, 1992) Chap. 4, p. 169.
- [11] J. Chauhan, J. Guo. Appl. Phys. Lett., **95**, 023120 (2009).
- [12] T. Ando. J. Phys. Soc. Jpn., **75**, 074716 (2006).
- [13] A.H. Castro Neto, F. Guinea, N.M.R. Peres, K.S. Novoselov, A.K. Geim. Rev. Mod. Phys., **81**, 110 (2009).
- [14] A. Shaffique, E.H. Hwang, V.M. Galitski, S. Das Sarma. PNAS, **104** (47), 18382 (2007).
- [15] А.А. Андронов, В.А. Козлов. Письма ЖЭТФ, **17** (2), 124 (1973).
- [16] Е.В. Стариков, П. Шикторов. ФТП, **17** (12), 2120 (1983).
- [17] Y.K. Pozhela, E.V. Starikov, P.N. Shiktorov. Semicond. Sci. Technol., **7**, B386 (1992).
- [18] E.V. Starikov, P.N. Shiktorov, V. Gruzinskis, L. Reggiani, L. Varani, J.C. Vaissiere, Jian H. Zhao. IEEE Trans. ED, **48** (3), 438 (2001).
- [19] В.Л. Кустов, В.И. Рыжий, Ю.С. Сигов. ЖЭТФ, **79** (6), 2381 (1980).
- [20] А.А. Андронов. ЖЭТФ, **55** (8), 496 (1968).
- [21] D.A. Bandurin, D. Svintsov, I. Gayduchenko, S.G. Xu, A. Principi, M. Moskotin, I. Tretyakov, D. Yagodkin, S. Zhukov, T. Taniguchi, K. Watanabe, I.V. Grigorieva, M. Polini, G.N. Goltzman, A.K. Geim, G. Fedorov. Nature Commun., **9**, 5392 (2018).

Редактор Л.В. Шаронова

**THz dispersion and amplification under electron streaming in graphene at 300 K**

A.A. Andronov, V.I. Pozdniakova

Institute for Physics of Microstructures,  
Russian Academy of Sciences,  
603950 Nizhny Novgorod, Russia

**Abstract** Interpretation of recent observations by T. Otsuji group in Sendai of switching from absorption to amplification in THz transmission at the temperature  $T = 300$  K through multiple gate system on hBN–graphene sandwiches with rise in electric field in graphene is given. The observations are explained as due to THz dispersion and negative conductivity at momentum space transit time resonance under non-equilibrium anisotropic „streaming“ electron distribution in graphene. Basing on these considerations the universal tunable THz source is proposed consisting just of intrinsic silicon piece (a resonator) placed on the sandwich with biased graphene. Such a source is a complete analog of microwave laser in InP crystal demonstrated by V.E. Vorobjev group in St. Petersburg.