

XXIV Международный симпозиум „Нанofизика и наноэлектроника“,  
Нижний Новгород, 10–13 марта 2020 г.

## Влияние граничных условий на высокочастотную электропроводность тонкого проводящего слоя в продольном магнитном поле

© И.А. Кузнецова, О.В. Савенко, П.А. Кузнецов

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,  
150003 Ярославль, Россия

E-mail: kuz@uniyar.ac.ru

Поступила в Редакцию 15 апреля 2020 г.

В окончательной редакции 21 апреля 2020 г.

Принята к публикации 21 апреля 2020 г.

В рамках кинетического подхода решена задача о высокочастотной электропроводности тонкого проводящего слоя в продольном магнитном поле с учетом диффузно-зеркальных граничных условий. Коэффициенты зеркальности поверхностей слоя предполагаются различными. Получено аналитическое выражение для безразмерной интегральной проводимости как функции безразмерных параметров: толщины слоя, частоты электрического поля, индукции магнитного поля, химического потенциала и коэффициентов зеркальности поверхностей. Рассмотрены предельные случаи вырожденного и невырожденного электронного газа. Проведен сравнительный анализ теоретических расчетов с экспериментальными данными. Проиллюстрирован метод определения коэффициентов зеркальности и длины свободного пробега носителей заряда по продольному магнетосопротивлению тонкой металлической пленки.

**Ключевые слова:** кинетическое уравнение, функция распределения, коэффициент зеркальности, тонкий слой, электропроводность.

DOI: 10.21883/FTP.2020.09.49819.11

### 1. Введение

Бурное развитие тонкопленочных технологий привело к появлению множества работ, связанных с применением тонких проводящих слоев, в частности, в фотонике и нанофотонике [1,2], СВЧ-электронике [3,4], солнечной энергетике [5–9]. Современные интегральные схемы содержат несколько миллиардов транзисторов с характерным размером порядка нанометра. В связи с развитием и совершенствованием интегральных схем требования к качеству, параметрам и свойствам тонких слоев становятся довольно высокими.

Электрические свойства тонких проводящих слоев существенно отличаются от электрических свойств макроскопических образцов. Длина свободного пробега носителей заряда в металлах варьируется в пределах 10–100 нм, а в полупроводниках — в интервале 10–1000 нм [10,11]. Таким образом, практически реализуется ситуация, когда длина свободного пробега носителей заряда сравнима или больше толщины пленки. В случае, когда толщина слоя много больше длины волны де Бройля носителя заряда, имеющей значение порядка межатомного расстояния для металлов (~ 0.3 нм) и порядка 10 нм для полупроводников [10,11], квантовыми размерными эффектами можно пренебречь. Для решения подобных задач достаточно использо-

вать стандартный кинетический метод, заключающийся в решении уравнения Больцмана с соответствующими граничными условиями.

В известной теоретической работе Фукса, посвященной расчету статической проводимости тонкой металлической пленки, было введено понятие коэффициента зеркальности поверхности, характеризующего относительное число электронов, отражающихся от поверхности зеркально [12]. Влияние продольного и перпендикулярного магнитных полей на статическую проводимость тонкой металлической пленки было рассмотрено в работах [13,14].

В последнее десятилетие вышли публикации, посвященные теоретическим и экспериментальным исследованиям электрических и гальваномагнитных свойств тонких металлических пленок. В работе [15] построена модель статической проводимости тонкой металлической поликристаллической пленки. Работы [16–18] посвящены изучению влияния продольного, поперечного и перпендикулярного магнитных полей на удельное сопротивление тонких пленок золота зернистой структуры при температурах 4–50 К.

Случай высокочастотного электрического поля рассматривался в работах [19–23]. В работах [19–21] решены задачи высокочастотной электропроводности тонкой металлической пленки в отсутствие и при наличии пер-

пендикулярного магнитного поля. В работе [22] решена задача высокочастотной электропроводности тонкой полупроводниковой пленки. В работе [23] рассмотрен случай эллипсоидальной формы поверхности Ферми в задаче о высокочастотной электропроводности тонкой металлической пленки. Для решения задач в вышеуказанных работах использовался стандартный кинетический метод, заключающийся в решении уравнения Больцмана с соответствующими граничными условиями. Подобный метод решения применялся и для исследования электрических и гальваномагнитных свойств тонких металлических проволок. Так, в работах [24,25] решены задачи электропроводности и самоиндукции тонкой металлической проволоки с учетом сферически-симметричной [24] и эллипсоидальной [25] форм поверхности Ферми.

В настоящей работе построена теоретическая модель высокочастотной электропроводности тонкого проводящего слоя в продольном магнитном поле с учетом модели диффузно-зеркальных граничных условий. Предполагается, что толщина пленки много меньше глубины скин-слоя, что позволяет пренебречь скин-эффектом. Электрическое и магнитное поля считаются однородными.

## 2. Постановка задачи

Рассмотрим тонкий проводящий слой из металла или полупроводника  $n$ - или  $p$ -типа проводимости. Толщина слоя  $a$  может быть сравнима с длиной свободного пробега носителей заряда в массивном образце или меньше нее. Слой расположен параллельно плоскости XOZ декартовой системы координат. Постоянное магнитное поле с индукцией  $\mathbf{B}$  и переменное электрическое поле напряженности  $\mathbf{E}$  направлены параллельно плоскости слоя вдоль координатной оси OZ. Нижняя поверхность слоя соответствует плоскости  $y = 0$ , а верхняя поверхность —  $y = a$ .

Периодическое по времени электрическое поле изменяется по закону (1):

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t), \quad (1)$$

где  $\omega$  — частота электрического поля.

Электрическое поле действует на носители заряда, вызывая отклонение  $f_1$  их функции распределения  $f$  от равновесной функции Ферми-Дирака  $f_0$ :

$$\begin{aligned} f(\mathbf{v}, y, t) &= f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{v}, y, t) \\ &= f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{v}, y) \exp(-i\omega t), \end{aligned} \quad (2)$$

$$f_0(\varepsilon) = \frac{1}{1 + \exp((\varepsilon - \mu)/k_0T)}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon = mv^2/2$  — кинетическая энергия электрона (дырки) в случае сферически-симметричной энергетической зоны,  $m$  и  $v$  — соответственно эффективная масса и

скорость электрона (дырки),  $y$  — координата,  $T, \mu, k_0$  — соответственно температура, химический потенциал, постоянная Больцмана.

Функция  $f_1$  подчиняется кинетическому уравнению Больцмана в приближении времени релаксации  $\tau$  и линейном по внешнему полю приближении:

$$-i\omega f_1 + v_y \frac{\partial f_1}{\partial y} + e(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + \frac{e}{m} [\mathbf{v}, \mathbf{B}] \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{v}} = -\frac{f_1}{\tau}. \quad (4)$$

В качестве граничных условий используется модель диффузно-зеркальных граничных условий Фукса. Коэффициенты зеркальности верхней и нижней поверхностей слоя предполагаются разными:

$$\begin{cases} f_1(v_y, 0) = q_1 f_1(-v_y, 0), \\ f_1(-v_y, a) = q_2 f_1(v_y, a). \end{cases} \quad (5)$$

Неравновесная функция распределения позволяет рассчитать плотность тока в проволоке, определяемую стандартным выражением:

$$\mathbf{j} = 2e \left( \frac{m}{h} \right)^3 \int \mathbf{v} f_1 d^3v. \quad (6)$$

Здесь  $h$  — постоянная Планка.

Таким образом, решая уравнение Больцмана (4) с учетом граничных условий (5), получим выражение для функции распределения  $f_1$ , которое позволит рассчитать плотность тока и полную интегральную проводимость слоя.

## 3. Метод решения и математические расчеты

Отметим, что проекция траектории носителя заряда на поперечное сечение слоя будет иметь вид окружности. Следовательно, реализуются ситуации, когда траектория носителя заряда может пересекать или не пересекать границу слоя. В этом случае носители заряда можно разделить на четыре типа: носители, рассеивающиеся только на верхней поверхности слоя, только на нижней поверхности, на обеих поверхностях и не рассеивающиеся на границах. Обозначим  $f_1^d, f_1^u, f_1^{ud}$  и  $f_1^v$  функции распределения носителей заряда первого, второго, третьего и четвертого типа. В этом случае задача об определении функции распределения носителей заряда сводится к нахождению функций распределения носителей заряда каждого вышеуказанного типа.

Найдем вид функции  $f_1^d$ . Так как носители заряда рассеиваются только на нижней границе слоя, в качестве граничного условия будет использовано первое равенство системы (5):

$$f_1^d(v_y, 0) = q_1 f_1^d(-v_y, 0). \quad (7)$$

Кинетическое уравнение (4) с учетом (7) решается методом, аналогичным работе [26]. Неравновесная функция распределения  $f_1^d$  будет иметь вид

$$f_1^d(t') = -\frac{ev_z E}{v} \left( \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) \left[ 1 - \frac{(1 - q_1) \exp(-vt')}{1 - q_1 \exp(-vT')} \right]. \quad (8)$$

Здесь  $v = \tau^{-1} - i\omega$  — комплексная частота рассеяния,  $t'$  — время движения электрона (дырки) вдоль траектории от границы, на которой происходит отражение, до текущей точки,  $T'$  — время движения электрона (дырки) между двумя последовательными столкновениями с границей слоя.

В случае, когда траектория носителя заряда пересекает поверхность слоя, параметры  $t'$  и  $T'$  имеют вид

$$\begin{aligned} t' &= \varphi \delta / v_{\perp}, \\ T' &= \varphi' \delta / v_{\perp}, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\delta = mv_{\perp} / eB$  — радиус окружности, представляющей собой проекцию траектории носителя заряда на плоскость, перпендикулярную направлению вектора магнитной индукции,  $\varphi$  и  $\varphi'$  — соответственно центральные углы дуг, соответствующих траектории движения носителя заряда от точки соударения с поверхностью до текущей точки и между двумя последовательными соударениями с поверхностью слоя.

Аналогично предыдущему случаю находятся выражения для функций распределения  $f_1^u$  и  $f_1^{ud}$ . Граничные условия на эти функции имеют вид

$$f_1^u(-v_y, a) = q_2 f_1^u(v_y, a); \quad (10)$$

$$\begin{cases} f_1^{ud}(v_y, 0) = q_1 f_1^{ud}(-v_y, 0), \\ f_1^{ud}(-v_y, a) = q_2 f_1^{ud}(v_y, a). \end{cases} \quad (11)$$

Получаем выражения для функций  $f_1^u$  и  $f_1^{ud}$ :

$$f_1^u(t') = -\frac{ev_z E}{v} \left( \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) \left[ 1 - \frac{(1 - q_2) \exp(-vt')}{1 - q_2 \exp(-vT')} \right], \quad (12)$$

$$f_1^{ud}(t') = \begin{cases} -\frac{ev_z E}{v} \left( \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) \\ \quad \times \left[ 1 - \frac{1 - q_1 + q_1(1 - q_2) \exp(-vT')}{1 - q_1 q_2 \exp(-2vT')} \right. \\ \quad \times \exp(-vt') \left. \right] \text{ при } v_y > 0, \\ -\frac{ev_z E}{v} \left( \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) \\ \quad \times \left[ 1 - \frac{1 - q_2 + q_2(1 - q_1) \exp(-vT')}{1 - q_1 q_2 \exp(-2vT')} \right. \\ \quad \times \exp(-vt') \left. \right] \text{ при } v_y < 0. \end{cases} \quad (13)$$

Найдем функцию распределения не рассеивающихся на поверхностях слоя носителей заряда  $f_1^v$ . Ее можно

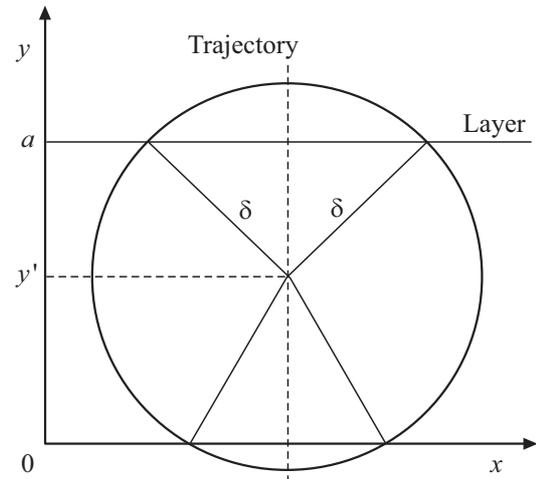


Рис. 1. Поперечное сечение слоя и траектория носителя заряда.

определить из функций  $f_1^d$ ,  $f_1^u$  и  $f_1^{ud}$ , если положить  $t', T' \rightarrow \infty$ . Получим следующее выражение:

$$f_1^v(t') = -\frac{ev_z E}{v} \left( \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right). \quad (14)$$

Найдем связь функций (8), (12)–(14) с функцией распределения всех носителей заряда  $f_1$ . Пусть  $y'$  — координата центра окружности, представляющей собой проекцию траектории носителя заряда на поперечное сечение слоя,  $\delta = mv_{\perp} / eB$  — радиус окружности. Из рис. 1 следует, что траектория носителя заряда пересекает нижнюю и верхнюю поверхности слоя при соответствующих условиях:

$$y' < \delta, \quad a - y' < \delta. \quad (15)$$

Тогда функцию распределения всех носителей заряда  $f_1$  можно записать в виде

$$\begin{aligned} f_1 &= \Theta(A_1)\Theta(-A_2)f_1^d + \Theta(-A_1)\Theta(A_2)f_1^u \\ &\quad + \Theta(A_1)\Theta(A_2)f_1^{ud} + \Theta(-A_1)\Theta(-A_2)f_1^v, \end{aligned} \quad (16)$$

где введены следующие обозначения:

$$A_1 = 1 - \frac{y'}{\delta}, \quad A_2 = 1 - \frac{a - y'}{\delta}. \quad (17)$$

Для расчета плотности тока удобно воспользоваться цилиндрической системой координат, главная ось которой сонаправлена с вектором индукции магнитного поля ( $\mathbf{v} = (v_{\perp}, \alpha, v_z)$ ,  $v_z$  — полярная ось):

$$j_z = 2e \left( \frac{m}{h} \right)^3 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} v_z f_1 v_{\perp} dv_{\perp} d\alpha dv_z. \quad (18)$$

Интегральную проводимость слоя можно найти следующим образом:

$$\sigma_a = \int_0^a \frac{j_z}{E} dy. \quad (19)$$

Подставляя (8), (12)–(14) в выражение для функции  $f_1$  (16), а затем в (18) и (19) и проведя серию математических преобразований, получим полную интегральную проводимость слоя:

$$\sigma_a(x_0, y_0, \beta_0, q_1, q_2, u_\mu) = \sigma_0 a \Sigma(x_0, y_0, \beta_0, q_1, q_2, u_\mu), \quad (20)$$

$$\Sigma(x_0, y_0, \beta_0, q_1, q_2, u_\mu) = \frac{x_0}{z_0} - B_1 - B_2 - B_3, \quad (21)$$

$$B_1 = \frac{1}{z_0} \int_0^{u_0} \int_{-1}^1 \sqrt{u_\perp/u_1} D(u_\perp) g_1(z_0 \varphi_1/\beta_0) d\eta du_\perp, \quad (22)$$

$$B_2 = \frac{1}{z_0} \int_{u_0}^\infty \int_{-1}^{\eta_0} \sqrt{u_\perp/u_1} D(u_\perp) g_1(z_0 \varphi_1/\beta_0) d\eta du_\perp, \quad (23)$$

$$B_3 = \frac{1}{z_0} \int_{u_0}^\infty \int_{\eta_0}^1 \sqrt{u_\perp/u_1} D(u_\perp) g_2(z_0 \varphi_2/\beta_0) d\eta du_\perp, \quad (24)$$

$$g_1(p) = \frac{2 - q_1 - q_2 - (q_1 + q_2 - 2q_1q_2) \exp(-p)}{[1 - q_1 \exp(-p)][1 - q_2 \exp(-p)]} \times [1 - \exp(-p)], \quad (25)$$

$$g_2(p) = \frac{2 - q_1 - q_2 + (q_1 + q_2 - 2q_1q_2) \exp(-p)}{1 - q_1q_2 \exp(-2p)} \times [1 - \exp(-p)], \quad (26)$$

$$D(u_\perp) = \frac{1}{2\pi I_0} \frac{x_0}{z_0} \int_0^\infty \sqrt{u_z} \frac{\exp(u_z + u_\perp - u_\mu)}{[1 + \exp(u_z + u_\perp - u_\mu)]^2} du_z, \quad (27)$$

$$\varphi_1 = 2\pi - 2 \arccos \eta,$$

$$\varphi_2 = \pi - \arccos \eta - \arccos(\eta_0 - \eta + 1),$$

$$u_0 = \beta_0^2 u_1/4, \quad \eta = \xi \beta_0 \sqrt{u_1/u_\perp} + \cos \alpha,$$

$$\eta_0 = \beta_0 \sqrt{u_1/u_\perp} - 1, \quad I_0 = \int_0^\infty \frac{\sqrt{u} du}{1 + \exp(u - u_\mu)},$$

$$u_z = \frac{mv_z^2}{2k_0T}, \quad u_\perp = \frac{mv_\perp^2}{2k_0T}, \quad u = \frac{mv^2}{2k_0T}, \quad u_\mu = \frac{\mu}{k_0T},$$

$$u_1 = \frac{mv_1^2}{k_0T}, \quad z_0 = \frac{av}{v_1} = \frac{a}{v_1\tau} - i \frac{a\omega}{v_1} = x_0 - iy_0,$$

$$\xi = \frac{y}{a}, \quad \beta_0 = \frac{eBa}{mv_1}.$$

Здесь  $\sigma_0 = ne^2\tau/m$  — статическая проводимость,  $\Sigma$  — безразмерная проводимость слоя, которая зависит от

следующих безразмерных параметров:  $x_0$  — толщина слоя,  $y_0$  — частота электрического поля,  $\beta_0$  — индукция магнитного поля,  $u_\mu$  — химический потенциал,  $q_1$  и  $q_2$  — коэффициенты зеркальности верхней и нижней поверхностей. Параметры  $x_0, y_0, z_0$  и  $\beta_0$  нормированы на характерную скорость носителей заряда, которая определяется следующим образом:

$$nv_1^2 = \frac{5}{3} \int v^2 f_0 \frac{2d^3(mv)}{h^3}. \quad (28)$$

Здесь  $n$  — концентрация носителей заряда, определяемая следующим выражением:

$$n = 2 \left(\frac{m}{h}\right)^3 \int f_0 d^3v = 4\pi \left(\frac{m}{h}\right)^3 \left(\frac{2k_0T}{m}\right)^{3/2} I_0. \quad (29)$$

Для случая вырожденного ферми-газа при  $T \rightarrow 0$   $v_1 \rightarrow v_F$ , где  $v_F$  — скорость Ферми. В другом предельном случае для невырожденного электронного газа при  $T \rightarrow \infty$   $v_1 \rightarrow v_T$ , где  $v_T = \sqrt{5k_0T/m}$  имеет порядок средней тепловой скорости носителей заряда.

Рассмотрим влияние на проводимость процессов рассеяния носителей заряда, происходящих в объеме и на поверхностях слоя. Составляющая плотности тока, учитывающая объемное рассеяние носителей заряда, будет равна:

$$j_z^v = 2e \left(\frac{m}{h}\right)^3 \int_{-\infty}^\infty \int_0^\infty \int_0^{2\pi} v_z \Theta(-A_1) \Theta(-A_2) f_1^v v_\perp dv_\perp d\alpha dv_z. \quad (30)$$

Подставляя выражение (30) в (19) и проведя математические упрощения, получим выражение для составляющей проводимости, учитывающей только объемное рассеяние носителей заряда:

$$\sigma_{av}(x_0, y_0, \beta_0, u_\mu) = \sigma_0 a \Sigma_v(x_0, y_0, \beta_0, u_\mu), \quad (31)$$

$$\Sigma_v(x_0, y_0, \beta_0, u_\mu) =$$

$$= \frac{x_0}{z_0} \left\{ 1 - \frac{\pi}{4\beta_0 I_0 \sqrt{u_1}} \int_0^{u_0} \frac{u^2 \exp(u - u_\mu)}{[1 + \exp(u - u_\mu)]^2} du - \frac{2}{3I_0} \int_{u_0}^\infty \frac{u^{3/2} \exp(u - u_\mu)}{[1 + \exp(u - u_\mu)]^2} F_v \left( \frac{\beta_0}{2} \sqrt{\frac{u_1}{u}} \right) du \right\}, \quad (32)$$

$$F_v(\xi) = (1 - \xi^2)^{3/2} + \frac{3}{8} \left( \frac{\arcsin \xi}{\xi} - (1 - 2\xi^2) \sqrt{1 - \xi^2} \right). \quad (33)$$

Проводимость с учетом поверхностного рассеяния носителей заряда определяется как разность между полной проводимостью и проводимостью с учетом только

объемного рассеяния носителей заряда:

$$\sigma_{as}(x_0, y_0, \beta_0, q_1, q_2, u_\mu) = \sigma_0 a \Sigma_s(x_0, y_0, \beta_0, q_1, q_2, u_\mu), \quad (34)$$

$$\Sigma_s(x_0, y_0, \beta_0, q_1, q_2, u_\mu) = \Sigma(x_0, y_0, \beta_0, q_1, q_2, u_\mu) - \Sigma_v(x_0, y_0, \beta_0, u_\mu). \quad (35)$$

Здесь  $\Sigma_v$  и  $\Sigma_s$  — соответственно безразмерные проводимости с учетом объемного и поверхностного рассеяния носителей заряда.

#### 4. Предельные случаи

1. Рассмотрим случай вырожденного электронного газа ( $\exp(u_\mu) \gg 1$ ), соответствующий случаю металлического слоя с относительно низкой температурой, малой эффективной массой и высокой концентрацией носителей заряда. Равновесная функция распределения принимает вид ступенчатой аппроксимации:

$$f_0(\varepsilon) = \begin{cases} 1, & 0 < \varepsilon < \varepsilon_F, \\ 0, & \varepsilon > \varepsilon_F, \end{cases} \quad (36)$$

где  $\varepsilon_F = mv_F^{2/2}$  — энергия Ферми,  $v_F$  — скорость Ферми.

В этом случае выражение для интегральной проводимости (20)–(24) упрощается, поскольку формулы (22)–(24) приводятся к виду:

$$B_1 = \frac{3}{32z_0} \left\{ \Theta(\beta_0 - 2) \int_{-1}^1 g_1(z_0\varphi_1/\beta_0) d\eta + \Theta(2 - \beta_0) \int_{-1}^{\beta_0-1} g_1(z_0\varphi_1/\beta_0) d\eta \right\}, \quad (37)$$

$$B_2 = \frac{3}{2\pi z_0} \Theta(2 - \beta_0) \int_{\beta_0-1}^1 F\left(\frac{\beta_0}{\eta+1}\right) g_1(z_0\varphi_1/\beta_0) d\eta, \quad (38)$$

$$B_3 = \frac{3}{2\pi z_0} \Theta(2 - \beta_0) \int_{\beta_0/2}^1 \int_{\eta_0}^1 \rho^2 \sqrt{1 - \rho^2} g_2(z_0\varphi_2/\beta_0) d\eta d\rho, \quad (39)$$

$$F(\xi) = \frac{1}{8} [\arcsin(\xi) - \xi(1 - 2\xi^2)\sqrt{1 - \xi^2}], \quad (40)$$

$$\rho = v_\perp/v_F, \quad \eta_0 = \beta_0/\rho - 1. \quad (41)$$

Безразмерная проводимость с учетом объемного рассеяния носителей заряда принимает следующий вид:

$$\Sigma_v(x_0, y_0, \beta_0) = \frac{x_0}{z_0} \times \left[ 1 - \Theta(2 - \beta_0) F_v\left(\frac{\beta_0}{2}\right) - \Theta(\beta_0 - 2) \frac{3\pi}{8\beta_0} \right], \quad (42)$$

$$F_v(\xi) = (1 - \xi)^{3/2} + \frac{3}{8} \left( \frac{\arcsin \xi}{\xi} - (1 - 2\xi^2)\sqrt{1 - \xi^2} \right). \quad (43)$$

2. Рассмотрим случай невырожденного электронного газа ( $\exp(u_\mu) \ll 1$ ), соответствующий случаю полупроводника с относительно высокой температурой, большой эффективной массой и малой концентрацией носителей заряда. Равновесная функция распределения принимает вид классического распределения Максвелла-Больцмана:

$$f_0(\varepsilon) = \exp((\mu - \varepsilon)/k_0T) = A \exp(-\varepsilon/k_0T). \quad (44)$$

Выражение для интегральной проводимости (20)–(24) упрощается, так как  $D(u_\perp)$  (27) и  $u_1$  преобразуются к виду

$$D(u_\perp) = \frac{x_0}{2\pi z_0} \exp(-u_\perp); \quad u_1 = 5/2. \quad (45)$$

Безразмерная проводимость с учетом объемного рассеяния носителей заряда принимает следующий вид:

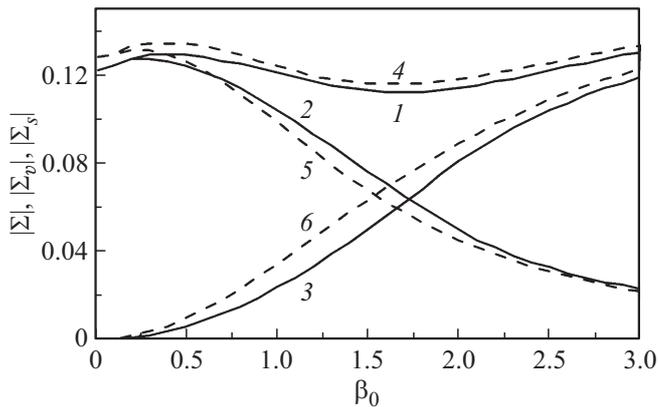
$$\Sigma_v(x_0, y_0, \beta_0) = \frac{x_0}{z_0} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{u_0}} + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{u_0}^{\infty} \sqrt{u - u_0} \left( \frac{2}{u^2} + \frac{2}{u} + u - \frac{3}{2} - u_0 \right) \exp(-u) du \right\}. \quad (46)$$

3. В случае, когда толщина слоя много больше длины свободного пробега носителей заряда  $a \ll \lambda$ , экспоненты  $\exp(-z_0\varphi_1/\beta_0)$  и  $\exp(-z_0\varphi_2/\beta_0)$  в выражениях (22)–(24) быстро затухают, и слагаемые с множителем  $1/z_0$  в выражении (21) стремятся к нулю. В результате электропроводность толстого слоя (20) приводится к следующему виду [27]:

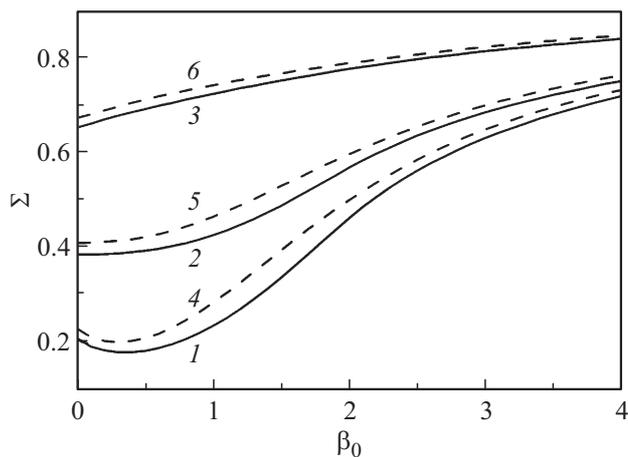
$$\sigma_a = \sigma_0 a x_0 / z_0 = a \sigma_0 / (1 - i\omega\tau). \quad (47)$$

#### 5. Анализ результатов

На рис. 2 изображены зависимости модуля полной безразмерной проводимости  $\Sigma$ , тонкого металлического (сплошные кривые 1–3) и полупроводникового (пунктирные кривые 4–6) слоя от безразмерной индукции магнитного поля  $\beta_0$ . Безразмерная частота электрического поля равна 0.5. На рис. 2 также показаны модули вкладов в полную проводимость составляющих  $\Sigma_v$  и  $\Sigma_s$ , учитывающих только объемное ( $\Sigma_v$ ) и только поверхностное ( $\Sigma_s$ ) рассеяние носителей заряда. С увеличением безразмерной индукции магнитного поля  $\beta_0$  наблюдается увеличение  $\Sigma_v$  (кривые 3, 6) и уменьшение  $\Sigma_s$  (кривые 2, 5), что связано с уменьшением относительного числа носителей заряда, рассеивающихся на границах слоя. Сплошные кривые 1 и 3 лежат ниже пунктирных кривых 4 и 6. При  $\beta_0 < 0.7$  сплошная кривая 2 находится ниже пунктирной кривой 5, а при  $\beta_0 > 0.7$  ситуация меняется: кривая 2 располагается



**Рис. 2.** Зависимости модуля безразмерной интегральной проводимости тонкого металлического (сплошные кривые 1–3) и полупроводникового (пунктирные кривые 4–6) слоя от безразмерной индукции магнитного поля  $\beta_0$  при значениях  $y_0 = 0.5$ ,  $x_0 = 0.1$  и  $q_1 = q_2 = 0$ ; 1, 4 — модуль полной безразмерной интегральной проводимости  $\Sigma$  (36); 2, 5; 3, 6 — модули составляющих проводимости, учитывающих только поверхностное  $\Sigma_s$  (49) и только объемное  $\Sigma_v$  (56), (60) рассеяние носителей заряда соответственно.



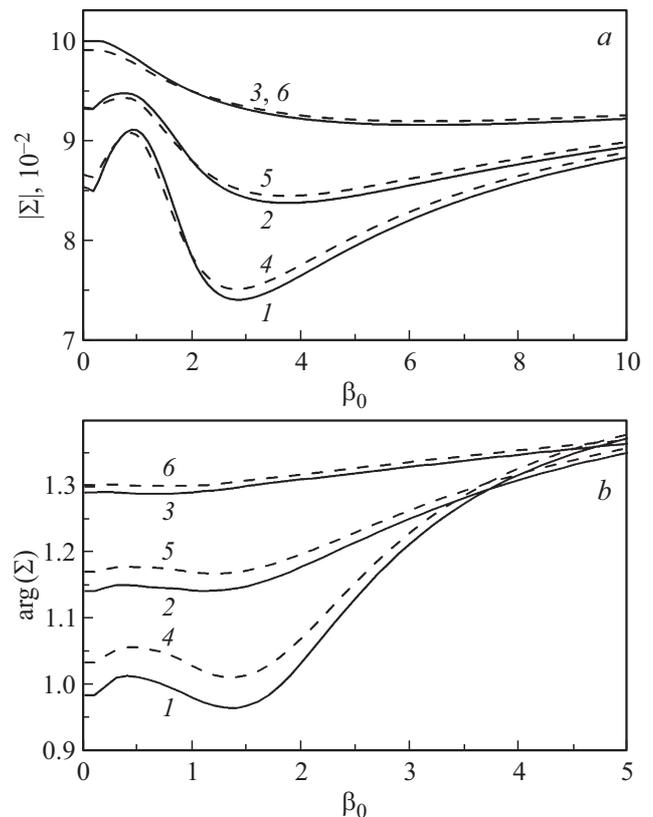
**Рис. 3.** Зависимости безразмерной интегральной проводимости  $\Sigma$  тонкого металлического (сплошные кривые 1–3) и полупроводникового (пунктирные кривые 4–6) слоя от безразмерной индукции магнитного поля  $\beta_0$  при значениях  $y_0 = 0$  и  $x_0 = 0.1$ : 1, 4 —  $q_1 = q_2 = 0$ ; 2–5 —  $q_1 = q_2 = 0.6$ ; 3, 6 —  $q_1 = q_2 = 0.9$ .

выше кривой 5. На графике видно, что модуль полной безразмерной проводимости имеет максимум при совпадении безразмерных частот электрического и индукции магнитного полей ( $y_0 = \beta_0 = 0.5$ ).

На рис. 3 построены зависимости полной безразмерной проводимости тонкого металлического (сплошные кривые 1–3) и полупроводникового (пунктирные кривые 4–6) слоя от безразмерной индукции магнитного поля  $\beta_0$  в случае постоянного электрического поля ( $y_0 = 0$ ). Из графиков видно, что с увеличением индукции магнитного поля проводимость растет. Сплошные

кривые лежат ниже пунктирных. С уменьшением коэффициентов зеркальности относительное различие между сплошными и пунктирными кривыми возрастает. Максимальное относительное различие между безразмерной проводимостью металлического и полупроводникового слоя достигается при диффузном рассеянии носителей заряда и значении индукции магнитного поля  $\beta_0 = 1.5$  и составляет 15%. Эффект возрастания проводимости с увеличением индукции магнитного поля можно наблюдать в металлических слоях с большой толщиной ( $\sim 1$  мкм) при низких температурах, когда длина свободного пробега принимает значение  $\sim 10$  мкм. Параметр  $\beta_0 = 1$  соответствует величине магнитной индукции несколько тесел. В слабо легированных полупроводниках этот эффект можно наблюдать при комнатных температурах. Если рассматривать слой GaAs толщиной 100 нм, то значение  $\beta_0 = 1$  соответствует индукции 2 Тл.

На рис. 4 изображены зависимости модуля и аргумента безразмерной проводимости тонкого металлического (сплошные кривые 1–3) и полупроводникового (пунктирные кривые 4–6) слоя от безразмерной индукции магнитного поля  $\beta_0$ . Безразмерная частота электрического поля  $y_0$  равна 1. Наблюдается резонансно-подобное



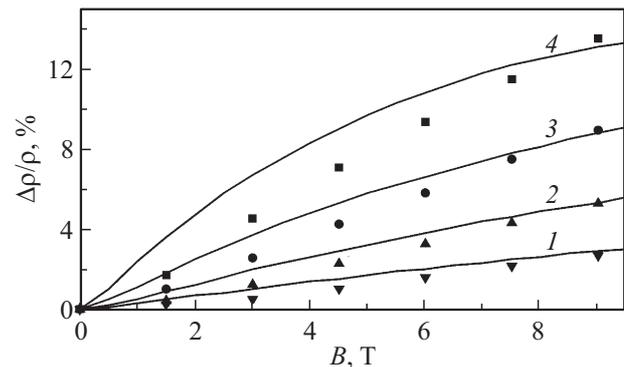
**Рис. 4.** Зависимости модуля (a) и аргумента (b) безразмерной интегральной проводимости  $\Sigma$  тонкого металлического (сплошные кривые 1–3) и полупроводникового (пунктирные кривые 4–6) слоя от безразмерной индукции магнитного поля  $\beta_0$  при значениях  $y_0 = 1$  и  $x_0 = 0.1$ : 1, 4 —  $q_1 = q_2 = 0$ ; 2, 5 —  $q_1 = q_2 = 0.3$ ; 3, 6 —  $q_1 = q_2 = 0.6$ .

Морфологические и электрические характеристики тонких пленок золота

Толщина, нм	Размер зерен, нм	Удельное сопротивление при температуре 4 К, нОм·м	Удельное сопротивление при температуре 295 К, нОм·м
72	120	3.96	25.7
110	141	3.42	26.4
173	133	2.37	24.7
266	158	1.65	24.8

явление как для модуля, так и для аргумента проводимости. Резонанс модуля проводимости имеет место при значении  $\beta_0 = 1$ , т.е. когда безразмерная частота электрического поля совпадает с безразмерной индукцией магнитного поля. Резонанс аргумента проводимости наблюдается при значении  $\beta_0 = 0.5$ . С увеличением коэффициентов зеркальности резонансное явление становится менее выраженным, а при значениях коэффициентов зеркальности, превышающих 0.6, резонанс практически не наблюдается. Заметим, что вблизи резонанса (в области значений  $\beta_0 = 0.5-2$ ) модуль безразмерной проводимости металлического слоя больше проводимости полупроводникового слоя. При значениях  $\beta_0 > 2$  ситуация становится аналогичной случаю стационарного электрического поля: безразмерная проводимость полупроводникового слоя больше проводимости металлического слоя. Отметим, что безразмерная частота электрического поля  $y_0 = 1$  соответствует частотам терагерцового диапазона. Глубина скин-слоя, соответствующая такой частоте, составляет  $\sim 100$  нм в металлах и  $\sim 1000$  нм в полупроводниках. В этом случае резонансный эффект может наблюдаться в металлах при низких температурах в сильных магнитных полях. Так, для слоя толщиной 100 нм (в предположении, что скин-эффектом можно пренебречь) условие  $y_0 = \beta_0 = 1$  достигается при значениях индукции магнитного поля  $\sim 20$  Тл. В слабо легированных полупроводниках этот эффект возможно наблюдать при комнатных температурах.

На рис. 5 построены теоретические и экспериментальные зависимости относительного магнетосопротивления четырех тонких пленок золота различной толщины, находящихся в продольном магнитном поле и постоянном электрическом поле и температуре 4 К. Точки — экспериментальные данные работы [17], сплошные кривые — теоретический расчет (формулы (20), (21), (37)–(39)). Пленки золота были изготовлены термическим напылением на слюдяные подложки при высоком вакууме (давление  $5 \cdot 10^{-5}$  Па). После напыления проводился отжиг при температуре 270°C. Авторы работы [17] измерили морфологические и электрические характеристики каждой пленки. Измерение размеров зерен осуществлялось с помощью сканирующего туннельного микроскопа OMICRON. Удельное сопротивление определялось четырехзондовым методом. Измерение электрических характеристик в магнитном поле осуществлялось с помощью системы, состоящей из сверхпроводящих



**Рис. 5.** Зависимости относительного магнетосопротивления четырех тонких пленок золота от индукции магнитного поля при температуре 4 К. Точки — экспериментальные данные работы [17]. Сплошные кривые 1–4 — теоретический расчет. Толщина пленок равна: 1 — 72, 2 — 110, 3 — 173, 4 — 266 нм. Расчет производился при  $y_0 = 0$  и следующих значениях  $q_1, q_2$  и  $\lambda$ : 1 —  $q_1 = q_2 = 0.35$ ,  $\lambda = 750$  нм; 2 —  $q_1 = q_2 = 0.17$ ,  $\lambda = 850$  нм; 3 —  $q_1 = q_2 = 0.09$ ,  $\lambda = 1.3$  мкм; 4 —  $q_1 = q_2 = 0$ ,  $\lambda = 2$  мкм.

магнитов. Электрические и морфологические характеристики каждой пленки приведены в таблице. Авторы работы [17] провели измерения продольного магнетосопротивления пленок золота при температурах 4–50 К. Поскольку так как при температуре 4 К магнитное поле оказывает сильное влияние на магнетосопротивление пленок, для сравнения теоретических расчетов с экспериментом удобнее взять зависимости, построенные при этой температуре. В данном случае длина свободного пробега в макроскопическом образце определяется рассеянием электронов на границах зерен и принимает разные значения для каждой пленки. В работе [17] было проведено сравнение экспериментальных данных с теорией Вэя и Као [14] при значениях коэффициентов зеркальности верхней и нижней поверхностей, равных нулю и единице. Однако в этом случае теоретические и экспериментальные зависимости магнетосопротивления от индукции магнитного поля ведут себя по-разному. Отметим, что авторы не учитывали зависимость коэффициентов зеркальности от толщины пленки. В настоящей работе на основании теоретических расчетов и экспериментальных данных работы [17] для каждой пленки определены значения коэффициентов зеркальности и длины свободного пробега носителей заряда (рис. 5).

Из сравнительного анализа теоретических расчетов с экспериментальными данными следует, что с уменьшением толщины пленки длина свободного пробега, обусловленная объемным рассеянием носителей заряда, уменьшается. Возможная причина уменьшения длины свободного пробега носителей заряда обусловлена тем, что с уменьшением толщины слоя вклад рассеяния носителей заряда на границах зерен в полное магнетосопротивление пленки возрастает. Из рис. 5 также следует, что коэффициенты зеркальности поверхностей увеличиваются с уменьшением толщины пленки, что, возможно, связано с уменьшением размеров зерен в рассматриваемых пленках [17].

Таким образом, в результате исследования продольного магнетосопротивления тонкой металлической пленки удалось определить коэффициенты зеркальности поверхностей и длину свободного пробега в объеме образца. Данный метод позволяет определить все вышеуказанные параметры, поскольку они влияют не только на сопротивление пленки, но и на поведение магнитополовой зависимости сопротивления. Также отметим, что магнетосопротивление тонких пленок очень чувствительно к величине коэффициентов зеркальности. Данное обстоятельство позволяет использовать данные по магнетосопротивлению тонких пленок для определения коэффициентов зеркальности и их зависимости от толщины.

## 6. Заключение

Получены аналитические выражения для высокочастотной электропроводности тонкого проводящего слоя, находящегося в продольном магнитном поле, с учетом диффузно-зеркальных граничных условий. Проведен сравнительный анализ результатов для предельных случаев вырожденного и невырожденного электронного газа. Показано, что максимальное относительное различие между безразмерной проводимостью металлического и полупроводникового слоя наблюдается при диффузном рассеянии носителей заряда и составляет 15%. Обнаружено резонансно-подобное явление для модуля и аргумента проводимости: модуль проводимости достигает максимального значения при совпадении безразмерных частоты электрического и индукции магнитного полей; аргумент проводимости становится максимальным при условии, когда безразмерная индукция в 2 раза меньше безразмерной частоты электрического поля.

Проведено сравнение теоретических расчетов с экспериментальными данными для тонких пленок золота. Проиллюстрирован метод определения коэффициентов зеркальности и длины свободного пробега носителей заряда в объеме образца по продольному магнетосопротивлению тонкой пленки золота. Показано, что в рассматриваемом случае с уменьшением толщины пленки золота коэффициенты зеркальности поверхностей

увеличиваются, а длина свободного пробега носителей заряда в объеме образца уменьшается.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] А.Л. Чиж, К.Б. Микитчук, К.С. Журавлев, Д.В. Дмитриев, А.И. Торопов, Н.А. Валишева, М.С. Аксенов, А.М. Гилинский, И.Б. Чистохин. Письма ЖТФ, **45** (14), 52 (2019).
- [2] В.С. Варавин, В.В. Васильев, А.А. Гузев, С.А. Дворецкий, А.П. Ковчавцев, Д.В. Марин, И.В. Сабина, Ю.Г. Сидоров, Г.Ю. Сидоров, А.В. Царенко, М.В. Якушев. ФТП, **50** (12), 1652 (2016).
- [3] L. Wang, M. Yin, A. Khan, S. Muhtadi, F. Asif, E.S. Choi, T. Datta. Phys. Rev. Appl., **9**, 024006 (2018).
- [4] M.A. Abeer, J.L. Drobitch, S. Bandyopadhyay. Phys. Rev. Appl., **11**, 054069 (2019).
- [5] A. Kowsar, S.F.U. Farhad, S.N. Sakib. IJRER, **8** (4), 2218 (2018).
- [6] B. Godefroid, G. Kozyreff. Phys. Rev. Appl., **8** (3), 034024 (2017).
- [7] S. Bhattacharya, I. Baydoun, M. Lin, S. John. Phys. Rev. Appl., **11** (1), 014005 (2019).
- [8] В.С. Калиновский, Е.В. Контрош, А.В. Андреева, В.М. Андреев, В.В. Малютин-Бронская, В.Б. Залесский, А.М. Лемешевская, В.И. Кузоро, В.И. Халиманович, М.К. Зайцева. Письма ЖТФ, **45** (16), 52 (2019).
- [9] А.Б. Никольская, М.Ф. Вильданова, С.С. Козлов, О.И. Швалеевский. ФТП, **52** (1), 93 (2018).
- [10] А.И. Ансельм. *Введение в теорию полупроводников* (М., Наука, 1978).
- [11] И.М. Лифшиц, М.Я. Азбель, М.И. Каганов. *Электронная теория металлов* (М., Наука, 1971).
- [12] K. Fuchs. Proc. Camb. Phil. Soc., **34**, 100 (1938).
- [13] E.H. Sondheimer. Adv. Phys., **50** (6), 499 (2001).
- [14] Y.S. Way, Y.H. Kao. Phys. Rev. B, **5** (6), 2039 (1972).
- [15] L. Moraga, C. Arenas, R. Henriquez, S. Bravo, V. Solis. Physica B: Condens. Matter, **499**, 17 (2016).
- [16] R. Henriquez, S. Oyarzun, M. Flores, M.A. Suarez, L. Moraga, G. Kremer, C.A. Gonzalez-Fuentes, M. Robles, R.C. Munoz. J. Appl. Phys., **108**, 123704 (2010).
- [17] R.C. Munoz, M.A. Suárez, S. Oyarzún. Phys. Rev. B, **81**, 165408 (2010).
- [18] S. Oyarzún, R. Henríquez, M.A. Suárez, L. Moraga, G. Kremer, R.C. Munoz. Appl. Surf. Sci., **289**, 167 (2014).
- [19] А.И. Уткин, Э.В. Завитаев, А.А. Юшканов. Поверхность, **9**, 85 (2016).
- [20] А.И. Уткин, А.А. Юшканов. ЖТФ, **86** (10), 15 (2016).
- [21] И.А. Кузнецова, О.В. Савенко, А.А. Юшканов. ЖТФ, **87** (12), 1769 (2017).
- [22] И.А. Кузнецова, Д.Н. Романов, О.В. Савенко, А.А. Юшканов. Микроэлектроника, **46** (4), 275 (2017).
- [23] И.А. Кузнецова, Д.Н. Романов, А.А. Юшканов. Микроэлектроника, **47** (3), 226 (2018).
- [24] Э.В. Завитаев, К.Е. Харитонов, А.А. Юшканов. ЖТФ, **89** (5), 643 (2019).
- [25] I.A. Kuznetsova, D.N. Romanov, A.A. Yushkanov. Physica Scripta, **94**, 115805 (2019).

- [26] Э.В. Завитаев, А.А. Юшканов. ЖЭТФ, **130** (5), 887 (2006).  
[27] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Теоретическая физика* (М., Физматлит, 2005) т. 8.

*Редактор А.Н. Смирнов*

### **The influence of boundary conditions on the high-frequency conductivity of a thin conductive layer placed in a longitudinal magnetic field**

*I.A. Kuznetsova, O.V. Savenko, P.A. Kuznetsov*

Demidov Yaroslavl State University,  
150003 Yaroslavl, Russia

**Abstract** The problem of the high-frequency conductivity of a thin conductive layer in a longitudinal magnetic field is solved in terms of kinetic approach taking into account diffuse-mirror boundary conditions. Specularity coefficients of layer surfaces are assumed to be different. An analytical expression is derived for dimensionless integral conductivity as a function of dimensionless parameters: layer thickness, electric field frequency, magnetic induction, chemical potential and surface specularity coefficients. The limiting cases of a degenerate and non-degenerate electron gas are considered. A comparative analysis of theoretical calculations with experimental data is carried out. The method to determine specularity coefficients and mean free path of charge carriers from the longitudinal magnetoresistance of a thin metal film is illustrated.