

02,12

## Эффективные взаимодействия, индуцированные спин-орбитальной связью в сверхпроводящих нанопроволоках в режиме сильных корреляций

© А.О. Злотников, С.В. Аксенов, М.С. Шустин

Институт физики им. Л.В. Киренского, ФИЦ КНЦ СО РАН,  
Красноярск, Россия

E-mail: zlotn@iph.krasn.ru

Поступила в Редакцию 26 марта 2020 г.

В окончательной редакции 26 марта 2020 г.

Принята к публикации 2 апреля 2020 г.

Во втором порядке операторной формы теории возмущений получены эффективные взаимодействия в сверхпроводящей нанопроволоке при сильных электронных корреляциях, когда параметр спин-орбитальной связи сравним с интегралом перескока. Методом точной диагонализации в коротких нанопроволоках с открытыми граничными условиями при большой величине кулоновского отталкивания показано наличие возбуждений, соответствующих краевым состояниям майорановского типа с энергией, лежащей ниже величины объемной сверхпроводящей щели.

**Ключевые слова:** сверхпроводящая нанопроволока, спин-орбитальное взаимодействие, майорановские моды, сильные электронные корреляции.

DOI: 10.21883/FIT.2020.09.49768.36H

### 1. Введение

В последнее время большой интерес вызывают полупроводниковые нанопроволоки InAs, InSb, приведенные в контакт со сверхпроводником, в которых при приложении внешнего магнитного поля экспериментально наблюдается квантованный пик дифференциальной проводимости при нулевом напряжении смещения [1]. Эта особенность кондактанса зачастую объясняется переходом системы в фазу топологической сверхпроводимости при непрерывном изменении одного из параметров, например, магнитного поля. Если реализуется такой сценарий, то в точке перехода при критическом значении поля щель в объемном спектре исчезает, а при дальнейшем увеличении контрольного параметра и отходе от точки перехода спектр снова становится щелевым. В топологически нетривиальной фазе возникает краевое состояние, обладающее нулевой энергией и включающее пару майорановских мод, которые локализованы на противоположных концах проволоки [2–4]. Именно эта пространственная нелокальность во многом обуславливает практический интерес к майорановским состояниям, поскольку делает их устойчивыми к действию локальных возмущений, стремящихся нарушить фазу волновой функции квазичастицы, что является принципиально важным для реализации квантовых вычислений [5]. Следует отметить, что появление квантованного пика кондактанса может быть также вызвано тривиальными андреевскими состояниями или общим увеличением плотности состояний при нулевой энергии за счет эффекта антилокализации [6–8]. В результате данная неоднозначность в трактовке экспериментов по туннельной спектроскопии гибридных нанопроволок

приводит к необходимости учета влияния различных факторов, имеющих место на практике [9,10], а также рассмотрения более сложных систем, в которых разница в транспорте через майорановские и андреевские состояния становится заметной [11].

Существенно, что в большинстве случаев при исследовании майорановских мод в 1D- и квази-1D-проводах влиянием электрон-электронных взаимодействий пренебрегается. Однако недавно на основе анализа вольт-амперных характеристик структуры, состоящей из параллельных нанопроволок InAs, было показано, что в такой системе реализуются сильные корреляции и режим жидкости Латтинжера со спин-орбитальной связью [12]. Этот факт делает актуальным исследование влияния сильного кулоновского отталкивания между электронами на формирование майорановских мод в рассматриваемых системах.

Для учета электрон-электронного взаимодействия в отмеченных системах часто используется обобщенная 1D-модель Хаббарда при наличии спин-орбитальной связи Рашбы и внешнего поля. Применяются среднеполевые подходы [13], а также численные методы, такие как ренорм-группа для матрицы плотности (DMRG) [14]. Показано, что учет слабого взаимодействия приводит к тому, что топологически нетривиальная фаза и майорановские моды формируются при более низких значениях магнитных полей по сравнению со случаем отсутствия взаимодействия. Данные результаты также подтверждаются при описании на основе бозонных полей и ренорм-групповых уравнений. Рассмотрение противоположного режима сильных взаимодействий приводит к разрушению сверхпроводящего состояния и возникновению

газа свободных фермионов с бесщелевым спектром и отсутствием краевых состояний [13–15].

Следует отметить, что несмотря на наличие магнитного поля предложенная 1D-модель для сверхпроводящей нанопроволоки относится не к классу D, а к классу BDI симметрии [16]. Однако отличия между двумя классами проявляются только при учете сверхпроводящих спин-синглетных спариваний между электронами, расположенными на соседних и более дальних узлах цепочки. Такие спаривания, относящиеся к расширенному  $s$ -типу симметрии, могут формироваться при рассмотрении эффекта близости с массивным сверхпроводником, характеризующимся наличием нелокального спаривательного взаимодействия, или при учете неоднородности границы гибридной структуры [17]. В этой связи представляет интерес изучение влияния сильных электронных корреляций, когда параметр кулоновского отталкивания много больше остальных параметров модели, на сверхпроводящее состояние и краевые моды в нанопроволоке, если сверхпроводимость индуцирована не только одноузельными спариваниями, но и спариваниями между ближайшими соседями. Эта структура ранее изучалась нами на основе DMRG-подхода. В частности, была продемонстрирована возможность индуцирования майорановских двойных мод за счет кулоновского взаимодействия [18].

В работе в рамках операторной формы теории возмущения для сверхпроводящих нанопроволок в режиме сильных корреляций построена  $t-J^*-J_\alpha^*$ -модель, действующая в усеченном гильбертовом пространстве, не содержащем состояний с двумя электронами на узле, и учитывающая переходы между хаббардовскими подзонами за счет индуцирования эффективных взаимодействий, в том числе трехцентровых. В модели эффективные взаимодействия обусловлены не только перескоками электронов, но и спин-орбитальной связью, так как соответствующие параметры сравнимы по величине в рассматриваемых системах. При этом получены также поправки от наведенных сверхпроводящих спариваний. Методом точной диагонализации продемонстрирован ряд переходов со сменой четности основного состояния при изменении химпотенциала. В точках переходов реализуется возбуждения с нулевой энергией. Полученные результаты указывают на возможность формирования краевых состояний майорановского типа в режиме сильных электронных корреляций для коротких (10–14 узлов) нанопроволок. Такие состояния обусловлены индуцированными сверхпроводящими спариваниями между электронами на ближайших узлах, так как одноузельные спаривания подавлены кулоновским взаимодействием.

## 2. Вывод эффективного гамильтониана $t-J^*-J_\alpha^*$ -модели

Запишем гамильтониан 1D-модели Хаббарда в атомном представлении с учетом зеемановского расщепления, спин-орбитального взаимодействия Рашбы и наведенного за счет эффекта близости сверхпроводящего

потенциала, которая является минимальной моделью для описания рассматриваемых систем

$$H = H_0 + H_1 + H_2 + H'. \quad (1)$$

Одноузельный гамильтониан определяется выражением

$$H_0 = \sum_{f\sigma} \xi_\sigma X_f^{\sigma\sigma} + \sum_f (2\xi + U) X_f^{22}, \quad (2)$$

где  $\xi_\sigma = \xi - \eta_\sigma h$ ,  $\xi = \varepsilon_0 - \mu$ ,  $\varepsilon_0$  — затравочная энергия электронов,  $\mu$  — химпотенциал,  $h$  — параметр, определяющий зеемановское расщепление,  $\eta_\sigma = \pm 1$  для  $\sigma = \uparrow, \downarrow$  соответственно,  $U$  — параметр одноузельного хаббардовского отталкивания. Операторы Хаббарда определяются в стандартном виде:  $X_f^{nm} = |f, n\rangle\langle f, m|$ , где  $|f, n\rangle$  — базисные электронные состояния на узле  $f$ :  $n = 0$  — состояние без электронов,  $n = \sigma$  — состояние с одним электроном с проекцией спинового момента  $\sigma$ ,  $n = 2$  — состояние с двумя электронами. Действие операторов Хаббарда на базис состояний определяется в виде  $X_f^{nm}|f', p\rangle = \delta_{ff'}\delta_{mp}|f, n\rangle$ , где  $\delta_{ij}$  — символы Кронекера. Связь хаббардовских операторов с фермиевскими операторами электронов  $a_{f\sigma}$ ,  $a_{f\sigma}^\dagger$  имеет вид:  $X_f^{\sigma\sigma} = n_{f\sigma}(1 - n_{f\bar{\sigma}})$ ,  $X_f^{22} = n_{f\uparrow}n_{f\downarrow}$ ,  $X_f^{0\sigma} = a_{f\sigma}(1 - n_{f\bar{\sigma}})$ ,  $X_f^{\bar{\sigma}2} = \eta_\sigma a_{f\sigma}n_{f\bar{\sigma}}$ , где  $n_{f\sigma} = a_{f\sigma}^\dagger a_{f\sigma}$ . Выражения для остальных хаббардовских операторов легко определяются из представленных.

Известно, что с ростом величины одноузельного кулоновского отталкивания при некотором критическом значении исходная электронная зона разбивается на две подзоны с щелью между ними [19]. С дальнейшим ростом параметра взаимодействия величина щели увеличивается и при половинном заполнении формируется состояние мотт-хаббардовского диэлектрика. Возникающие подзоны называют хаббардовскими. При использовании атомного представления хаббардовские подзоны можно выделить в явном виде для любых параметров, даже в отсутствие щели между подзонами. Это связано с тем, что нижняя подзона определена для состояний, относящихся к гомеоплярному сектору гильбертова пространства, не содержащему состояний  $|f, 2\rangle$  с двумя электронами на узле. Для верхней подзоны такие состояния учитываются, но исключаются состояния  $|f, 0\rangle$  без электронов. Введенные в (1) слагаемые  $H_1, H_2$  описывают процессы в нижней и верхней хаббардовских подзонах соответственно

$$\begin{aligned} H_1 = & -\frac{t}{2} \sum_{f\sigma} (X_f^{\sigma 0} X_{f+1}^{0\sigma} + X_{f+1}^{\sigma 0} X_f^{0\sigma}) - \frac{\alpha}{2} \sum_{f\sigma} \eta_\sigma (X_f^{\sigma 0} X_{f+1}^{0\bar{\sigma}} \\ & + X_{f+1}^{\bar{\sigma} 0} X_f^{0\sigma}) + \Delta_1 \sum_f (X_f^{0\uparrow} X_{f+1}^{0\downarrow} + X_{f+1}^{0\uparrow} X_f^{0\downarrow}) \\ & + \Delta_1^* \sum_f (X_{f+1}^{10} X_f^{\uparrow 0} + X_f^{10} X_{f+1}^{\uparrow 0}). \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
H_2 = & -\frac{t}{2} \sum_{f\sigma} (X_f^{2\bar{\sigma}} X_{f+1}^{\bar{\sigma}2} + X_{f+1}^{2\bar{\sigma}} X_f^{\bar{\sigma}2}) - \frac{\alpha}{2} \sum_{f\sigma} \eta_{\bar{\sigma}} (X_f^{2\bar{\sigma}} X_{f+1}^{\sigma 2} \\
& + X_{f+1}^{2\sigma} X_f^{\bar{\sigma}2}) - \Delta_1 \sum_f (X_f^{12} X_{f+1}^{\uparrow 2} + X_{f+1}^{12} X_f^{\uparrow 2}) \\
& - \Delta_1^* \sum_f (X_{f+1}^{2\uparrow} X_f^{2\downarrow} + X_f^{2\uparrow} X_{f+1}^{2\downarrow}). \quad (4)
\end{aligned}$$

Слагаемые с параметрами  $t$  и  $\alpha$  ( $t, \alpha > 0$ ) определяют, соответственно, перескоки и спин-орбитальное взаимодействие Рашбы, задействующие электроны на соседних узлах, члены с параметром  $\Delta_1$  описывают наведенные сверхпроводящие спаривания между электронами на ближайших узлах в синглетном состоянии.

Процессы перехода между хаббардовскими подзонами определяет  $H'$ :

$$\begin{aligned}
H' = & -\frac{t}{2} \sum_{f\sigma} \eta_{\sigma} (X_f^{\sigma 0} X_{f+1}^{\bar{\sigma}2} + X_f^{2\bar{\sigma}} X_{f+1}^{0\sigma} + X_{f+1}^{2\bar{\sigma}} X_f^{0\sigma} \\
& + X_{f+1}^{\sigma 0} X_f^{\bar{\sigma}2}) - \frac{\alpha}{2} \sum_{f\sigma} (-X_f^{\sigma 0} X_{f+1}^{\sigma 2} + X_f^{2\sigma} X_{f+1}^{0\sigma} - X_{f+1}^{2\sigma} X_f^{0\sigma} \\
& + X_{f+1}^{\sigma 0} X_f^{\sigma 2}) + \left\{ -\Delta \sum_f X_f^{02} + \Delta_1 \sum_f (-X_f^{0\uparrow} X_{f+1}^{\uparrow 2} - X_{f+1}^{0\uparrow} X_f^{\uparrow 2} \right. \\
& \left. + X_f^{12} X_{f+1}^{0\downarrow} + X_{f+1}^{12} X_f^{0\downarrow}) \right\} + \{h.c.\}, \quad (5)
\end{aligned}$$

где  $h.c.$  означает эрмитово сопряжение предыдущего выражения. Здесь слагаемые с параметром  $\Delta$  характеризуют величину наведенного сверхпроводящего потенциала на одном узле, который обычно учитывается при описании сверхпроводящих нанопроволок [13,14]. Как видно из формулы (5), при увеличении параметра кулоновского отталкивания  $U$  с ростом щели между хаббардовскими подзонами такие спаривания должны быстро разрушаться. За счет взаимодействия будут подавляться и такие спаривания между электронами на соседних узлах с параметром  $\Delta_1$ , которые входят в слагаемое  $H'$  и описывают переходы между хаббардовскими подзонами. Однако, так как часть нелокальных спариваний задействует состояния только в нижней хаббардовской подзоне (см. выражение (3)), то сверхпроводимость, индуцированная такими процессами, будет сохраняться при сколь угодно больших величинах хаббардовского отталкивания, если величина межузельного кулоновского взаимодействия мала по сравнению с  $\Delta_1$ .

Воспользуемся операторной формой теории возмущения [20] для режима  $U \gg t, \alpha, \Delta, \Delta_1$ . В данном режиме искомым эффективным гамильтониан определяется на гильбертовом подпространстве, не содержащем состояний с двумя электронами на узле. Проекционный оператор в этом случае имеет вид

$$P = \prod_f (X_f^{00} + X_f^{\uparrow\uparrow} + X_f^{\downarrow\downarrow}). \quad (6)$$

Вклады от переходов между хаббардовскими подзонами учитываются за счет появления дополнительных взаимодействий с параметрами малости  $t/U, \alpha/U, \Delta/U, \Delta_1/U$  в различных степенях. С квадратичной точностью по таким параметрам эффективный гамильтониан определяется выражением

$$H_{\text{eff}} = PH_0P + H_1 - \frac{1}{2} (PH'(H_0 - KH_0K)^{-1}H'P + h.c.), \quad (7)$$

где посредством  $K$  обозначен оператор эрмитова сопряжения.

После проведения стандартных вычислений эффективный гамильтониан определяется выражением

$$\begin{aligned}
H_{t-J^*-J^*} = & \sum_{f\sigma} \xi_{\sigma} X_f^{\sigma\sigma} - \frac{\Delta^2 + 2\Delta_1^2}{2\xi + U} \sum_f X_f^{00} \\
& + H_1 + H_{\text{int}} + H_3. \quad (8)
\end{aligned}$$

Здесь второе слагаемое описывает ренормировки к затравочной энергии системы, обусловленные сверхпроводящими спариваниями. Отметим, что слагаемое  $H_1$  (3) входит в эффективный гамильтониан в неизменном виде. Возникшее в результате вычислений слагаемое  $H_{\text{int}}$ , описывающее двухцентровые взаимодействия в нижней хаббардовской подзоне, имеет вид

$$\begin{aligned}
H_{\text{int}} = & \frac{2(t/2)^2}{U} \sum_{f\sigma} (X_f^{\sigma\bar{\sigma}} X_{f+1}^{\bar{\sigma}\sigma} - X_f^{\sigma\sigma} X_{f+1}^{\bar{\sigma}\bar{\sigma}}) \\
& - \frac{t\alpha}{2} \sum_{f\sigma} \frac{U + \eta_{\sigma} h}{U(U + 2\eta_{\sigma} h)} \\
& \times \eta_{\sigma} \{ (X_f^{\sigma\bar{\sigma}} + X_f^{\bar{\sigma}\sigma}) X_{f+1}^{\sigma\sigma} - X_f^{\sigma\sigma} (X_{f+1}^{\sigma\bar{\sigma}} + X_{f+1}^{\bar{\sigma}\sigma}) \} - 2(\alpha/2)^2 \\
& \times \sum_{f\sigma} \frac{1}{U - 2\eta_{\sigma} h} \left\{ \frac{1}{2} (X_f^{\sigma\bar{\sigma}} X_{f+1}^{\sigma\bar{\sigma}} + X_f^{\bar{\sigma}\sigma} X_{f+1}^{\bar{\sigma}\sigma}) + X_f^{\bar{\sigma}\bar{\sigma}} X_{f+1}^{\bar{\sigma}\bar{\sigma}} \right\} \\
& + \frac{t\Delta}{2} \left( \frac{1}{2\xi + U} + \frac{1}{U} \right) \sum_f (X_f^{0\uparrow} X_{f+1}^{0\downarrow} - X_f^{0\downarrow} X_{f+1}^{0\uparrow} + h.c.) \\
& - \frac{\alpha\Delta}{2} \sum_{f\sigma} \left( \frac{1}{2\xi + U} + \frac{1}{U + 2\eta_{\sigma} h} \right) (X_f^{0\sigma} X_{f+1}^{0\sigma} + h.c.) \\
& + \frac{2\Delta\Delta_1}{2\xi + U} \sum_{f\sigma} (X_f^{\sigma 0} X_{f+1}^{0\sigma} + h.c.) + \frac{2\Delta_1^2}{2\xi + U} \sum_f X_f^{00} X_{f+1}^{00}. \quad (9)
\end{aligned}$$

Слагаемые в  $H_{\text{int}}$ , пропорциональные  $t^2/U$ , описывают хорошо известное кинетическое антиферромагнитное обменное взаимодействие [19,21]. Слагаемые с  $\alpha^2/(U \pm 2h)$  определяют взаимодействие между электронами на соседних узлах с одинаковой проекцией спинового момента, в результате которого оба электрона изменяют свои проекции на противоположные. Для взаимодействий с параметром  $\sim t\alpha/U$  проекция спинового момента изменяется только у одного электрона

из пары на соседних узлах. С точки зрения магнитных характеристик системы взаимодействия, индуцированные спин-орбитальной связью, могут конкурировать с обменным взаимодействием антиферромагнитного типа и способствовать формированию ближнего неколлинеарного магнитного порядка в 1D-системах. Слагаемое с параметром  $\sim t\Delta/U$  описывает спин-синглетные сверхпроводящие спаривания между ближайшими узлами, что соответствует симметрии сверхпроводящего параметра порядка в исходном гамильтониане (1). Существование эффективных триплетных по спину спариваний при учете спин-орбитального взаимодействия во внешнем магнитном поле является важным фактором реализации майорановских связанных состояний в одномерных системах [2]. В сильно коррелированном режиме триплетные спаривания с амплитудой  $\sim \alpha\Delta/U$  появляются явным образом за счет спин-орбитального взаимодействия. Это определяет ту важную роль, которую играет спин-орбитальная связь при реализации майорановских состояний в сверхпроводящих нанопроволоках. Однако ввиду малости амплитуды таких спариваний при сильных корреляциях существование краевых мод в большей степени обусловлено спин-синглетными сверхпроводящими спариваниями внутри нижней подзоны с параметром  $\Delta_1$  (см. формулу (3)), которые при наличии спин-орбитальной связи и зеемановского расщепления индуцируют эффективную триплетную сверхпроводимость.

Трехцентровые слагаемые определяются в виде

$$\begin{aligned}
 H_3 = & -\frac{(t/2)^2}{U} \sum_{f\sigma} (X_{f-1}^{\sigma 0} X_f^{\bar{\sigma}\bar{\sigma}} X_{f+1}^{0\sigma} - X_{f-1}^{\bar{\sigma}0} X_f^{\sigma\bar{\sigma}} X_{f+1}^{0\sigma} + h.c.) \\
 & + (t/2)(\alpha/2) \sum_{f\sigma} \frac{\eta_\sigma}{2(U - 2\eta_\sigma h)} \{ X_{f-1}^{\bar{\sigma}0} (X_f^{\sigma\bar{\sigma}} - X_f^{\bar{\sigma}\sigma}) X_{f+1}^{0\bar{\sigma}} \\
 & - X_{f-1}^{\sigma 0} X_f^{\bar{\sigma}\sigma} X_{f+1}^{0\bar{\sigma}} + X_{f-1}^{\bar{\sigma}0} X_f^{\bar{\sigma}\sigma} X_{f+1}^{0\sigma} + h.c. \} + \frac{(t/2)(\alpha/2)}{2U} \\
 & \times \sum_{f\sigma} \eta_\sigma \{ X_{f-1}^{\sigma 0} (X_f^{\sigma\bar{\sigma}} - X_f^{\bar{\sigma}\sigma}) X_{f+1}^{0\sigma} - X_{f-1}^{\sigma 0} (X_f^{\sigma\sigma} + X_f^{\bar{\sigma}\bar{\sigma}}) \\
 & \times X_{f+1}^{0\bar{\sigma}} + h.c. \} + \sum_{f\sigma} \frac{(\alpha/2)^2}{U - 2\eta_\sigma h} (X_{f-1}^{\bar{\sigma}0} X_f^{\bar{\sigma}\sigma} X_{f+1}^{0\bar{\sigma}} + h.c.) \\
 & + \frac{(\alpha/2)^2 U}{U^2 - 4h^2} \sum_{f\sigma} (X_{f-1}^{\sigma 0} X_f^{\sigma\bar{\sigma}} X_{f+1}^{0\bar{\sigma}} + h.c.) \\
 & + \frac{\Delta_1^2}{2\xi + U} \sum_{f\sigma} (X_{f-1}^{\sigma 0} X_f^{\sigma\sigma} X_{f+1}^{0\sigma} + X_{f-1}^{\sigma 0} X_f^{\bar{\sigma}\sigma} X_{f+1}^{0\bar{\sigma}} + h.c.).
 \end{aligned} \tag{10}$$

Важная роль трехцентровых взаимодействий  $\sim t^2/U$  при описании сверхпроводящей фазы в двумерной  $t-J^*$ -модели была продемонстрирована в работе [22]. В отличие от таких слагаемых члены  $\sim t\alpha/U$  описывают перескоки электронов на следующий за ближайшим узел с сохранением (изменением) проекции спинового момента, когда на ближайшем узле проекция спинового момента электрона становится противоположной

(не изменяется). Слагаемые  $\sim \alpha^2/U$  схожи с трехцентровыми взаимодействиями, индуцированными только перескоками, за исключением того, что они вносят вклад, когда электроны на двух соседних узлах имеют одинаковую проекцию спина на ось квантования.

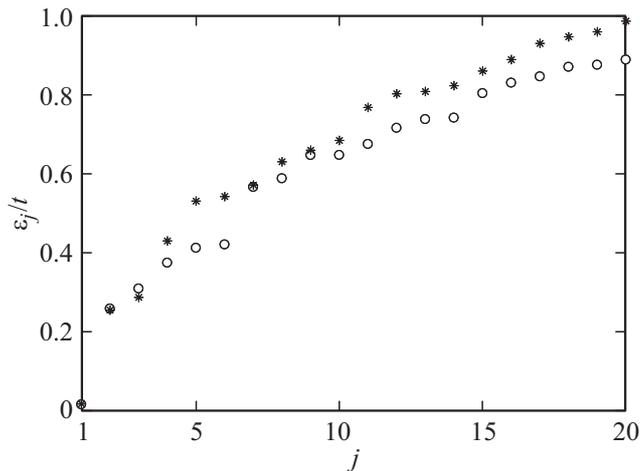
В эффективный гамильтониан слагаемые, пропорциональные  $\Delta$ , входят только с множителем  $\sim \Delta/U$ , и их значения малы. Таким образом, явно показано, что одноузельные спаривания подавляются кулоновским отталкиванием. Фактически, сверхпроводимость определяется синглетными по спину спариваниями между ближайшими узлами, относящимися к расширенному  $s$ -типу симметрии, с параметром  $\Delta_1$ . Соответствующие члены входят в  $H_1$ .

Эффективный гамильтониан применим при таких величинах магнитного поля, приводящего к зеемановскому расщеплению величиной  $h > 0$ , при которых  $U - 2h \gg t$ ,  $\alpha$ ,  $\Delta$ ,  $\Delta - 1$ . Видно, что параметр малости  $1/(2\xi + U)$  увеличивается с ростом концентрации электронов. Однако эффективный гамильтониан ограничивается применимостью только к нижней хаббардовской подзоне, потолок которой обычно достигается в интервале значений  $\mu$  приблизительно от  $0.5t$  до  $t$ , поэтому малость параметра справедлива при  $2\xi + U \gg 1$ .

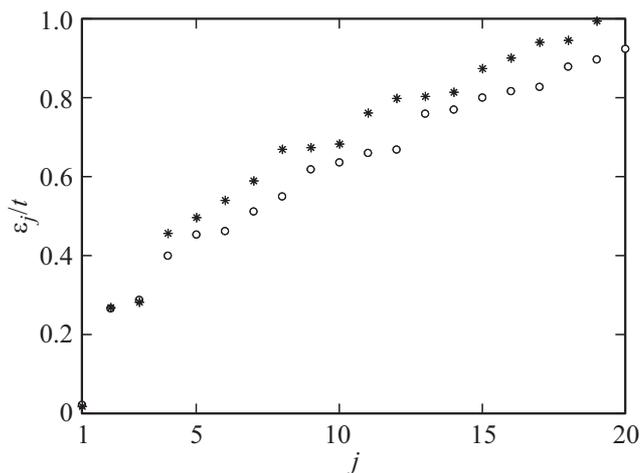
### 3. Точная диагонализация коротких цепочек при сильных корреляциях

Переход к эффективной модели (8) существенно упрощает численные расчеты в режиме сильных корреляций в связи с редуцированием размерности гильбертова пространства с  $4^N$  до  $3^N$  ( $N$  — число узлов в цепочке). Однако метод точной диагонализации для полученного гамильтониана по-прежнему остается ресурсозатратным, поэтому в настоящей работе рассматривается случай коротких цепочек. Точная диагонализация позволяет определить собственные многочастичные функции гамильтониана, характеризующие их по фермионной четности, и соответствующие энергии четного,  $E_j^{ev}$ , и нечетного,  $E_j^{od}$ , секторов гильбертова пространства. Определим для дальнейшего, что многочастичное состояние обладает положительной или отрицательной фермионной четностью, если его парциальные вклады содержат только состояния с четным или нечетным числом фермионов соответственно.

На рис. 1, 2 для сравнения приведены величины энергии  $2N$  наименьших возбуждений для исходной (1) (звездочки) и эффективной (8) (кружки) моделей в цепочке с десятью узлами для параметра кулоновского отталкивания  $U$ , равного  $10t$  и  $100t$  соответственно. Остальные параметры не изменяются:  $\alpha = 0.8t$ ,  $h = 0.8t$ ,  $\mu = -t$ ,  $\Delta = 0.5t$ ,  $\Delta_1 = 0.25t$ . Видно, что первые три возбуждения хорошо согласуются для двух моделей уже при  $U = 10t$ . Для  $U = 100t$  согласие становится лучше для следующих трех возбуждений. Следует отметить, что численно точное согласие достигается при  $U \rightarrow \infty$ .



**Рис. 1.** Энергии  $2N$  ( $N$  — число узлов) наименьших возбуждений, описывающих переходы между основным многочастичным состоянием системы и соответствующими возбужденными состояниями, в цепочке с  $N = 10$  узлами для исходной модели Хаббарда (1) (звездочки) и эффективной  $t-J^*-J_\alpha^*$ -модели (8) (кружки). Параметры:  $U = 10t$ ,  $\alpha = 0.8t$ ,  $h = 0.8t$ ,  $\Delta = 0.5t$ ,  $\Delta_1 = 0.25t$ , в единицах интеграла перескока.



**Рис. 2.** Энергии наименьших возбуждений в цепочке с  $N = 10$  узлами для исходной модели Хаббарда (звездочки) и эффективной  $t-J^*-J_\alpha^*$ -модели (кружки) для  $U = 100t$ . Остальные параметры те же, что и на рис. 1.

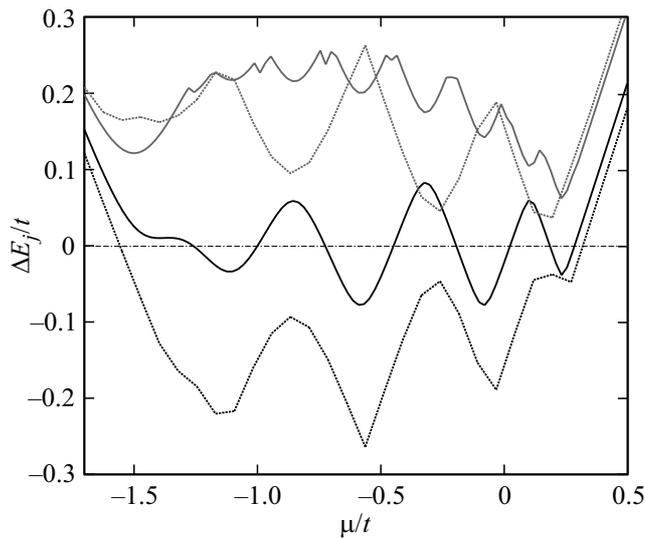
В дальнейшем анализируются первые две энергии возбуждения.

Поиск условий реализации краевых состояний майорановского типа в коротких цепочках в режиме сильных корреляций осуществляется на основе сравнения спектра одночастичных возбуждений для цепочек с открытыми и периодическими граничными условиями (ПГУ). Как известно, для цепочки с ПГУ реализуется щель в спектре одночастичных возбуждений как в топологически тривиальных, так и в нетривиальных фазах, а на границах между различными фазами спектр становится бесщелевым. При этом в топологически

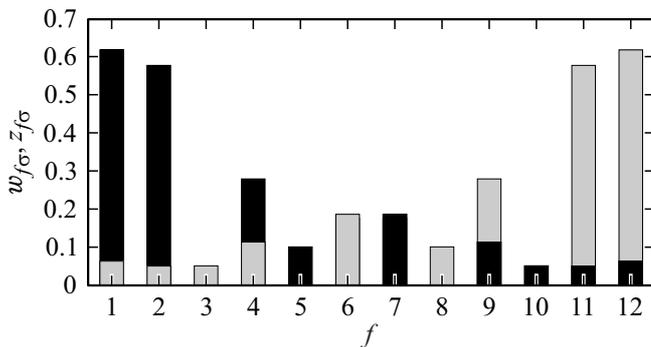
нетривиальной фазе основное состояние цепочки с ПГУ с четным числом узлов без взаимодействия обладает отрицательной фермионной четностью [23], в отличие от положительной четности основного состояния в тривиальной фазе. Последнее оказалось верным также и при рассмотрении системы в режиме сильных электронных корреляций. При переходе к рассмотрению цепочек с открытыми граничными условиями могут реализовываться одночастичные возбуждения, энергия которых лежит в щели объемного спектра системы. Согласно одной из классификаций краевых состояний, последнее условие является критерием того, что рассматриваемое возбуждение — краевое [24]. Осцилляция энергий таких возбуждений связана с интерференцией волновых функций майорановских мод, которые имеют тенденцию к локализации на противоположных краях цепочки.

Таким образом о наличии краевых состояний майорановского типа в коротких цепочках можно судить, если выполняются следующие критерии: 1) хотя бы одна энергия одночастичных возбуждений в открытой цепочке лежит внутри щели спектра с ПГУ; 2) минимальная энергия возбуждений осциллирует вблизи нуля в некоторой области параметров, что свидетельствует о смене четности основного состояния, когда энергия точно обращается в нуль; 3) в данной области параметров основное состояние цепочки с ПГУ обладает отрицательной фермионной четностью. Следует отметить, что определенные таким образом краевые состояния для короткой цепочки не являются истинными майорановскими состояниями, так как их энергия возбуждений может существенно отличаться от нулевой, а волновые функции различных мод не обладают явной локализацией у одного из краев цепочки. Однако предполагается, что с увеличением числа узлов в цепочке отмеченные состояния становятся майорановскими за счет размерных эффектов. Введенные критерии позволили изучить условия реализации краевых состояний в сверхпроводящих нанопроволоках со взаимодействием, исследуя только очень короткие цепочки (10–20 узлов) методом точной диагонализации.

Свидетельства выполнения отмеченных выше критериев в рассматриваемой модели для коротких цепочек представлены на рис. 3. Темная сплошная линия на рис. 3 определяет разность наименьших энергий многочастичных состояний с отрицательной и положительной фермионной четностью  $\Delta E_1 = E_1^{od} - E_1^{ev}$  для цепочки из двенадцати узлов. Светлая сплошная кривая определяет энергию второго одночастичного возбуждения по отношению к основному состоянию. Сплошные (штриховые) линии соответствуют системе с открытыми (периодическими) граничными условиями. Видно, что основное состояние системы с ПГУ обладает положительной фермионной четностью при малых и больших значениях  $\mu$ . Между данными интервалами  $\mu$  существует область, для которой в системе с ПГУ реализуется топологически нетривиальная фаза с  $\Delta E_1 < 0$ . Для открытой цепочки величина  $\Delta E_1$  осциллирует, и реализуются возбуждения с нулевой энергией. Число точек со сменой фермионной



**Рис. 3.** Разность энергий  $\Delta E_1 = E_1^{od} - E_1^{ev}$  (темные линии), демонстрирующая изменение четности основного состояния, а также  $\Delta E_2$  (светлые линии), определяемая как  $E_2^{od} - E_1^{ev}$  при  $\Delta E_1 > 0$  или  $E_2^{ev} - E_1^{od}$  при  $\Delta E_1 < 0$ , в зависимости от химпотенциала для открытой цепочки с 12 узлами (сплошные линии) и цепочки, свернутой в кольцо (пунктирные линии). Параметры те же, что и на рис. 1.



**Рис. 4.** Пространственная зависимость коэффициентов  $\omega_{f\sigma}, z_{f\sigma}$ , характеризующих матричные элементы майорановских операторов при переходе из основного в первое возбужденное состояние, для  $\mu = -1.256t$  (см. рис. 3) в открытой нанопроволоке с 12 узлами.

четности зависит от числа узлов в цепочке. Так, при рассмотрении шести узлов фермионная четность для открытой цепочки меняется только дважды в области, соответствующей нетривиальной фазе системы с ПГУ.

Пространственная структура одноэлектронных возбуждений может быть проанализирована на основе коэффициентов

$$w_{f\sigma} = \langle \Psi_1^{od(ev)} | (X_f^{0\sigma} + X_f^{\sigma 0}) | \Psi_1^{ev(od)} \rangle, \quad (11)$$

$$z_{f\sigma} = i \langle \Psi_1^{od(ev)} | (X_f^{0\sigma} - X_f^{\sigma 0}) | \Psi_1^{ev(od)} \rangle, \quad (12)$$

где  $|\Psi_1^{ev(od)}\rangle$  — собственный вектор основного состояния проволоки в четном (нечетном) секторе гильбертова

пространства. Их зависимость от координаты для возбуждения с нулевой энергией при  $\mu = -1.256t$ , представлена на рис. 4. Видно, что имеется тенденция к реализации краевых состояний майорановского типа, которая будет проявляться сильнее с ростом длины цепочки. Последний результат демонстрирует стабильность таких мод по отношению к сильным электронным корреляциям.

#### 4. Заключение

В настоящей работе для короткой нанопроволоки, помещенной во внешнее магнитное поле, с сильным спин-орбитальным взаимодействием Рашбы и наведенной синглетной сверхпроводимостью расширенного *s*-типа симметрии исследована устойчивость одночастичных возбуждений майорановского типа по отношению к сильным электронным корреляциям. Описание системы осуществлялось в рамках одномерной модели Хаббарда, в которой учитывались слагаемые, отвечающие спин-орбитальному взаимодействию и синглетным сверхпроводящим спариваниям, индуцированным за счет эффекта близости. Для данной модели во втором порядке теории возмущений получены эффективные взаимодействия, операторная структура которых определена на гомеоплярном секторе гильбертова пространства. Кроме хорошо известных слагаемых, описывающих кинетическое обменное взаимодействие электронов, вклад в эффективные взаимодействия в рассмотренной системе дают слагаемые, описывающие тенденции к возникновению неколлинеарного магнитного упорядочения, синглетных и триплетных сверхпроводящих спариваний, а также трехцентровые взаимодействия. Для выведенной модели методом точной диагонализации исследован спектр элементарных возбуждений и проанализирована возможность реализации топологически нетривиальной фазы. Существенно, что точные численные результаты получены при большой величине кулоновского отталкивания. Показано, что даже в режиме сильных электронных корреляций в системе могут возникать одночастичные возбуждения майорановского типа: энергия таких возбуждений лежит ниже величины щели спектра при периодических граничных условиях, а зависимости от химпотенциала и магнитного поля осциллируют вблизи нуля. Такое поведение наблюдается именно для области, в которой многочастичное основное состояние системы с периодическими граничными условиями обладает отрицательной фермионной четностью.

#### Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке фонда РФФИ (проекты № 19-02-00348 и 20-3270059), Правительства Красноярского края и Краевого фонда науки (проекты № 19-42-240011 и 18-42-240014 „Одноорбитальная эффективная модель ансамбля спин-поляронных квазичастиц в проблеме описания промежуточного состояния и псевдощелевого поведения купратных сверхпроводников“), а

также программы Президиума РАН I.12 „Фундаментальные проблемы высокотемпературной сверхпроводимости“. Один из авторов (С.В.А.) благодарит за поддержку Совет по грантам Президента РФ для поддержки молодых российских ученых (проект МК-1641.2020.2).

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] H. Zhang, C.-X. Liu, S. Gazibegovic, D. Xu, J.A. Logan, G. Wang, N. van Loo, J.D. Bommer, M.W. de Moor, D. Car, R.L.M. O. het Veld, P.J. van Veldhoven, S. Koelling, M.A. Verheijen, M. Pendharkar, D.J. Pennachio, B. Shojaei, J.S. Lee, C.J. Palmstrm, E.P.A.M. Bakkers, S. Das Sarma, L.P. Kouwenhoven. *Nature* **556**, 74 (2018).
- [2] R.M. Lutchyn, J.D. Sau, S. Das Sarma. *Phys. Rev. Lett.* **105**, 077001 (2010).
- [3] Y. Oreg, G. Refael, F. von Oppen. *Phys. Rev. Lett.* **105**, 177002 (2010).
- [4] В.В. Вальков, В.А. Мицкан, М.С. Шустин. *ЖЭТФ* **156**, 507 (2019).
- [5] A.Y. Kitaev. *Ann. Phys.* **303**, 2 (2003).
- [6] D.I. Pikulin, J.P. Dahlhaus, M. Wimmer, H. Schomerus, C.W.J. Beenakker. *New J. Phys.* **14**, 125011 (2012).
- [7] J. Chen, B.D. Woods, P. Yu, M. Hocevar, D. Car, S.R. Plissard, E.P.A.M. Bakkers, T.D. Stanescu, S.M. Frolov. *Phys. Rev. Lett.* **123**, 107703 (2019).
- [8] H. Pan, W.S. Cole, J.D. Sau, S. Das Sarma. *Phys. Rev. B* **101**, 024506 (2020).
- [9] C.-X. Liu, J.D. Sau, T.D. Stanescu, S.D. Sarma. *Phys. Rev. B* **96**, 075161 (2017).
- [10] C. Moore, T. Stanescu, S. Tewari. *Phys. Rev. B* **97**, 165302 (2018).
- [11] V.V. Val'kov, M.Y. Kagan, S.V. Aksenov. *J. Phys.: Condens. Matter* **31**, 225301 (2019).
- [12] Y. Sato, S. Matsuo, C.-H. Hsu, P. Stano, K. Ueda, Y. Takeshige, H. Kamata, J.S. Lee, B. Shojaei, K. Wickramasinghe, J. Shabani, Ch. Palmstrm, Y. Tokura, D. Loss, S. Tarucha. *Phys. Rev. B* **99**, 155304 (2019).
- [13] R.M. Lutchyn, M.P.A. Fisher. *Phys. Rev. B* **84**, 214528 (2011).
- [14] E. Stoudenmire, J. Alicea, O. Starykh, M. Fisher. *Phys. Rev. B* **84**, 014503 (2011).
- [15] S. Gangadharaiah, B. Braunecker, P. Simon, D. Loss. *Phys. Rev. Lett.* **107**, 036801 (2011).
- [16] C. Wong, K. Law. *Phys. Rev. B* **86**, 184516 (2012).
- [17] A.M. Martin, J.F. Annett. *Phys. Rev. B* **57**, 8709 (1998).
- [18] S.V. Aksenov, A.O. Zlotnikov, M.S. Shustin. *Phys. Rev. B* **101**, 125431 (2020).
- [19] Ю.А. Изюмов. *УФН* **167**, 465 (1997).
- [20] Н.Н. Боголюбов. *Собрание научных трудов.* (2006). Т. 6. 519 с.
- [21] K.A. Chao, J. Spalek, A.M. Oles. *J. Phys. C* **10**, L271 (1977).
- [22] В.В. Вальков, Т.А. Валькова, Д.М. Дзэбисашвили, С.Г. Овчинников. *Письма в ЖЭТФ* **75**, 450 (2002).
- [23] A.Yu. Kitaev. *Phys. Usp. Suppl.* **44**, 131 (2001).
- [24] А.Д. Федосеев. *ЖЭТФ* **155**, 138 (2019).

Редактор Е.Ю. Флегонтова