## 03

# Условия коалесценции объемных нанопузырьков

#### © С.И. Кошоридзе

Институт прикладной механики РАН, Москва, Россия E-mail: koshoridze-semen@yandex.ru

Поступило в Редакцию 25 марта 2020 г. В окончательной редакции 25 марта 2020 г. Принято к публикации 13 апреля 2020 г.

Рассматривается коалесценция двух объемных нанопузырьков с существенно различными радиусами. Изучение данного вопроса имеет практическое значение, так как коалесценция — процесс нежелательный (нанопузыри, укрупняясь, теряют свои уникальные свойства). В упрощенной модели заряженных нанопузырьков на основе энергетического подхода показано, что в отличие от случая поверхностных нанопузырей для объемных нанопузырей при определенных значениях плотности поверхностного заряда, концентрации и отношения радиусов коалесценция может иметь место.

Ключевые слова: объемный нанопузырь, коалесценция, электростатическое давление, созревание Оствальда.

DOI: 10.21883/PJTF.2020.14.49662.18307

Нанопузырьки (НП) находят широкое применение в различных химических, физических и биологических процессах; следовательно, важно увеличить время жизни НП, предотвращая их растворение и коалесценцию [1–3].

Как известно [1], поверхностные НП стабильны относительно диффузионного растворения при выполнении двух обязательных условий: 1) вода должна быть перенасыщена газом, находящимся внутри НП; 2) граница раздела твердой, газообразной и жидкой фаз должна быть закреплена (так называемый пиннинг). Если на подложке рядом находятся НП с различными радиусами кривизны, то при выполнении отмеченных выше условий не будет наблюдаться "оствальдовское созревание" диффузионное растворение малых НП и рост больших НП [2]. Математическое моделирование показывает [3], что при этих условиях подавляется также коалесценция, в частности поглощение малых поверхностных НП большими.

Для объемных НП ситуация неопределенная. Нет ясности в том, какой физический механизм защищает их от быстрого диффузионного растворения. В [4] было высказано предположение, что устойчивость объемных НП связана с их поверхностным зарядом. Действительно, в средах с pH > 4.5 нанопузыри обладают отрицательным зарядом, создаваемым предположительно ионами ОН-, и соответственно отрицательным электрокинетическим потенциалом от 25 до 40 mV [5,6]. Заряд, создавая "отрицательное" растягивающее давление, частично или полностью компенсирует сжимающее НП лапласовское давление и в результате уменьшает скорость растворения НП в воде. Что касается "оствальдовского созревания", а также коалесценции мелких и крупных НП, то в литературе этот вопрос ни теоретически, ни экспериментально пока не рассматривался.

В настоящей работе на основе простой модели заряженных НП [7–10] исследована коалесценция, а конкрет-

но поглощение объемных НП более крупными НП в зависимости от их концентрации c и плотности поверхностного заряда  $\sigma$ , а также относительных размеров НП.

Рассмотрим объемные НП в воде. Меньшие НП с радиусом R обозначим как S, а более крупные с радиусом nR(n > 1) — как B. Давление газа внутри НП в состоянии динамического равновесия равняется

$$p_S = \frac{2\alpha}{R} + p_a - \frac{\sigma^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}, \quad p_B = \frac{2\alpha}{nR} + p_a - \frac{\sigma^2}{2\varepsilon\varepsilon_0},$$
 (1)

для *S* и *B* соответственно. Здесь  $\alpha$  — поверхностное натяжение воды,  $\varepsilon_0$  — электрическая постоянная,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость воды,  $\sigma$  — плотность поверхностного заряда НП,  $p_a$  — атмосферное давление над поверхностью воды. Третье слагаемое в правой части каждого из уравнений (1) — так называемое электростатическое давление [4,7–10].

$$\sigma_{S}^{eq} = \sqrt{2\varepsilon\varepsilon_{0}(p_{a} - p_{p}) + \frac{4\alpha\varepsilon\varepsilon_{0}}{R}} \approx \sqrt{\frac{4\alpha\varepsilon\varepsilon_{0}}{R}},$$
  
$$\sigma_{B}^{eq} = \sqrt{2\varepsilon\varepsilon_{0}(p_{a} - p_{p}) + \frac{4\alpha\varepsilon\varepsilon_{0}}{nR}} \approx \sqrt{\frac{4\alpha\varepsilon\varepsilon_{0}}{nR}} \qquad (2)$$

— равновесные значения поверхностного заряда для *S* и *B* (видно, что  $\sigma_B^{eq} < \sigma_S^{eq}$ ), при которых давление в НП равно парциальному давлению этого газа в атмосфере  $p_p$  [4] и газ внутри НП находится в диффузионном равновесии с тем же газом, растворенным в воде. При переходе на приблизительные равенства в (2) учтено очевидное, справедливое для НП условие

$$p_a - p_p \ll \frac{2\alpha}{nR}.$$
 (3)

Если поверхностные заряды меньше равновесных  $(\sigma < \sigma_B^{eq} < \sigma_S^{eq})$ , НП растворяются в воде. Максимально

возможное значение поверхностного заряда НП, согласно (1), равно

$$\sigma_{\max} = \sqrt{2p_a \varepsilon \varepsilon_0 + \frac{4\alpha \varepsilon \varepsilon_0}{nR}} \approx \sqrt{\frac{4\alpha \varepsilon \varepsilon_0}{nR}}.$$
 (4)

Из (2), (4) следует, что равновесное  $\sigma_B^{eq}$  и максимально возможное  $\sigma_{\max}$  значения плотности заряда для *B* фактически совпадают друг с другом. С другой стороны, равновесное значение заряда для *S* удовлетворяет неравенству  $\sigma_{\max} < \sigma_S^{eq}$ . Это означает, что *S* всегда будет растворяться в воде.

Суммарная тепловая энергия *S* и *B* в приближении идеального газа вычисляется по формуле

$$E_{th} = \frac{p_S 4\pi R^3}{3(\gamma - 1)} + \frac{p_B 4\pi (nR)^3}{3(\gamma - 1)},$$
(5)

где  $\gamma$  — показатель адиабаты газа, находящегося внутри НП.

$$E_s = 4\pi\alpha R^2 + 4\pi\alpha (nR)^2 \tag{6}$$

— суммарная поверхностная энергия,

$$E_e = \frac{2\pi R^3 \sigma^2}{\varepsilon \varepsilon_0} + \frac{2\pi (nR)^3 \sigma^2}{\varepsilon \varepsilon_0} \tag{7}$$

— суммарная собственная электростатическая энергия.

Пусть c — общая концентрация всех НП. Для простоты будем считать, что S и B имеют одинаковые концентрации, равные c/2, и учтем взаимодействие только ближайших соседей. Координационное число (количество ближайших соседей) для простоты примем равным 6 (как в простой кубической решетке). Тогда

$$E_C = 3\frac{\sqrt[3]{c}(4\pi R^2 \sigma)^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} + 5\frac{\sqrt[3]{c}(4\pi R^2 \sigma)^2 n^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} + 3\frac{\sqrt[3]{c}(4\pi n^2 R^2 \sigma)^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}$$
(8)

— сумма кулоновской энергии взаимодействия между *S* и *S* (первое слагаемое), *S* и *B* (второе слагаемое), *B* и *B* (третье слагаемое). В (8) учтено, что у *S* есть три ближайших *S*-соседа, у *B* тоже три ближайших *B*-соседа. У *B* есть три ближайших *S*-соседа, а у *S* три ближайших *B*-соседа. Поскольку одна связь B-S учтена дважды, во втором слагаемом стоит коэффициент 5, а не 6.

Рассмотрим процесс слияния *B* и *S*. Для простоты будем считать коалесценцию изотермическим процессом, что для идеального газа равносильно условию

$$E_{th} = \text{const.}$$
 (9)

Для определения радиуса  $R_c$  образовавшегося НП исходя из (1), (5), (9) можно написать

$$\left(\frac{2\alpha}{R} + p_a - \frac{\sigma^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}\right) R^3 + \left(\frac{2\alpha}{nR} + p_a - \frac{\sigma^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}\right) n^3 R^3$$
$$= \left(\frac{2\alpha}{R_c} + p_a - \frac{\sigma_c^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}\right) R_c^3.$$
(10)



**Рис. 1.** Зависимость изменения полной энергии при коалесценции *S* и *B* ( $\Delta E$ ) от плотности поверхностного заряда ( $\sigma$ ) при различных значениях отношения радиусов *B* и *S* (*n*). n = 5(1), 3(2) и 2 (*3*). Расчетные данные: R = 10 nm,  $c = 10^{15}$  m<sup>-3</sup>,  $p_a = 10^5$  Pa,  $\alpha = 0.072$  J/m<sup>2</sup>,  $\varepsilon = 81$ .

Здесь

$$\sigma_c = \sigma \left(1 + n^2\right) \left(\frac{R}{R_c}\right)^2 \tag{11}$$

 плотность поверхностного заряда образовавшегося
 НП. Эта величина должна быть меньше максимально возможного значения (ср. с (4)):

$$\sigma_c < \sqrt{2p_a\varepsilon\varepsilon_0 + \frac{4\alpha\varepsilon\varepsilon_0}{nR_c}}.$$
 (12)

При сохранении общего объема газа в процессе коалесценции *S* и *B* радиус образовавшегося НП был бы равен  $R_{c0} = R\sqrt[3]{1+n^3}$ . Расчеты показывают, что  $R_c > R_{c0}$ , т. е. объем образовавшегося НП больше суммы объемов *S* и *B*.

Для изменения поверхностной  $\Delta E_s$ , электростатической  $\Delta E_e$  и кулоновской  $\Delta E_C$  энергий в процессе коалесценции *S* и *B* получаем (изменение тепловой энергии в нашей модели, согласно (9),  $\Delta E_{th} = 0$ ) соответственно

$$\Delta E_{s} = 4\pi\alpha (R_{c}^{2} - R^{2} - n^{2}R^{2}) = 4\pi\alpha R^{2} \left[ \left( \frac{R_{c}}{R} \right)^{2} - 1 - n^{2} \right],$$
(13)  
$$\Delta E_{e} = \frac{2\pi\sigma^{2}}{\varepsilon\varepsilon_{0}} (R_{c}^{3} - R^{3} - n^{3}R^{3}) = \frac{2\pi\sigma^{2}R^{3}}{\varepsilon\varepsilon_{0}} \left[ \left( \frac{R_{c}}{R} \right)^{3} - 1 - n^{3} \right],$$
(14)

$$\Delta E_{C} = \frac{\sqrt[3]{c/2} (4\pi R_{c}^{2} \sigma)^{2}}{4\pi \varepsilon \varepsilon_{0}} - 3 \frac{\sqrt[3]{c} (4\pi R^{2} \sigma)^{2}}{4\pi \varepsilon \varepsilon_{0}}$$
$$- 5 \frac{\sqrt[3]{c} (4\pi R^{2} \sigma)^{2} n^{2}}{4\pi \varepsilon \varepsilon_{0}} - 3 \frac{\sqrt[3]{c} (4\pi n^{2} R^{2} \sigma)^{2}}{4\pi \varepsilon \varepsilon_{0}}$$
$$= \frac{\sqrt[3]{c} (4\pi R^{2} \sigma)^{2}}{4\pi \varepsilon \varepsilon_{0}} \left[ \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \left( \frac{R_{c}}{R} \right)^{4} - 3 - 5n^{2} - 3n^{4} \right]. \quad (15)$$

Коалесценция будет энергетически выгодна при отрицательном значении изменения полной энергии *S* и *B* после их слияния

$$\Delta E = \Delta E_s + \Delta E_e + \Delta E_C < 0. \tag{16}$$

Результаты расчета величины  $\Delta E$  по формулам (13)-(16) представлены на рис. 1, 2. Параметры подбирались так, чтобы плотность поверхностного заряда НП, образованного после коалесценции  $\sigma_c$ , удовлетворяла неравенству (12), так как иначе статическое равновесие между сжимающими и "отрицательными" (растягивающими) давлениями нарушится. Таким образом, обязательным (но недостаточным) условием коалесценции НП является то, что величина  $\sigma$ , согласно (11), (12), должна быть меньше некоторого критического



**Рис. 2.** Зависимость изменения полной энергии при коалесценции *S* и *B* ( $\Delta E$ ) от концентрации НП (*c*) при различных значениях плотности заряда ( $\sigma$ ).  $\sigma$ , C/m<sup>2</sup>: *I* — 0.010, *2* — 0.007, *3* — 0.005. Расчетные данные: *n* = 4, *R* = 20 nm, остальные параметры те же, что на рис. 1.

значения  $\sigma_{cr}$ :

$$\sigma < \sigma_{cr} \equiv \frac{\left(\frac{R_c}{R}\right)^2 \sqrt{2p_a \varepsilon \varepsilon_0 + \frac{4\alpha \varepsilon \varepsilon_0}{nR_c}}}{1 + n^2}.$$
 (17)

Итак, согласно нашим расчетам, коалесценции способствуют 1) уменьшение плотности поверхностного заряда  $\sigma$ ; 2) рост отношения радиусов *B* и *S*; 3) увеличение концентрации *с* НП. Следовательно, при больших  $\sigma$ подавляется не только диффузионное растворение НП, но и коалесценция — слияние *B* и *S* и в конечном счете укрупнение НП.

Анализ простой модели объемных заряженных НП показал следующее.

1. Коалесценция малых (S) и более крупных (B) объемных НП стимулируется большими значениями отношения их радиусов n и концентраций c и малыми значениями плотности поверхностного заряда  $\sigma$ .

2. Коалесценция может происходить только в том случае, когда величина  $\sigma$  меньше так называемого критического значения  $\sigma_{cr}$  (см. (17)). Это обязательное, но недостаточное условие протекания коалесценции. При  $\sigma_{cr} < \sigma < \sigma_{\max}$  коалесценция принципиально невозможна.

3. Равновесное значение плотности поверхностного заряда для *S* всегда больше максимально возможного значения заряда:  $\sigma_S^{eq} > \sigma_{max}$ , т.е. *S* всегда нестабильны относительно растворения в воде.

4. Тогда как для поверхностных НП коалесценция и "оствальдовское созревание" маловероятны, в нашей простой модели заряженных объемных НП коалесценция малых и более крупных НП при определенных параметрах возможна.

#### Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] Dollet B., Lohse D. // Langmuir. 2016. V. 32. P. 11335–11339. https://doi.org/10.1021/acs.langmuir.6b02136
- [2] Lohse D., Zhang X. // Phys. Rev. E. 2015. V. 91. P. 031003. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.91.031003
- [3] Li C., Zhang A-M., Wang S., Cui P. // AIP Adv. 2018. V. 8.
   P. 015104. https://doi.org/10.1063/1.5013244
- [4] *Бункин Н.Ф., Бункин Ф.В.* // УФН. 2016. Т. 186. № 9. С. 933–952. DOI: 10.3367/UFNr.2016.05.037796
- [5] Calgaroto S., Willberg K.Q., Rubio J. // Miner. Eng. 2014.
   V. 60. P. 33–40. http://doi.org/10.1016/j.mineng.2014.02.002
- [6] Chaplin M. Water structure and science. [Электронный ресурс]. Режим доступа: lsbu.ac.uk/water/water\_structure\_science.html (2020).
- [7] Бошенятов Б.В., Кошоридзе С.И., Левин Ю.К. // Изв. вузов. Физика. 2018. Т. 61. № 10. С. 149–155.

- [8] Кошоридзе С.И., Левин Ю.К. // 8-я Всерос. науч. конф. "Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред". Сб. трудов. М., 2019. С. 141–144.
- [9] Кошоридзе С.И., Левин Ю.К. // 8-я Всерос. науч. конф. "Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред". Сб. трудов. М., 2019. С. 145–149.
- [10] Кошоридзе С.И., Левин Ю.К. // 7-я Всерос. науч. конф. "Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред". Сб. трудов. М., 2017. С. 237–239.