

Солитоны в системе связанных графеновых волноводов

© М.Б. Белоненко^{1,2}, Н.Г. Лебедев³, Н.Н. Янюшкина³

¹ Волгоградский институт бизнеса,
Волгоград, Россия

² Entropique Inc.,
London, Canada

³ Волгоградский государственный университет,
Волгоград, Россия
E-mail: yana_nn@inbox.ru

(Поступила в Редакцию 31 мая 2011 г.)

Исследуется распространение предельно коротких оптических импульсов, которые можно рассматривать в качестве дискретных солитонов в системе графеновых волноводов. Получено эффективное уравнение, которое имеет вид аналога классического уравнения синус-Гордон. Изучены эффекты, наблюдаемые при изменении ширины первоначального импульса.

Работа проведена в рамках реализации ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009–2013 гг. (проект № НК-16(3)), а также поддержана грантом для молодых ученых ВолГУ № 3-2011-МУ/ВолГУ.

1. Введение

В последнее время наблюдается повышение интереса к нелинейному распространению света в дискретных волноводных структурах. Это связано как с возможностями практического использования нелинейно-оптических эффектов, так и с тем, что распространение световых пучков в указанных структурах аналогично движению электрона в кристаллической решетке. Физические явления, лежащие в основе эффекта, наблюдаются и в других системах, например в полупроводниковых сверхрешетках, биологических молекулярных структурах, конденсате Бозе–Эйнштейна с периодическим потенциалом и др. [1].

Уникальные свойства графена [2,3], во многом связанные с периодичностью закона дисперсии, а также возможность усиления предельно коротких оптических импульсов в нанотрубках и графене [4] дают еще один стимул к изучению проблемы о прохождении электромагнитных импульсов через систему, состоящую из нескольких листов графена. Результаты, полученные ранее, позволяют ожидать обнаружение новых интересных эффектов и в данных углеродных структурах.

Отметим, что впервые теоретическое обоснование возможности нелинейной локализации света в периодических структурах связанных оптических волноводов было дано в работе [5]. Экспериментальное подтверждение существования таких пространственно локализованных состояний, называемых также дискретными солитонами, удалось получить в волноводных решетках на основе арсенида галлия [6], обладающего положительной керровской нелинейностью. С этого момента изучение эффектов взаимодействия световых пучков в нелинейных периодических структурах получило широкое распространение.

В работе [4] изучались вопросы, связанные с нелинейным откликом графена на электромагнитное поле в присутствии внешнего переменного высокочастотного поля. Показано, что распространение электромагнитного импульса в графене в присутствии внешнего переменного высокочастотного поля носит устойчивый характер; таким образом, графен может использоваться в устройствах для усиления предельно коротких импульсов.

Все изложенные выше обстоятельства послужили стимулом для исследования динамики распространения предельно коротких оптических импульсов в системе из нескольких листов графена, где ожидаются новые эффекты с широким спектром практических приложений (например, применение графена в повторителях и инверторах, которые планируется использовать в оптических компьютерах).

2. Модель и основные уравнения

Электроны рассмотрим в рамках квантового формализма с учетом кулоновского взаимодействия. Гамильтониан системы электронов в модели Шубина–Вонсовского (более известной в англоязычной литературе как модель Хаббарда) можно записать в виде [7,8]

$$H = \sum_{j\Delta\sigma}^{t_p} a_{j\sigma}^{\dagger} a_{j+\Delta\sigma} + U \sum_j a_{j\sigma}^{\dagger} a_{j\sigma} a_{j-\sigma}^{\dagger} a_{j-\sigma} + \text{h.c.}, \quad (1)$$

где $a_{j\sigma}^{\dagger}$, $a_{j\sigma}$ — операторы рождения и уничтожения электронов на узле j со спином σ , t_p — интеграл перескока, определяемый перекрытием волновых функций электронов в соседних узлах, Δ — вектор, связывающий соседние узлы в решетке, U — энергия кулоновского отталкивания электронов, находящихся на одном узле.

Следует отметить, что учет слагаемого, содержащего энергию кулоновского отталкивания электронов, находящихся на одном узле, приводит к изменению спектра элементарных возбуждений модели [9–12]

$$E(p) = \varepsilon(p)/2 + U/2 \mp \sqrt{\varepsilon^2(p) - 2\varepsilon(p)U(1 - 2n_0) + U^2/2}, \quad (2)$$

где n_0 — среднее число электронов в узле.

Причем закон дисперсии, который описывает свойства графена без учета кулоновского взаимодействия электронов на одном узле, имеет вид [13]

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \pm \gamma \sqrt{1 + 4 \cos(ap_x) \cos(ap_y/\sqrt{3}) + 4 \cos^2(ap_y/\sqrt{3})}, \quad (3)$$

где $\gamma \approx 2.7 \text{ eV}$, $a = 3b/2\hbar$, $b = 0.142 \text{ nm}$ — расстояние между соседними атомами углерода в графене, $p = (p_x, p_y)$. Разные знаки относятся к зоне проводимости и валентной зоне.

Рассмотрим распространение электромагнитного импульса в геометрии, когда его волновой вектор направлен вдоль слоя графена, а вектор поляризации лежит в слое графена.

Уравнения Максвелла с учетом диэлектрических и магнитных свойств рассматриваемой системы [14] и с учетом калибровки

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

можно записать как

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}_k}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}_k}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_k - \frac{4\pi}{c} \frac{\partial \mathbf{P}_k}{\partial t} = 0. \quad (4)$$

Здесь вектор-потенциал \mathbf{A}_k , который соответствует электромагнитному полю в k -м листе графена, считается имеющим вид $\mathbf{A}_k = (0, 0, A_k(x, t))$; \mathbf{j}_k — ток, текущий в k -м листе графена, а \mathbf{P}_k — поляризация, индуцированная в k -м слое электромагнитным полем и токами соседних слоев графена. Отметим, что далее мы примем самую простую модель, в которой $\mathbf{P}_k = \alpha(\mathbf{E}_{k-1} + \mathbf{E}_{k+1})$, где α — коэффициент связи, а $\mathbf{E}_{k\pm 1}$ — величины электрического поля в соседних слоях графена.

Запишем далее стандартное выражение для плотности тока

$$j_k = e \sum_p v(p - \frac{e}{c} A_k(t)) \langle a_p^\dagger a_p \rangle, \quad (5)$$

где $v(p) = \frac{\partial E(p)}{\partial p}$, а угловые скобки означают усреднение с неравновесной матрицей плотности $\rho(t)$: $\langle B \rangle = \text{Sp}(B(0)\rho(t))$.

Проводя вычисления, аналогичные сделанным в работе [4], запишем выражение для плотности тока в системе

графеновых волноводов

$$j_k = -en_0 \sum_l D_l \sin\left(\frac{le}{c} A_k(t)\right),$$

$$D_l = \sum_{s=1}^m \int_{-\pi/a}^{\pi/a} dp B_{ls} \cos(lp) \frac{\exp(-\varepsilon_s(p)/k_B T)}{1 + \exp(\varepsilon_s(p)/k_B T)}, \quad (6)$$

где k_B — постоянная Больцмана, T — температура, B_s — коэффициенты разложения скорости носителей заряда в ряд Фурье,

$$v_s(p) = \sum_l B_{ls} \sin(lp),$$

$$B_{ls} = \frac{1}{2\pi} \sum_p v_s(p) \sin(lp).$$

Учитывая все изложенное выше, уравнение (4) после обезразмеривания можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 R_k}{\partial x'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 R_k}{\partial t'^2} - \text{sgn}(D_l) \sin(R_k) - \sum_{l=2}^{\infty} \left(\frac{D_l}{|D_l|} \sin(lR_k) \right) + \frac{4\pi\alpha}{c} \frac{\partial^2 (R_{k-1} + R_{k+1})}{\partial t'^2} = 0, \quad (7)$$

где

$$R_k = \frac{eA_k}{c}, \quad x' = x \frac{2e}{c} \sqrt{\pi n_0 |D_l|}, \quad t' = t \frac{2e}{c} \sqrt{\pi n_0 |D_l|}.$$

Отметим, что уравнение (7) представляет собой обобщение хорошо известного уравнения синус-Гордон на случай, когда обобщенный потенциал раскладывается в общий ряд Фурье.

Вследствие того что коэффициенты D_l убывают с ростом l , в сумме в уравнении (7) можно ограничиться первыми не исчезающими слагаемыми и получить широко используемое в приложениях двойное уравнение синус-Гордон, которое не интегрируется методом обратной задачи рассеяния [15].

3. Численное моделирование

Исследуемые уравнения решались численно при помощи прямой разностной схемы типа крест [16]. Начальный профиль импульсов на входе в систему графеновых плоскостей выбирался в форме гауссовой кривой

$$R(t, N) = A e^{-(t-t_0)^2} e^{-\beta(N-N_c)^2},$$

где A — амплитуда импульса, N_c — номер центрального волновода ($N_c = 5$), β — параметр, определяющий ширину импульса, N — номер волновода, t_0 — начальный момент времени. Изучение динамики импульса проводилось в системе девяти параллельных графеновых плоскостей.

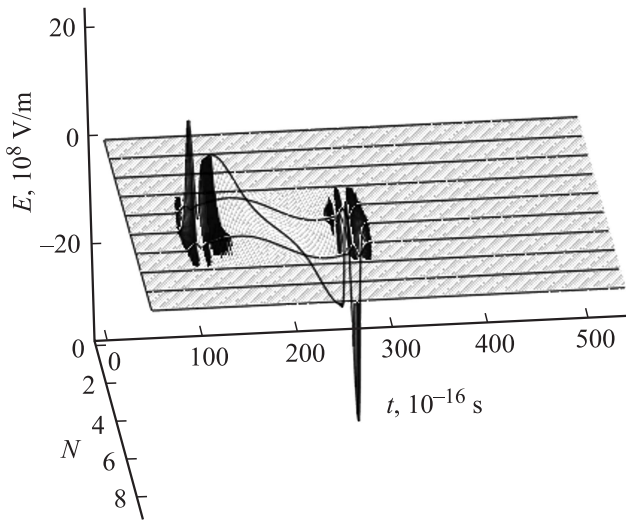


Рис. 1. Эволюция электрического поля, определяемого потенциалом в уравнении (5). $\beta = 1$.

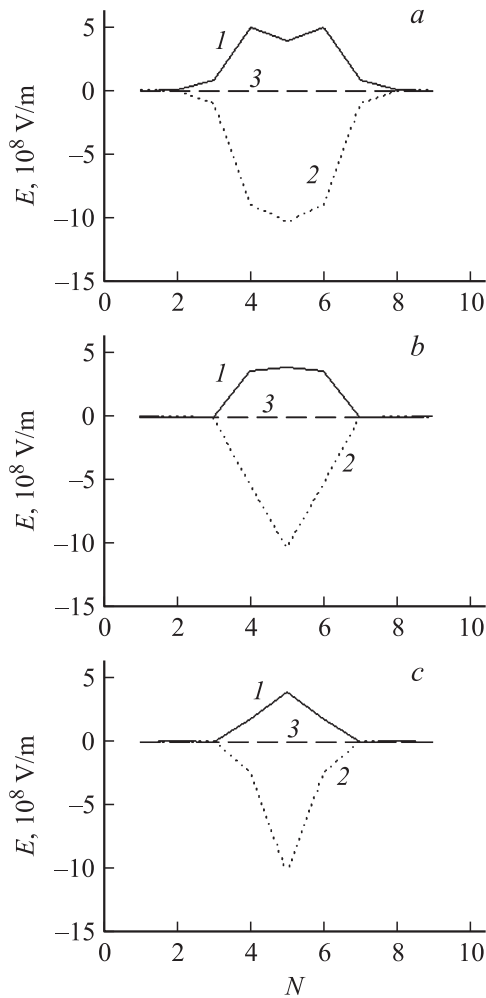


Рис. 2. Зависимость электрического поля, определяемого потенциалом в уравнении (5), от номера волновода. $t, 10^{-16}$ s: 1 — 130, 2 — 200, 3 — 250. $\beta = 1$ (a), 2 (b), 3 (c).

Общий вид импульса электромагнитного поля представлен на рис. 1.

Зависимость импульса электромагнитного поля от N представлена на рис. 2.

Полученные зависимости (рис. 2) позволяют сделать вывод о значительном влиянии ширины импульса β на распределение энергии между волноводами. Так, например, в момент времени $t = 130 \cdot 10^{-16}$ s (линия 1 на рис. 2) максимум энергии не всегда приходится на

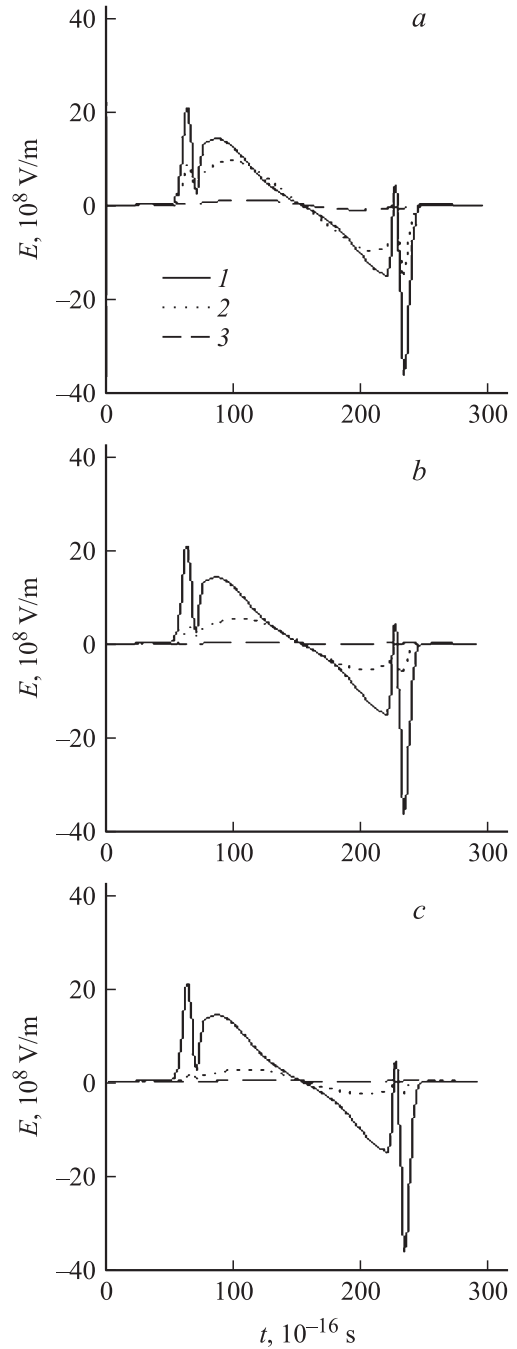


Рис. 3. Зависимость электрического поля, определяемого потенциалом в уравнении (5), от времени. Номер волновода $N = 5$ (1), 6 (2) и 7 (3). $\beta = 1$ (a), 3 (b), 3 (c).

центральный лист графена ($N = 5$), т.е. имеет место перераспределение электромагнитного поля между волноводами. Следует также отметить, что напряженность электромагнитного поля на крайних волноводах ($N = 1$ и 9) практически не зависит от ширины первоначального импульса.

Как видно из рис. 3, импульс на центральном волноводе практически не меняет своей формы в зависимости от начальной ширины импульса в отличие от импульсов в соседних волноводах. На боковых волноводах импульс имеет ту же форму, что и центральный, только уменьшенной амплитуды. Меняя первоначальную ширину центрального импульса, мы можем управлять амплитудой электромагнитного поля на соседних волноводах, причем чем шире подаваемый на систему плоскостей графена импульс, тем больше амплитуда соседних с центральным импульсов.

Необходимо также отметить, что начиная с некоторого момента времени ($t = 150 \cdot 10^{-16}$ s) наблюдается инверсия сигнала, причем амплитуда инвертированного сигнала практически совпадает с амплитудой первоначального.

4. Выводы

1. Получено уравнение, описывающее динамику распространения предельно короткого импульса в системе слоев графена, выступающих в роли волноводов.

2. На распространение импульсов значительное влияние оказывает ширина первоначального импульса.

3. При распространении электромагнитного импульса в системе графеновых волноводов происходит инверсия импульса относительно первоначального. Таким образом, графен может использоваться в устройствах для инвертирования сигнала.

Список литературы

- [1] E. Smirnov, M. Stepic, C.E. Ruter, D. Kip, V. Shandarov. Opt. Lett. **31**, 2338 (2006).
- [2] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S.V. Dubonos, I.V. Grigorieva, A.A. Firsov. Science **306**, 666 (2004).
- [3] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, M.I. Katsnelson, I.V. Grigorieva, A.A. Firsov. Nature **438**, 197 (2005).
- [4] Н.Н. Янюшкина, М.Б. Белоненко, Н.Г. Лебедев. Опт. и спектр. **108**, 658 (2010).
- [5] E. Smirnov, C.E. Ruter, M. Stepik, V. Shandarov, D. Kip. Opt. Expr. **14**, 11 248 (2006).
- [6] E. Smirnov, M. Stepic, E. Ruter, D. Kip, V. Shandarov. Phys. Rev. E **74**, 65 601 (2006).
- [7] J. Hubbard. Proc. Roy. Soc. A **276**, 1365, 238 (1963).
- [8] J. Hubbard. Proc. Roy. Soc. A **285**, 1403, 542 (1965).
- [9] Yu.A. Izyumov, B.M. Letfulov, E.V. Shipitsyn, K.A. Chao. Int. J. Mod. Phys. **21**, 3479 (1992).
- [10] Ю.А. Изюмов, М.И. Кацнельсон, Ю.Н. Скрябин. Магнетизм коллективизированных электронов. Физматлит, М. (1994). 368 с.
- [11] Ю.А. Изюмов, Ю.Н. Скрябин. Статистическая механика магнитоупорядоченных систем. Наука, М. (1987). 264 с.
- [12] Ю.А. Изюмов. УФН **165**, 403 (1995).
- [13] P.R. Wallace. Phys. Rev. **71**, 622 (1947).
- [14] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Т. II. Теория поля. Наука, М. (1988). 512 с.
- [15] Р. Буллаф, Ф. Кодри. Солитоны. Пер. с англ. Мир, М. (1983). 408 с.
- [16] Н.С. Бахвалов. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). Наука, М. (1975). 632 с.