

## Высокодисперсионные электростатические зеркала вращательной симметрии с времяпролетной фокусировкой по энергии третьего порядка

© С.Б. Бимурзаев, Н.У. Алдияров, З.С. Саутбекова

Алматинский университет энергетики и связи,  
Алматы, Казахстан  
e-mail: bimirzaev@mail.ru

Поступило в Редакцию 25 июня 2019 г.

В окончательной редакции 10 декабря 2019 г.

Принято к публикации 27 января 2020 г.

Приведены выражения, описывающие время пролета заряженных частиц с учетом времяпролетных хроматических aberrаций в электростатических зеркалах вращательной симметрии. Путем численных расчетов найдены условия времяпролетной фокусировки по энергии частиц до третьего порядка включительно в трехэлектродных зеркалах, электродами которых служат соосные цилиндры равного диаметра. Рассмотрены различные режимы работы таких зеркал: 1) пространственно-времяпролетная фокусировка в гауссовой плоскости зеркала; 2) пространственно-времяпролетная фокусировка в фокальной плоскости зеркала; 3) времяпролетная фокусировка в телескопическом режиме; 4) времяпролетная фокусировка в коллиматорном режиме. Результаты расчета представлены в зависимости от двух фундаментальных решений уравнения параксиальных траекторий. Одно из этих решений описывает траектории, прямая и обратная ветви которых совпадают, а второе решение — траектории, прямая и обратная ветви которых симметричны относительно оси симметрии поля. Показано, что времяпролетная дисперсия зеркала по массам, определенная на основе второго решения, в несколько раз выше, чем на основе первого решения для всех режимов его работы.

**Ключевые слова:** времяпролетный масс-рефлектор, времяпролетная дисперсия по массе, времяпролетная хроматическая aberrация, времяпролетная фокусировка, эффективное дрейфовое расстояние.

DOI: 10.21883/JTF.2020.07.49456.280-19

### Введение

Разрешающая способность времяпролетного масс-рефлектора (ВПМР) увеличивается пропорционально времени пролета ионов от источника до детектора [1], что связано с уменьшением относительного вклада в разрешающую способность временного разброса ионов в пакете, формируемом в ионном источнике. Увеличить время пролета ионов (т.е. времяпролетную дисперсию по массам) в ВПМР можно двумя способами: 1) наращиванием длины пролета ионов от источника до детектора; 2) путем определенного подбора распределения поля в электростатическом зеркале, выполняющем роль ионного рефлектора.

Первый способ увеличения времени пролета ионов реализован в многоотражательных ВПМР, в которых роль ионного рефлектора выполняет система, состоящая из двух параллельных друг другу двумерных электростатических зеркал [2,3]. При этом предельное разрешение многоотражательного ВПМР остается пропорциональным времени пролета ионов при однократном отражении зеркала [3].

Второй способ увеличения времени пролета ионов описан в работе [4], в которой впервые было показано, что в двухэлектродном электростатическом зеркале вращательной симметрии могут быть реализованы два

случая пространственно-времяпролетной фокусировки первого порядка. В первом случае узловая плоскость времяпролетной фокусировки совмещена с плоскостью, проходящей через центр кривизны зеркала, а во втором — через его вершину. При этом время пролета ионов в зеркале, следовательно, эффективное дрейфовое расстояние зеркала во втором случае значительно больше, чем в первом.

Несмотря на это, зеркала с режимом фокусировки с большим временем пролета практически были преданы забвению как менее светосильные, так как с увеличением длины пробега частиц происходит естественное уменьшение апертурных углов. При этом из поля зрения выпала другая причина, влияющая на светосилу зеркала — его пропускная способность. Вместе с тем, как показано в работе [5], пропускная способность двухэлектродного зеркала вращательной симметрии со вторым режимом фокусировки значительно больше по сравнению с первым режимом фокусировки.

В [6] были исследованы свойства времяпролетной фокусировки двухэлектродного зеркала вращательной симметрии для двух режимов его работы, когда светосила зеркала не зависит от длины пробега частиц: 1) телескопический режим — падающий на зеркало параллельный пучок частиц остается параллельным и после отражения зеркала; 2) режим параллель/точка —

падающий на зеркало параллельный пучок частиц фокусируется в фокальной плоскости зеркала. Результаты этих исследований показывают, что в двухэлектродном зеркале вращательной симметрии может быть достигнута времяпролетная фокусировка частиц по энергии при высокой времяпролетной дисперсии зеркала по массам как в телескопическом режиме, так и в режиме параллель/точка. Однако в двухэлектродном зеркале невозможно времяпролетная фокусировка по энергии выше первого порядка, что ограничивает их практическое применение для повышения разрешающей способности ВПМР. Это приводит к необходимости более детального изучения фокусирующих свойств высокодисперсионных зеркал вращательной симметрии на основе многоэлектродных систем, имеющих большее разнообразие в распределении поля.

В настоящей работе путем численных расчетов исследованы дисперсионные свойства трехэлектродных электростатических зеркал вращательной симметрии для различных режимов их работы при выполнении условий времяпролетной фокусировки по энергии до третьего порядка включительно.

## 1. Расчетные формулы для исследования электростатических зеркал

### 1.1. Время пролета

В задачах времяпролетной фокусировки пучков заряженных частиц особый интерес представляют времяпролетные хроматические aberrации (ВПХА). Это связано с тем, что в электронно-оптических системах с прямой оптической осью времяпролетные геометрические aberrации эффективно уменьшаются простым диафрагмированием этих пучков. ВПХА при этом остаются без изменений и накладывают принципиальные ограничения на качество времяпролетной фокусировки. По этой причине в дальнейшем ограничимся рассмотрением этих aberrаций.

Для изучения времяпролетных хроматических aberrаций зеркала достаточно рассмотреть движение частиц вдоль его главной оптической оси и определить зависимость времени пролета частиц от их начальных энергий.

Введем цилиндрическую систему координат  $r, \psi, z$ , в которой ось  $z$  совмещена с главной оптической осью зеркала. Согласно [7], время пролета иона заряда  $q$  и массы  $m$ , движущегося вдоль оптической оси зеркала  $z$  от начальной плоскости  $z = z_0$  до произвольной плоскости  $z = \text{const}$ , с учетом величин до третьего порядка малости может быть записано в виде

$$t = T + \Delta t. \quad (1)$$

Здесь

$$T = -\frac{1}{v_0} (z + z_0 - 2z_T^{(0)}) \quad (2)$$

— время пролета центрального (движущегося вдоль оси  $z$  с нулевым разбросом энергий) иона,

$$\Delta t = \frac{1}{v_0} \sum_{k=1}^3 \left( \frac{\varepsilon}{\Phi_0} \right)^k D_{\varepsilon}^{(k)} \quad (3)$$

— суммарная ВПХА зеркала,  $\varepsilon$  — начальный разброс энергий ионов,  $\Phi = \Phi(z)$  — осевое распределение электростатического потенциала,  $v_0 = \sqrt{-2q\Phi/m}$  — скорость центрального иона, а

$$D_{\varepsilon}^{(k)} = (-1)^{k+1} \frac{(2k-1)!!}{(2k)!!} (z + z_0 - 2z_T^{(k)}) \quad (k = 1, 2, 3) \quad (4)$$

— коэффициент ВПХА  $k$ -го порядка. Величины  $z_T^{(0)}$  и  $z_T^{(k)}$  ( $k = 1, 2, 3$ ), определяющие, как это видно из (2) и (4), положения эффективной плоскости отражения зеркала и его плоскостей времяпролетной фокусировки  $k$ -го порядка соответственно, являются функциями лишь осевого распределения потенциала  $\Phi = \Phi(z)$  зеркала [7].

Здесь и далее нижним индексом „0“ отмечены значения величин в начальной (предметной) плоскости  $z = z_0$ .

### 1.2. Условия времяпролетной фокусировки

Как видно из (4), условие времяпролетной фокусировки ионов по энергии  $k$ -го порядка ( $D_{\varepsilon}^{(k)} = 0$ ) определяется равенством

$$z + z_0 = 2z_T^{(k)}, \quad (5)$$

которое означает, что времяпролетная фокусировка достигается, если плоскости  $z = z_0$  (предметная плоскость) и  $z = \text{const}$  (плоскость времяпролетного изображения) расположены симметрично относительно плоскости  $z = z_T^{(k)}$  ( $k = 1, 2, 3$ ).

При выполнении условия

$$z_T = z_T^{(1)} = z_T^{(2)} = z_T^{(3)} \quad (6)$$

одновременно с (5) все коэффициенты ВПХА равны нулю ( $D_{\varepsilon}^{(1)} = D_{\varepsilon}^{(2)} = D_{\varepsilon}^{(3)} = 0$ ), т.е. в плоскости  $z = z_T$  реализуется времяпролетная фокусировка ионов по энергии до третьего порядка включительно.

Плоскость  $z = z_T^{(1)}$  называют главной плоскостью времяпролетной фокусировки зеркала [4]. С учетом (5) можно записать (2) в виде

$$T = \frac{2}{v_0} (z_T^{(0)} - z_T^{(1)}). \quad (7)$$

Равенство (7) определяет интервал времени между моментами пересечения плоскости  $z = z_T^{(1)}$  ионами до

и после отражения зеркалом. Этот интервал времени называют временным интервалом фокусировки зеркала. Зависимость временного интервала фокусировки от массы определяет величину его времяпролетной дисперсии по массам [4]

$$D_{im} = m \frac{\partial T}{\partial m} = \frac{T}{2} = \frac{L}{v_0}, \quad (8)$$

где

$$L = \frac{1}{2} v_0 T \quad (9)$$

— эффективное дрейфовое расстояние зеркала.

Как известно, предельная разрешающая способность масс-рефлектрона с электростатическим зеркалом равна

$$R = \frac{T}{2\Delta t_i}, \quad (10)$$

где  $\Delta t_i$  — временной разброс пакета ионов в первичном временном фокусе.

С учетом равенств (8), (9) можно записать равенство (10) в виде

$$R = \frac{D_{im}}{\Delta t_i} = \frac{L}{\Delta z_i}, \quad (11)$$

где  $\Delta z_i = v_0 \Delta t_i$  — ширина пакета ионов в первичном временном фокусе.

### 1.3. Уравнения траекторий

Согласно [7], уравнения паракиальной траектории и ее наклона к оптической оси  $z$  для частицы, движущейся от начальной плоскости  $z = z_0$  до произвольной плоскости  $z = \text{const}$  (после отражения зеркалом), можно записать в виде

$$r = -\frac{2\sqrt{\Phi_0}}{\Phi'_u} [r'_0(p_0g + pg_0) - r_0(p'_0g + pg'_0)], \quad (12)$$

$$r' = -\frac{2\sqrt{\Phi_0}}{\Phi'_u} [r'_0(p_0g' + p'g_0) - r_0(p'_0g' + p'g'_0)]. \quad (13)$$

Здесь  $p = p(z)$  и  $g = g(z)$  — линейно независимые частные решения паракиального уравнения

$$\Phi r'' + \frac{1}{2} \Phi' r' + \frac{1}{4} \Phi'' r = 0. \quad (14)$$

При этом  $p = p(z)$  является аналитической функцией, а  $g = g(z)$  может быть представлено в виде

$$g = \sqrt{\Phi} q, \quad (15)$$

где  $q = q(z)$  — аналитическая функция, удовлетворяющая уравнению

$$\Phi q'' + \frac{3}{2} \Phi' q' + \frac{3}{4} \Phi'' q = 0, \quad (16)$$

следующему из (14) и (15).

Функции  $p = p(z)$  и  $q = q(z)$  удовлетворяют следующим начальным условиям:

$$p_u = q_u = 1, \quad p'_u = q'_u = -\frac{\Phi''_u}{2\Phi'_u}. \quad (17)$$

Здесь и далее штрихи обозначают дифференцирование по  $z$ , а нижним индексом „ $u$ “ отмечены значения величин в плоскости поворота ионов  $z = z_u$  зеркала.

### 1.4. Режимы работы зеркала

Как видно из (12), положение гауссовой плоскости изображения  $z = z_G$  (условие стигматичной пространственной фокусировки — режим точка в точку) определяется равенством

$$p_0g(z_G) + p(z_G)g_0 = 0. \quad (18)$$

Откуда с учетом (12) получим

$$\frac{p(z_G)}{p_0} = -\frac{g(z_G)}{g_0} = \frac{r}{r_0} = M, \quad (19)$$

где  $M$  — линейное увеличение зеркала.

Положение фокальной плоскости  $z = z_F$  (условие фокусировки параллельных пучков частиц — режим параллель/точка), как это видно из (12), определяется равенством

$$p'_0g(z_F) + p(z_F)g'_0 = 0. \quad (20)$$

Откуда с учетом (12) следует

$$\frac{p(z_F)}{p'_0} = -\frac{g(z_F)}{g'_0} = \frac{r}{r'_0} = f_0, \quad (21)$$

где  $f_0$  — фокусное расстояние предметного пространства зеркала.

Коллиматорный режим работы зеркала (условие параллельности в пространстве изображений ионного пучка, исходящего из точечного источника ( $r_0 = 0$ ) — режим точка/параллель) определяется, как это видно из (13), равенством

$$p_0g' + g_0p' = 0. \quad (22)$$

С учетом (13) из (22) следует, что

$$\frac{p_0}{p'} = -\frac{g_0}{g'} = \frac{r_0}{r'} = f, \quad (23)$$

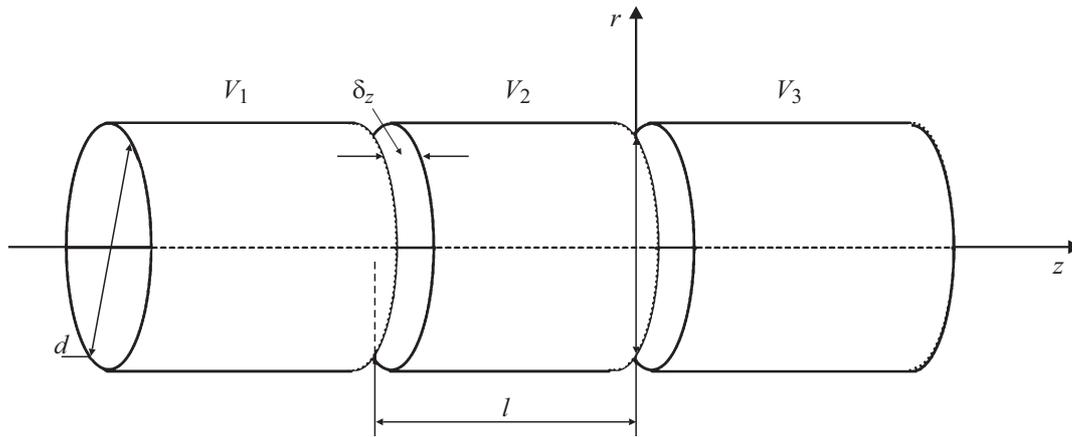
где  $f$  — фокусное расстояние пространства изображений, которое связано с фокусным расстоянием предметного пространства  $f_0$  соотношением

$$f = f_0, \quad (24)$$

следующим из (12) и (13).

Телескопический режим (падающий на зеркало параллельный пучок остается параллельным и после отражения), как это видно из (13), определяется равенством

$$p'_0g' + g'_0p' = 0. \quad (25)$$



**Рис. 1.** Трехэлектродное зеркало вращательной симметрии:  $V_1, V_2, V_3$  — потенциалы на электродах,  $d$  — диаметр цилиндра,  $l$  — длина среднего электрода,  $\delta_z$  — ширина зазора между электродами.

При этом, как следует из (13) и (25):

$$\frac{p'}{p'_0} = -\frac{g'}{g'_0} = \frac{r'}{r'_0} = \gamma, \tag{26}$$

где  $\gamma$  — угловое увеличение зеркала, которое связано с его линейным увеличением  $M$  соотношением

$$M\gamma = -1, \tag{27}$$

следующим из (12) и (13).

Определим кардинальные элементы электронного зеркала. Для этого воспользуемся характерными для зеркала траекториями. Решение  $p = p(z)$  описывает траектории, прямые и обратные ветви которых совпадают, т.е. проходят через центр кривизны зеркала  $z = z_C$ , а решение  $g = g(z)$  — траектории, прямые и обратные ветви которых симметричны относительно оптической оси зеркала, т.е. проходят через вершину зеркала  $z = z_V$  [4]. Таким образом, когда предмет и его изображение находятся в свободном от поля пространстве, функции  $p = p(z)$  и  $g = g(z)$  можно записать так

$$p = (z - z_C)p', \quad g = (z - z_V)g'. \tag{28}$$

С учетом этих равенств из (20)–(21) следует, что положение фокуса зеркала и его фокусное определяются равенствами

$$z_F = \frac{1}{2}(z_V + z_C), \quad f = \frac{1}{2}(z_V - z_C). \tag{29}$$

Как следует из (22), коллиматорный режим зеркала реализуется при выполнении очевидного условия

$$z_0 = z_F. \tag{30}$$

В свободном от поля пространстве телескопический режим зеркала определяется равенством

$$p' = 0 \quad \text{или} \quad g' = 0. \tag{31}$$

Решая уравнение (18) с учетом (28), (29), можно записать уравнение пространственных изображений для зеркала в виде „уравнений Ньютона“

$$(z_0 - z_F)(z_G - z_F) = f^2. \tag{32}$$

При этом линейное увеличение зеркала равно

$$M = \frac{f}{z_0 - z_F} = \frac{z_G - z_F}{f}. \tag{33}$$

### 1.5. Условия пространственно-времяпролетной фокусировки

Решая систему уравнений (4) и (32) с учетом (5), (6), получим соотношение

$$z_{1,2} = z_T \pm \sqrt{(z_T - z_C)(z_T - z_V)}, \tag{34}$$

определяющее положения взаимосопряженных плоскостей  $z = z_1$  и  $z = z_2$ , для которых осуществляется пространственная и времяпролетная фокусировка одновременно.

При выполнении условия

$$z_T - z_C \quad \text{или} \quad z_T - z_V, \tag{35}$$

из (34) следует, что

$$z_1 = z_2 = z_T, \tag{36}$$

т.е. пространственно-времяпролетная фокусировка осуществляется в одной и той же плоскости  $z = z_T$ .

## 2. Расчет трехэлектродного зеркала вращательной симметрии

Рассматриваемое зеркало (рис. 1) состоит из трех соосных цилиндров равного диаметра  $d$ , находящихся под потенциалами  $V_1, V_2, V_3$ .

**Таблица 1.** Характеристики трехэлектродного зеркала вращательной симметрии, обусловленные  $p$ -решением

Режим	$V_2/V_1$	$-V_3/V_2$	$l/d$	$-z_T/d$	$L/d$
$p' = 0$	0.0539	7.87	0.632	4.65	5.50
$z_F = z_T$	0.0479	7.90	0.650	5.44	6.36
$z_C = z_T$	0.0432	7.92	0.666	6.23	7.22

**Таблица 2.** Характеристики трехэлектродного зеркала вращательной симметрии, обусловленные  $g$ -решением

Режим	$V_2/V_1$	$-V_3/V_2$	$l/d$	$-z_T/d$	$L/d$
$g' = 0$	0.00932	8.45	0.932	51.7	54.4
$z_F = z_T$	0.00919	8.46	0.935	52.7	55.4
$z_V = z_T$	0.00907	8.47	0.937	53.8	56.5

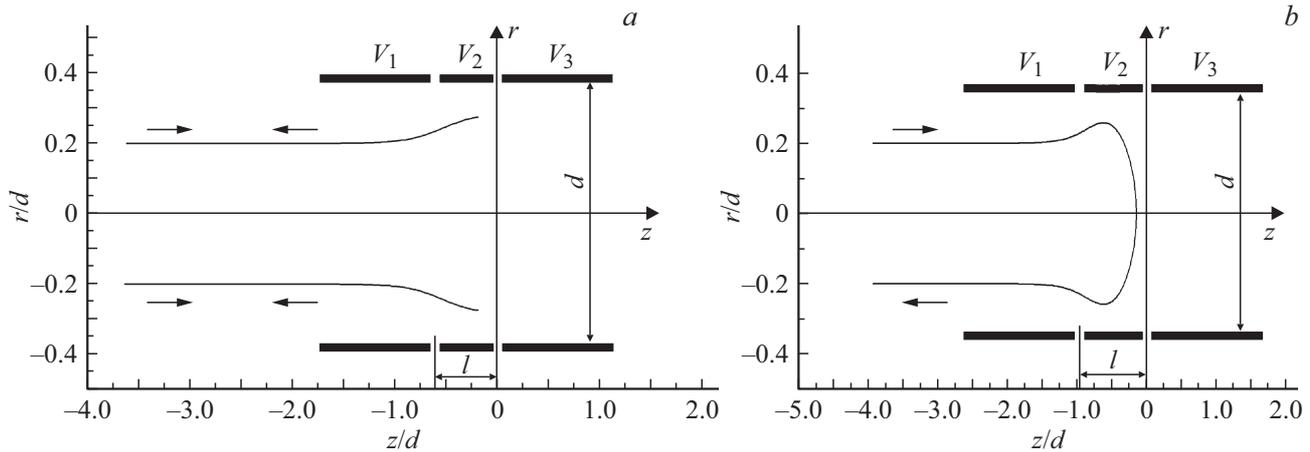
Осевое распределение электростатического потенциала зеркала описывается соотношением [8]

$$\Phi(z) = \frac{1}{2} \left[ (V_1 + V_3) + \sum_{i=1}^2 (V_{i+1} - V_i) U(z - z_i) \right], \quad (37)$$

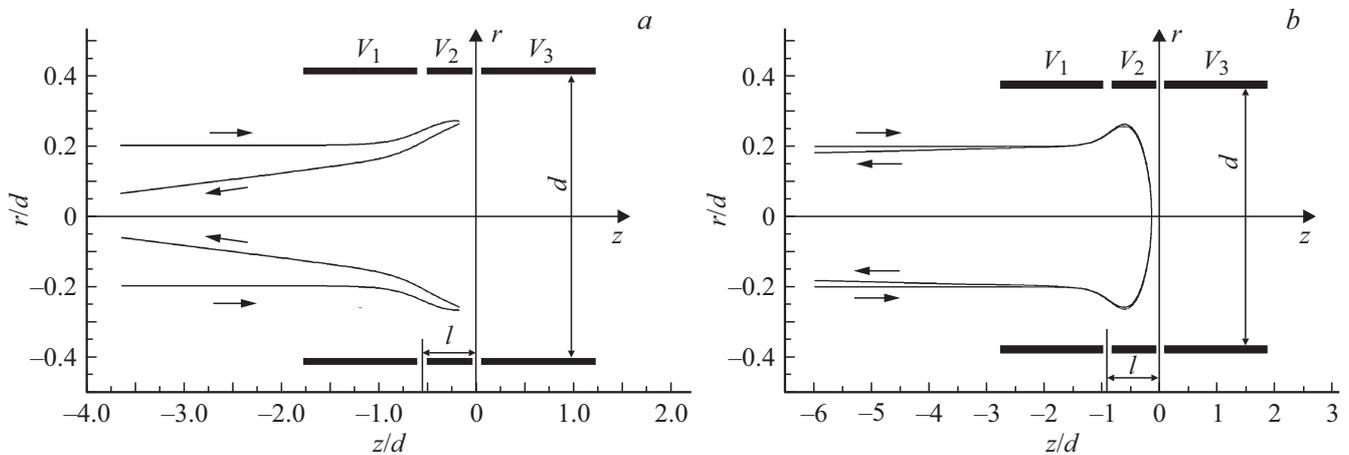
где

$$U(z - z_i) = \text{sign}(z - z_i) \times \left[ 1 - \sum_{s=1}^{\infty} \exp(-2\alpha_s |z - z_i|/d) / \prod_{m=1}^{\infty} (1 - \alpha_s^2 / \alpha_m^2)_{s \neq m} \right]. \quad (38)$$

Здесь  $z_i$  — координата середины  $i$ -го зазора между электродами,  $\alpha_s, \alpha_m$  — корни функции Бесселя нулевого порядка. Принято, что положительное направление оси  $z$  совпадает с направлением движения падающих на зеркало ионов, а начало координат помещено в середине второго зазора (между вторым и третьим электродами).



**Рис. 2.** Ход траекторий частиц в телескопическом режиме:  $a$  —  $p'$ ;  $b$  —  $g'$ .



**Рис. 3.** Ход траекторий частиц в режиме параллель/точка ( $z_T = z_F$ ):  $a$  —  $p$ -решение;  $b$  —  $g$ -решение.

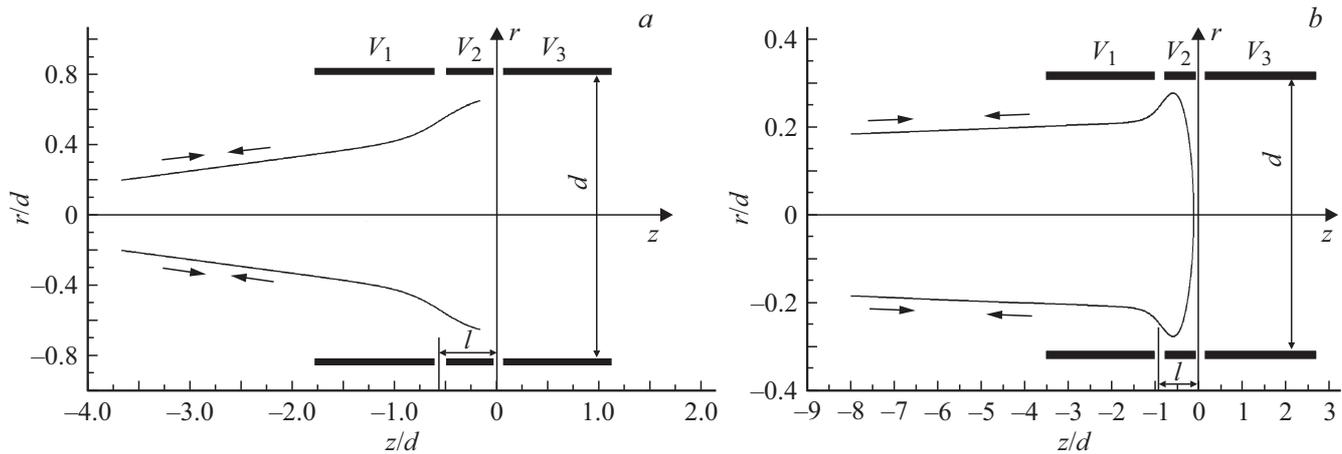


Рис. 4. Ход траекторий частиц в режиме точка в точку:  $a$  —  $z_T = z_C$ ;  $b$  —  $z_T = z_V$ .

Расчет зеркала производился следующим образом. Для заданных значений потенциала  $V_2$  на втором (среднем) электроде и ширины  $l$  среднего электрода находились значения запирающего потенциала  $V_3$  на третьем электроде, обеспечивающие выполнение условий времяпролетной фокусировки по энергии до третьего порядка включительно (6) для различных режимов работы зеркала.

В табл. 1 и 2 представлены соотношения геометрических и электрических параметров, определяющие различные режимы работы зеркала: 1) телескопический режим ( $p' = 0$  или  $g' = 0$ ); 2) режим параллель/точка ( $z_F = z_T$ ); 3) режим точка в точку ( $z_C = z_T$  или  $z_V = z_T$ ).

Заметим, что в силу обратимости хода траекторий в зеркале коллиматорный режим реализуется при тех же условиях, что и режим параллель/точка.

В табл. 1 приведены результаты расчета, обусловленные  $p$ -решением, а в табл. 2 — результаты расчета, обусловленные  $g$ -решением.

Как видно из приведенных в таблицах данных, значения удельного эффективного дрейфового расстояния  $\bar{L}/d$  (т.е. эффективного дрейфового расстояния в единицах характерного размера зеркала  $d$ -диаметра цилиндрического электрода), обусловленные решением  $g = g(z)$ , значительно (почти на порядок) превышают его значения, обусловленные решением  $p = p(z)$ , для всех режимов работы зеркала. Это связано с разной длиной пути ионов в зеркале и разной степенью торможения ионов на втором электроде зеркала.

Следует отметить, что безразмерная величина

$$\bar{L} = L/d \quad (39)$$

является функцией лишь осевого распределения электростатического потенциала.

С учетом (39) предельную разрешающую способность (11) можно записать в виде

$$R = \frac{\bar{L} \cdot d}{\Delta z_i}. \quad (40)$$

Как видно из (40), разрешающую способность масс-рефлектрона можно повысить либо увеличением  $\bar{L}$  при малых  $d$ , либо увеличением  $d$  при малых  $\bar{L}$ . В последнем случае мы приходим к росту габарита прибора в целом за счет увеличения его размера в поперечном направлении.

Ход траекторий частиц в трехэлектродном зеркале вращательной симметрии с времяпролетной фокусировкой по энергии до третьего порядка включительно для различных режимов его работы представлен на рис. 2–4.

## Заключение

Результаты исследований показывают, что для всех рассмотренных режимов работы электростатического зеркала вращательной симметрии значения удельного эффективного дрейфового расстояния значительно отличаются в зависимости от того, каким решением обусловлены эти результаты. Это дает возможность использования высокодисперсионных зеркал вращательной симметрии для повышения разрешающей способности времяпролетных масс-рефлектронов без увеличения их общих размеров, а также для создания более компактных приборов при сохранении их разрешающей способности.

## Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта № AP05132483 по программе Министерства образования и науки Республики Казахстан.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] Каратаев В.И., Мамырин Б.А., Шмикк Д.В. // ЖТФ. 1971. Т. 41. Вып. 7. С. 1498–1501.
- [2] Назаренко Л.М., Секунова Л.М., Якушев Е.М. А.С. SU 1 725 289 А1, 1992.
- [3] Явор М.И., Веренчиков А.Н. // Научное приборостроение. 2004. Т. 14. № 2. С. 38–45.
- [4] Бимурзаев С.Б., Дауменов Т., Секунова Л.М., Якушев Е.М. // ЖТФ. 1983. Т. 53. С. 524–528.
- [5] Бимурзаев С.Б., Нурасылова О.С., Холодов И.А. // Вестник АУЭС. 2016. № 1. С. 36–43.
- [6] Бимурзаев С.Б., Саутбекова З.С. // Вестник АУЭС. 2018. № 4. С. 131–138.
- [7] Бимурзаев С.Б., Бимурзаева Р.С., Саркеев Б.Т. // РЭ. 1991. Т. 36. С. 2186–2195.
- [8] Бобыкин Б.В., Невинный Ю.А., Якушев Е.М. // ЖТФ. 1975. Т. 45. С. 2368–2372.