

09

## Взаимодействие прямоугольного униполярного импульса с двухуровневой резонансной средой

© Р.М. Архипов<sup>1,2</sup>, Н.Н. Розанов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный университет,  
199034 Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>ФТИ им. А.Ф. Иоффе,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: arhipovrostislav@gmail.com

Поступила в редакцию 21.01.2020 г.

В окончательной редакции 21.01.2020 г.

Принята к публикации 27.01.2020 г.

Интерес к униполярным импульсам в оптике связан с возможностью их эффективного воздействия на квантовые объекты. В работе изучается взаимодействие короткого прямоугольного униполярного импульса с двухуровневой резонансной средой в условиях, когда длительность импульса меньше времен релаксации среды. Парадоксальным является тот факт, что поляризация и разность заселенностей среды осциллирует не на частоте Раби, а на частоте, пропорциональной сумме квадратов частоты резонансного перехода среды и частоты Раби импульса. Данное явление аналогично эффекту Штарка, которое заключается в сдвиге частот переходов среды в постоянном внешнем электрическом поле. Обсуждается возможность генерации излучения на частотах, превосходящих частоту резонансного перехода при возбуждении среды прямоугольным униполярным импульсом.

**Ключевые слова:** униполярные импульсы, двухуровневая система, осцилляции Раби.

DOI: 10.21883/OS.2020.05.49323.9-20

### Введение

В последнее время в литературе обсуждается возможность получения коротких электромагнитных импульсов с высокой степенью униполярности, определяемой как (см. обзоры [1–3] и цитируемую литературу).

$$\xi = \frac{\left| \int E dt \right|}{\int |E| dt}. \quad (1)$$

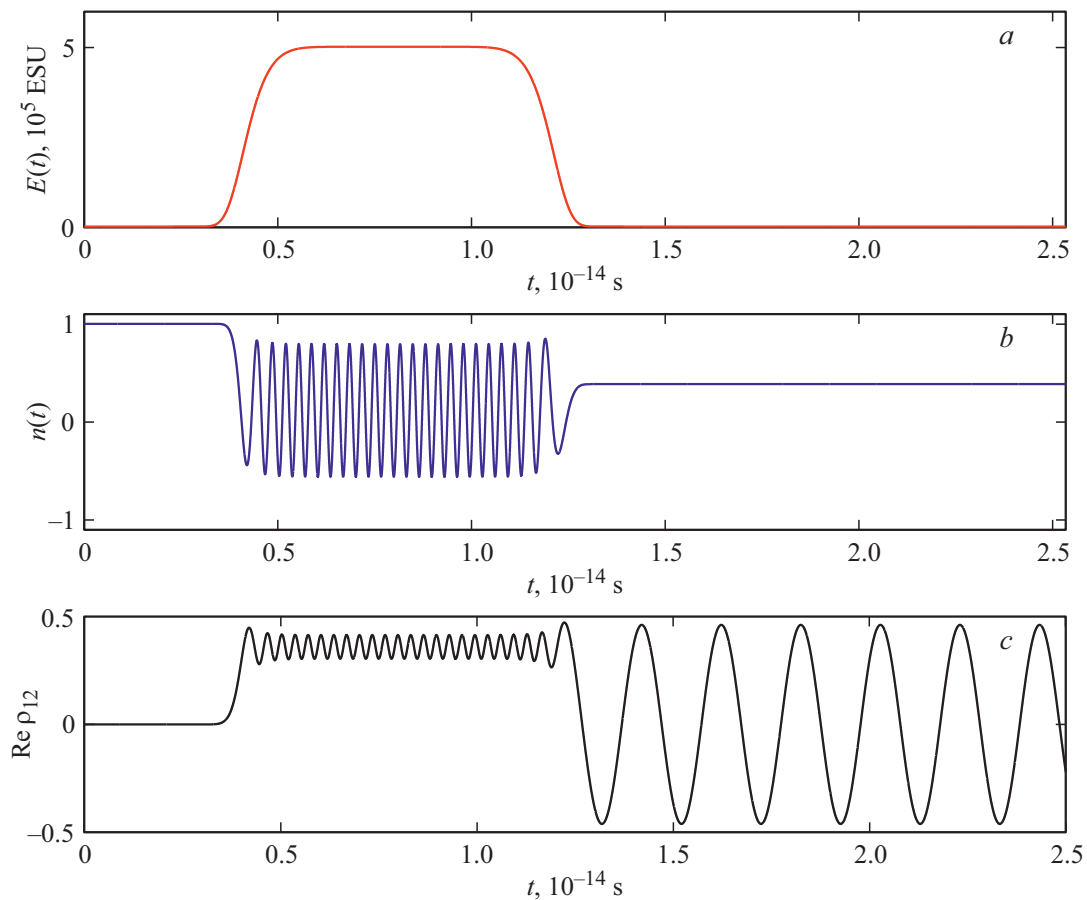
В числителе (1) стоит электрическая площадь электромагнитного импульса, которая определяется выражением [4]

$$S_E = \int_{t=-\infty}^{+\infty} E(t) dt, \quad (2)$$

где  $E(t)$  — напряженность электрического поля и  $t$  — время. Классические биполярные импульсы обладают нулевой площадью и степенью униполярности. На практике удается получить квазиуниполярные предельно короткие импульсы полужикловой формы, т. е. содержащие всплеск поля большой амплитуды и длинный затухающий хвост противоположной полярности, в ТГц и оптическом диапазоне [5–11]. Полужикловая форма таких импульсов позволяет говорить о возможности однонаправленного воздействия на микрообъекты и эффективном использовании таких импульсов для возбуждения и контроля динамики волновых пакетов [2,3,12–16], а также для ускорения заряженных частиц [17]. Поэтому изучение взаимодействия униполярных импульсов с

веществом является актуальной проблемой. В предыдущих исследованиях, в основном изучались вопросы эффективности воздействия униполярных импульсов на квантовые объекты [2–3,14], возможность селективного воздействия на резонансные переходы в атомах [15,16] и ряд вопросов, связанных с распространением полужикловых импульсов в резонансных средах [4]. А ряд вопросов динамики системы под действием униполярных остаются под вопросом.

Как известно, при когерентном взаимодействии резонансного излучения с двухуровневой средой (когда частота Раби больше обратного времени релаксации поляризации среды,  $\Omega_R > \frac{1}{T_2}$ , и длительность импульса излучения короче времени релаксации поляризации,  $\tau < T_2$ ) атомная поляризация и инверсия осциллируют с частотой Раби (Раби осцилляции) [18]. В случае униполярных импульсов взаимодействие таких импульсов со средой имеет нерезонансный характер. Поэтому интересным является вопрос о поведении двухуровневой среды в поле униполярного импульса. В последнее время появилось большое число работ, в которых предложены способы получения квазиуниполярных импульсов прямоугольной формы [19–27] в различных спектральных диапазонах частот. Целью данной работы является изучение взаимодействия прямоугольного униполярного импульса с двухуровневой резонансной средой. Показана на первый взгляд необычная возможность сверхбыстрых осцилляций атомной инверсии и поляризации не на частоте Раби, а на частоте, пропорциональной сумме квад-



**Рис. 1.** Временное поведение электрического поля прямоугольного импульса  $E(t)$  (a), разности заселенностей  $n(t)$  (b) и вещественной части недиагонального элемента матрицы плотности  $\text{Re}\rho_{12}$  (c). Параметры расчета указаны в таблице.

ратов частоты Раби и частоты резонансного перехода среды. Обсуждается возможность генерации излучения на частоте выше частоты резонанса среды.

### Взаимодействие двухуровневой среды с прямоугольным импульсом

Взаимодействие двухуровневой резонансной среды с электрическим полем короткого импульса описывается системой уравнений для матрицы плотности, которая без учета релаксации среды имеет вид [28,29]

$$\frac{\partial \rho_{12}(t)}{\partial t} = i\omega_0 \rho_{12}(t) - \frac{i}{\hbar} d_{12} E(t) n(t), \quad (3)$$

$$\frac{\partial n(t)}{\partial t} = \frac{4}{\hbar} d_{12} E(t) \mathcal{I} \rho_{12}(z, t), \quad (4)$$

$$P(t) = 2d_{12} \mathcal{R} \rho_{12}. \quad (5)$$

В этих уравнениях  $\rho_{12}$  — недиагональный элемент матрицы плотности,  $n \equiv \rho_{11} - \rho_{22}$  — разность заселенностей (инверсия) между основным и возбужденным состояниями двухуровневой системы,  $P$  — поляризация единичного атома,  $c$  — скорость света в вакууме,

$\hbar$  — приведенная постоянная Планка,  $\omega_0$  — частота резонансного перехода среды,  $d_{12}$  — дипольный момент перехода.

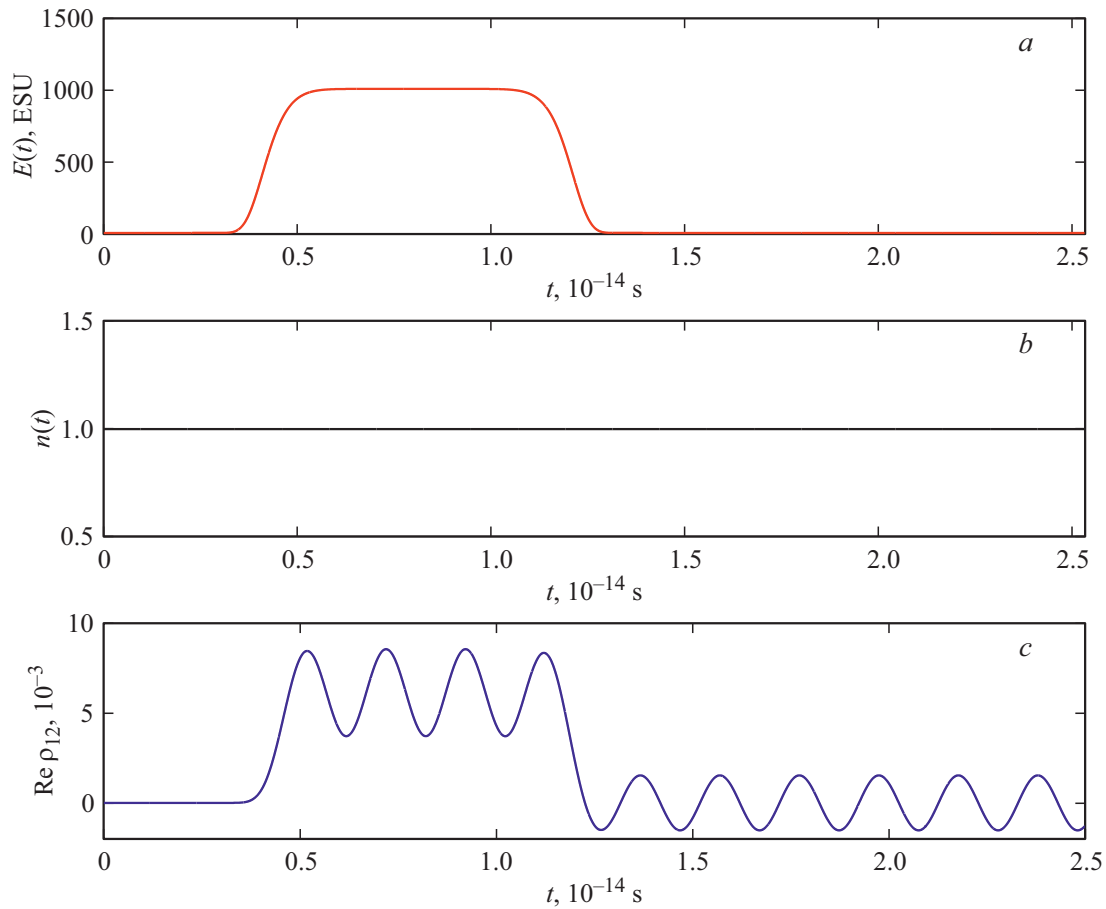
Нетрудно показать, что система уравнений Блоха (3), (4) может быть сведена к уравнениям для поляризации  $P$  и разности заселенностей  $n$  в форме [29]:

$$\dot{P} + \omega_0^2 P = \frac{2\omega_0 d_{12}^2}{\hbar} E(t) n(t), \quad (6)$$

$$\dot{n} = -\frac{2}{\hbar \omega_0} E(t) \dot{P}(t). \quad (7)$$

Пусть теперь на систему действует прямоугольный импульс амплитуды  $E_0$  и длительности  $\tau$ . Будем считать, что длительность импульса существенно меньше времен релаксации разности заселенностей  $T_1$  и поляризации  $T_2$  среды, т. е. импульс взаимодействует со средой когерентно. Поэтому времена релаксации можно считать бесконечно большими. Тогда за время действия импульса в правых частях уравнений (6), (7) поле  $E(t)$  можно заменить на постоянную величину  $E_0$ :

$$\dot{P} + \omega_0^2 P = \frac{2\omega_0 d_{12}^2}{\hbar} E_0 n(t), \quad (8)$$



**Рис. 2.** Временное поведение электрического поля прямоугольного импульса  $E(t)$  (a), разности населенностей  $n(t)$  (b) и вещественной части недиагонального элемента матрицы плотности  $\text{Re}\rho_{12}$  (c). Амплитуда поля  $E_0 = 1000$  ESU. Частота Раби  $\Omega_R = 1.9 \cdot 10^{13}$  rad/s. Остальные параметры расчета указаны в таблице.

Параметры модели, используемые в расчетах

Амплитуда импульса	$E_0 = 5 \cdot 10^5$ ESU
Параметр $\tau$	$\tau = 4$ fs
Частота перехода среды	$\omega_0 = 3.1 \cdot 10^{15}$ rad/s
Дипольный момент перехода	$d_{12} = 20$ D
Частота Раби	$\Omega_R = 9.5 \cdot 10^{15}$ rad/s
Частота осцилляций поляризации и разности населенностей	$\Omega = 1.9 \cdot 10^{16}$ rad/s
Времена релаксации	$T_1 = T_2 = \infty$

$$\dot{n} = -\frac{2}{\hbar\omega_0} E_0 \dot{P}(t). \quad (9)$$

Интегрируя уравнение (9) по времени от 0 до  $t$  (рассматриваем интервал времени действия импульса  $0 \leq t \leq \tau$ ), с учетом начальных условий  $n(0) = 1$ ,  $P(0) = 0$ ,  $\dot{P}(0) = 0$ , получаем для инверсии

$$n(t) = 1 - \frac{2}{\hbar\omega_0} E_0 P(t). \quad (10)$$

Подставляя (10) в уравнение (8), получаем уравнение для поляризации

$$\ddot{P} + \Omega^2 P = \frac{2\omega_0 d_{12}^2}{\hbar} E_0, \quad (11)$$

где введена новая частота  $\Omega^2 \equiv \omega_0^2 + 4\Omega_R^2$ ,  $\Omega_R = \frac{d_{12}E_0}{\hbar}$  — частота Раби импульса возбуждения. Из (11) видно, что атомная поляризация в сильном поле прямоугольного импульса будет совершать осцилляции на новой частоте  $\Omega$ , которая выше частоты перехода.

Решения уравнений (8) и (9) для атомной поляризации  $P$  и разности заселенностей  $n$  (при начальных условиях  $n(0) = 1$ ,  $P(0) = 0$ ,  $\dot{P}(0) = 0$ ) за время действия импульса при  $0 \leq t \leq \tau$  имеют вид

$$n(t) = \frac{4\Omega_R^2 \cos(\Omega t) + \omega_0^2}{\omega_0^2 + 4\Omega_R^2},$$

$$P(t) = \frac{2\omega_0 d_{12}^2 E_0}{\hbar(\omega_0^2 + 4\Omega_R^2)} [1 - \cos(\Omega t)]. \quad (12)$$

Из (12) вытекает на первый взгляд парадоксальный факт, что под действием сильного поля прямоугольного

импульса атомная поляризация и инверсия за время действия импульса совершают колебания на высокой частоте  $\Omega \equiv \sqrt{\omega_0^2 + 4\Omega_R^2}$ , а не на частоте Раби, как это происходит при воздействии на двухуровневую среду биполярного импульса или монохроматического излучения [18]. Однако данный парадокс снимается, если вспомнить, что в постоянном поле происходит сдвиг частоты атомного перехода (эффект Штарка) на величину, в первом приближении пропорциональную квадрату напряженности внешнего поля (для неводородоподобных атомов) [30]. Данная поляризация может являться источником излучения на частоте  $\Omega$ , выше частоты излучения среды. Поэтому интересным является вопрос о применении униполярных импульсов для генерации или преобразования частоты резонансного излучения среды. В частности, если частота Раби удовлетворяет условию  $\Omega_R = \sqrt{m^2 - 1} \frac{\omega_0}{2}$ , где  $m = 2, 3, 4, \dots$ , то возможна генерация гармоник частоты перехода среды.

Сказанное проиллюстрируем численным расчетом. На рис. 1 представлено временное поведение электрического поля прямоугольного импульса  $E(t)$  (а), разности заселенностей  $n(t)$  (б) и вещественной части недиагонального элемента матрицы плотности  $\text{Re}\rho_{12}$  (с). Данные зависимости были получены в результате численного решения системы уравнений для матрицы плотности (3), (4). Поле прямоугольного импульса аппроксимировалось гипергауссовой функцией  $E(t) = E_0 e^{-\frac{t^{10}}{\tau^{10}}}$ . Не останавливаясь на вопросах конкретизации типа резонансных сред, применимости двухуровневого приближения и пр., для наглядной иллюстрации исследуемого явления примем модельные параметры, которые указаны в таблице.

Из рис. 1 видно, что поляризация и инверсия осциллируют на частоте  $\Omega$  за время действия импульса. При указанных параметрах период этих осцилляций составляет  $T = 0.32$  fs, что примерно в 6 раз меньше периода резонансного перехода  $T_0 = 2$  fs. После окончания действия импульса поляризация среды осциллирует на частоте перехода  $\omega_0$ . Аналогичные осцилляции населенностей, как показывают расчеты, наблюдаются и в трехуровневой схеме, но исследования данного вопроса выходят за рамки данной работы.

В случае слабого поля при  $\Omega_R \rightarrow 0$ , как следует из (12), инверсия  $n \rightarrow 1$ , т.е. не меняется, как и должно быть в случае слабого поля. А поляризация будет осциллировать на частоте перехода. Данное обстоятельство подтверждается численным расчетом, (рис. 2).

## Заключение

Таким образом, в работе изучены особенности взаимодействия униполярного импульса прямоугольной формы с двухуровневой резонансной средой. В случае резонансного воздействия коротких биполярных импульсов на двухуровневую среду, т.е. при когерентном взаимодействии импульса со средой, атомная поляризация и

разность заселенностей осциллируют с частотой Раби. В случае же униполярного импульса ситуация иная, взаимодействие со средой имеет нерезонансный характер. Показано, что в сильном поле прямоугольного импульса, поляризация и инверсия осциллируют не на частоте Раби, а на частоте, пропорциональной сумме квадратов частот перехода среды и частоты Раби,  $\Omega \equiv \sqrt{\omega_0^2 + 4\Omega_R^2}$ . Если амплитуда прямоугольного импульса мала, то инверсия среды не меняется, а поляризация осциллирует на частоте перехода. Появление новой частоты  $\Omega$  аналогично эффекту Штарка, который заключается в сдвиге частот переходов среды в постоянном внешнем электрическом поле [30,31].

Осциллирующая поляризация среды на частоте  $\Omega$  может являться источником когерентного излучения на частоте, превышающей частоту перехода. Поэтому изученное явление наводит на мысль об использовании униполярных импульсов для генерации электромагнитного излучения, частотой которого  $\Omega$  можно управлять с помощью изменения частоты Раби возбуждающего импульса, и в частности для генерации гармоник частоты перехода среды.

Отметим, что различные способы получения квазиуниполярных импульсов прямоугольной формы в ТГц и оптическом диапазоне частот были недавно предложены в работах [19–27]. Хотя униполярные импульсы и кажутся экзотическими на сегодняшний день, исследованный эффект еще раз показывает возможность применения униполярных импульсов для сверхбыстрого воздействия на резонансные среды, как отмечалось в работах [1–3,13–17].

## Финансирование работы

Аналитические исследования взаимодействия прямоугольного импульса с двухуровневой резонансной средой выполнены при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-32-70049. Численное моделирование выполнено при финансовой поддержке РНФ, проект № 17-19-01097.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] Архипов Р.М., Пахомов А.В., Архипов М.В., Бабушкин И., Толмачев Ю.А., Розанов Н.Н. // Письма в ЖЭТФ. 2017. Т. 105. № 6. С. 388 (2017); Arkhipov R.M., Pakhomov A.V., Babushkin I., Tolmachev Yu.A., Rosanov N.N. // JETP Letters. 2017. V. 105. N 6. P. 408.
- [2] Розанов Н.Н., Архипов М.В., Архипов Р.М., Веретеннов Н.А., Пахомов А.В., Федоров С.В. // Опт. и спектр. 2019. Т. 127. Вып. 7. С. 82; Rosanov N.N., Arkhipov M.V., Arkhipov R.M., Veretenov N.A., Pakhomov A.V., Fedorov S.V. // Opt. Spectr. 2019. V. 127. N 1. P. 77.

- [3] Архипов Р.М., Архипов М.В., Шимко А.А., Пахомов А.В., Розанов Н.Н. // Письма в ЖЭТФ. 2019. Т. 110. № 1. С. 9; Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Shimko A.A., Rosanov N.N. // JETP Lett. 2019. V. 110. N 1. P. 15.
- [4] Розанов Н.Н., Архипов Р.М., Архипов М.В. // УФН. 2018. Т. 188. № 12. С. 1347; Rosanov N.N., Arkhipov R.M., Arkhipov M.V. // Phys. Usp. 2018. V. 61. N 12. P. 1227.
- [5] Hassan M.T., Luu T.T., Moulet A., Raskazovskaya O. et al. // Nature. 2016. V. 530. P. 66.
- [6] Wu H.-C., Meyer-ter-Vehn J. // Nature Photon. 2012. V. 6. P. 304.
- [7] Xu J., Shen B., Zhang X. et al. // Sci. Rep. 2018. V. 8. P. 2669.
- [8] Reiman K. // Rep. Progr. Phys. 2007. V. 70. P. 1597.
- [9] Roskos H.G., Thomson M.D., Kress M., Loeffler T. // Laser Photon. Rev. 2007. V. 1. P. 349.
- [10] Gao Y., Drake T., Chen Z., DeCamp M.F. // Opt. Lett. 2008. V. 33. P. 2776.
- [11] Obraztsov P.A., Kaplas T., Garnov S.V., Kuwata-Gonokami M., Obraztsov A.N., Svirko Y.P. // Sci. Reports. 2014. V. 4. P. 4007.
- [12] Wetzels A., Gjtler A., Noordam L.D., Robicheaux F., Dinu C., Muller H.G., Vrakking M.J., van der Zande W.J. // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89. P. 273003.
- [13] Chai X., Ropagnol X., Mohsen Raeis-Zadeh S., Reid M., Safavi-Naeini S., Ozaki T. // Phys. Rev. Lett. 2018. V. 121. P. 143901.
- [14] Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Babushkin I.V., Demircan A., Morgner U., Rosanov N.N. // Opt. Lett. 2019. V. 44. N 5. P. 1202.
- [15] Архипов Р.М., Архипов М.В., Пахомов А.В., Розанов Н.Н. // Квант. электрон. 2019. Т. 49. № 10. С. 958–962; Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Pakhomov A.V., Rosanov N.N. // Quantum Electron. 2019. V. 49. N 10. P. 958–962.
- [16] Архипов Р.М., Архипов М.В., Пахомов А.В., Розанов Н.Н. // Опт. и спектр. 2020. Т. 128. № 1. С. 106–109; Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Pakhomov A.N., Rosanov N.N. // Opt. Spectrosc. 2020. V. 128. N 1. P. 102–105.
- [17] Розанов Н.Н., Высотина Н.В. // ЖЭТФ. 2020. Т. 157. В. 1. С. 63.
- [18] Аллен Л., Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М.: Мир, 1978; Allen L., Eberly J.H. Optical Resonance and Two-Level Atoms. N.Y.: Wiley, 1975.
- [19] Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Belov P.A., Tolmachev Yu.A., Babushkin I. // Las. Phys. Lett. 2016. V. 13. P. 046001.
- [20] Arkhipov R.M., Pakhomov A.V., Babushkin I.V., Arkhipov M.V., Tolmachev Yu.A., Rosanov N.N. // J. Opt. Soc. Am. B. 2016. V. 33. P. 2518.
- [21] Pakhomov A.V., Arkhipov R.M., Babushkin I.V., Arkhipov M.V., Tolmachev Yu.A., Rosanov N.N. Phys. Rev. A. 2017. V. 95. P. 013804.
- [22] Ziguleva D.O., Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Pakhomov A.V., Babushkin I., Rosanov N.N. // Opt. Commun. 2016. V. 424. P. 170–176.
- [23] Pakhomov A.V., Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Demircan A., Morgner U., Rosanov N.N. // Sci. Rep. 2019. V. 9. N 1. P. 7444.
- [24] Sazonov S.V., Ustinov N.V. Phys. Rev. A. 2018. V. 98. P. 063803.
- [25] Bakunov M.I., Maslov A.V., Tsarev M.V. // Phys. Rev. A. 2017. V. 95. N 6. P. 063817.
- [26] Efimenko E.S., Sychugin S.A., Tsarev M.V., Bakunov M.I. // Phys. Rev. A. 2018. V. 98. N 1. P. 01384.
- [27] Tsarev M.V., Bakunov M.I. // Opt. Express. 2019. V. 27. N 4. P. 5154–5164.
- [28] Яриу А. Квант. электрон. М.: Сов.радио. 1980. Yariv A. Quantum Electronics. Wiley, 1989.
- [29] Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика. М.: Наука, 2004; Akhmanov S.A., Nikitin S.Y. Physical Optics. Clarendon Press, 1997.
- [30] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Наука, 1989. 768 с.; Landau L.D., Lifshitz E.M. Quantum Mechanics. Pergamon, 1974.
- [31] Фриш С.Э. Оптические спектры атомов. Москва-Ленинград: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963.