

## Квантовая теория эмиссии электронов из структуры „металл—диэлектрик“ в сильных электрических полях

© С.И. Берил,<sup>1</sup> С.А. Баренгольц,<sup>2,3,\*</sup> Ю.А. Баренгольц,<sup>1</sup> А.С. Старчук<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко,  
3300 Тирасполь, Молдова, Приднестровье

<sup>2</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН,  
119991 Москва, Россия

<sup>3</sup> Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,  
119991 Москва, Россия

\* e-mail: sabarengolts@mail.ru

Поступило в Редакцию 25 декабря 2018 г.

В окончательной редакции 4 ноября 2019 г.

Принята к публикации 13 января 2020 г.

Выведена обобщенная формула для тока электронной эмиссии как функции температуры, поля и работы выхода электрона в системе „металл—диэлектрик“ с учетом квантового характера сил изображения. Для свободных электронов использовано распределение Ферми—Дирака и квантовый потенциал изображения, полученный методами электронной поляронной теории. В пределе классического потенциала сил изображения получены хорошо известные формулы Ричардсона—Шоттки — для термоэлектронной эмиссии и Фаулера—Нордгейма — для автоэлектронной эмиссии. Показано, что при высоких температурах и электрических полях  $E \geq 10$  MV/cm поляронный вклад растет с ростом поля и снижается с ростом температуры. Уменьшение эмиссионного тока связано с увеличением эффективной работы выхода электрона, обусловленным электронным поляронным эффектом. Для тока термо- и автоэлектронной эмиссии получены удобные для теоретических оценок экстраполяционные формулы.

**Ключевые слова:** термоэлектронная эмиссия, автоэлектронная эмиссия, электронный полярон, квантовый потенциал изображения.

DOI: 10.21883/JTF.2020.06.49295.441-18

### Введение

Исследование вакуумного пробоя показало, что важную роль в инициировании вакуумного разряда играют эмиссионные процессы, стимулированные неметаллическими включениями (островковые или сплошные диэлектрические пленки, адсорбированные атомы и т.д.) на поверхности металлического катода [1]. Именно с наличием таких включений связывают существование аномально высоких коэффициентов усиления электрического поля  $\beta$ , определяемых из характеристик Фаулера—Нордгейма [2]. Значения этих коэффициентов могут достигать нескольких сотен [3]. Эмиссионные процессы с участием этих неметаллических включений приводят к образованию так называемых катодных пятен 1-го типа: короткоживущих источников плазмы, генерируемой в межэлектродный промежуток [4,5]. Функционирование пятен 1-го типа во многих случаях определяет начальную стадию вакуумного пробоя.

Вопрос корректного описания процесса эмиссии с катода, покрытого неметаллическими включениями, и их роли в инициировании вакуумного пробоя в последнее время приобрел важное значение в связи с разработкой электрон-позитронных коллайдеров TeV-диапазона энергий [6]. Инициирование вакуумного пробоя на по-

верхности ускоряющей структуры является основной проблемой, ограничивающей темп набора энергии частицами [7]. Возможно, что именно присутствие неметаллических включений на поверхности ускоряющей структуры ответственно за существование аномально высоких коэффициентов электрического поля. Эмиссионные центры с высокими  $\beta$  являются потенциальными источниками взрывной электронной эмиссии, которая, по-видимому, и является основной причиной вакуумного пробоя в ускоряющих структурах [8].

Задача корректного описания эмиссионных процессов с участием неметаллических включений актуальна для изучения начальной стадии развития высоковольтного разряда в газовых средах [9]. В этом случае, учитывая наличие газовой среды, такие включения неизбежно присутствуют на поверхности катодов.

В настоящей работе эмиссионные процессы в структуре металлический катод—адсорбированная неметаллическая пленка—вакуум (газовая среда) рассмотрены на основе квантово-механического описания взаимодействия электрона с быстрой поляризацией среды (колебания плазмы валентных электронов диэлектрика и свободных электронов металла). При этом туннелирующий электрон представляет собой квазичастицу — электронный полярон Тоезава, имеющий конечные размеры, опре-

деленные радиусом  $R_p$  [10–12]. Теория поверхностного электронного полярона, на основе которой рассчитаны его параметры, приведена в работе [13].

Этот подход позволил получить выражение для потенциальной энергии взаимодействия электрона с наведенной им поляризацией среды при исследовании эмиссии электронов из металла в диэлектрик (газовую среду) [14–17], справедливое во всем диапазоне значений расстояния  $x$  электрона до границы раздела металла с диэлектриком, в том числе в точке  $x = 0$  (граница раздела), в которой классический потенциал сил изображения расходитя. В пределе  $x \gg R_p$  этот квантовый потенциал переходит в электронную часть классического потенциала изображения  $U_{ie}(x) = -e^2/(4\epsilon x)$ , где  $\epsilon$  — высокочастотная диэлектрическая проницаемость диэлектрика.

Структура настоящей работы следующая: в первой части приведен вывод обобщенной формулы для эмиссионного тока через контакт металл–диэлектрик с учетом электронного поляронного эффекта в зависимости от приложенного электрического поля и температуры катода. Далее рассмотрены предельные случаи высоких температур (термоэлектронная эмиссия) и электрических полей (автоэлектронная эмиссия). Определены параметры эмиссии электронов и диэлектрических пленок, при которых вклад электронного поляронного эффекта становится существенным. Получены экстраполяционные формулы для случаев термоэлектронной и автоэлектронной эмиссии, переходящие в пределе классического потенциала изображения в известные формулы Ричардсона–Шоттки и Фаулера–Нордгейма соответственно.

**Основные уравнения**

Плотность эмиссионного тока из структуры металл–диэлектрик (рис. 1, *a*) можно выразить формулой [18]

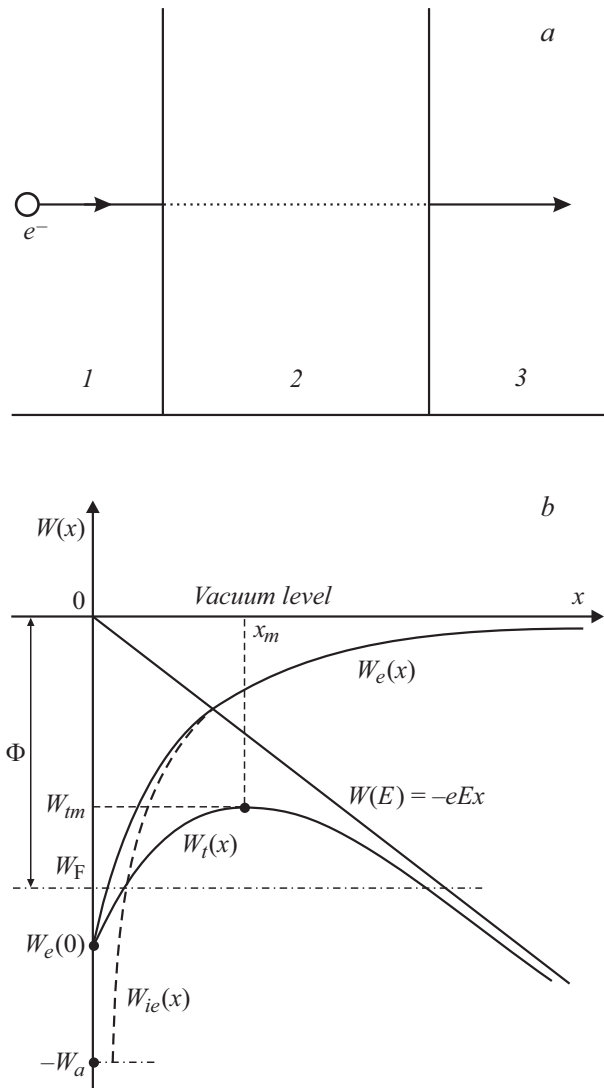
$$j(E, T) = e \int_{-\infty}^{\infty} N(W, T) D(W, T) dW. \tag{1}$$

Здесь  $j(E, T)$  — плотность эмиссионного тока,  $e$  — заряд электрона,  $E$  — напряженность приложенного электрического поля,  $T$  — абсолютная температура,  $N(W, T)$  — число электронов, падающих на единицу площади барьера за 1 с и имеющих энергию, близкую к  $W$ ;  $D(W, E)$  — прозрачность потенциального барьера на контакте катода с внешней средой.

В модели Зоммерфельда число электронов, падающих на единицу площади за 1 с, равно

$$N(W, T) = \frac{4\pi m k_0 T}{h^3} \ln \left\{ 1 + \exp \left( -\frac{W - W_F}{k_0 T} \right) \right\}, \tag{2}$$

где  $W_F$  — энергия Ферми металла,  $k_0, h$  — постоянные Больцмана и Планка соответственно,  $m$  — эффективная



**Рис. 1.** *a* — контакт „металлический катод (1)–неметаллическая пленка (2) толщиной  $d$ –вакуум (3)“; *b* — потенциальная энергия  $W(x)$  электрона вблизи поверхности металла в области  $x \geq 0$ . Здесь:  $W_{ie}(x)$  — классический электронный потенциал изображения;  $W_e(x)$  — квантовый потенциал взаимодействия электрона с наведенной им быстрой поляризацией;  $W(E) = -eEx$  — потенциальная энергия взаимодействия электрона с полем;  $W_a$  — эффективная потенциальная энергия электрона внутри металла (постоянная величина);  $\Phi = W_F$  — работа выхода (равная энергии Ферми);  $W_{tm}$  — максимальное значение  $W_t(x)$ ;  $W_e(0) = W_t(x = 0)$ .

масса электрона. Энергия отсчитывается от нуля для свободного электрона вне металла (рис. 1, *b*), поэтому работа выхода  $\Phi$  электрона равна по модулю энергии Ферми  $W_F$ ,  $W$  — энергия движения электрона в направлении, перпендикулярном к поверхности вне металла

$$W = \frac{p^2(x)}{2m} + W_t(x), \tag{3a}$$

где  $p(x)$  — импульс электрона по нормали к поверхности,  $W_t(x)$  — эффективная потенциальная энергия

электрона (рис. 1, b), имеющая вид

$$W_t(x) = \begin{cases} W_e(x) - eEx, & x \leq 0, \\ -W_a, & x < 0, \end{cases} \quad (36)$$

где  $W_e(x)$  — квантовая потенциальная энергия взаимодействия электрона с наведенной им быстрой поляризацией на контакте „металл–диэлектрик“ (в пределе переходит в классический потенциал изображения при  $x \gg R_p$ , где

$$R_p = (\hbar/(2m\omega_p))^{1/2}$$

— радиус электронного полярона,  $\omega_p$  — частота объемных плазменных колебаний).

В работе [18] и последующих работах в качестве потенциала  $W_e(x)$  использован классический потенциал сил изображения, который имеет сингулярность при  $x = 0$ , т.е. является некорректным как на самой границе контакта, так и вблизи нее ( $x \sim R_p$ ).

В работах [13–17] на основе поляронной теории потенциала и сил изображения получено выражение для квантового потенциала изображения  $W_e(x)$ , описывающего взаимодействие электрона с наведенной им быстрой поляризацией на контакте „металл–диэлектрик“, и справедливого во всей области значений  $x \geq 0$ :

$$\begin{aligned} W_e(x) = & -e^2 \int_0^\infty d\eta e^{-2\eta x} \left[ 1 - \frac{\eta^2}{2(\eta^2 + k_s^2 + k_F^2)} \right] \\ & \times \sum_{j=1,2} \frac{\varphi_j(\varepsilon_j(\eta))}{\Omega_j^2(\eta)[1 + R_{S_j}^2 \eta^2]} - e^2 \int_0^\infty k_\perp dk_\perp \int_0^\infty dk_x \\ & \times [1 + e^{-2k_\perp x} - 2e^{-k_\perp x} \cos(k_x x)] \\ & \times \frac{(\varepsilon - 1) \left[ 1 - \frac{k^2}{2(k^2 + k_s^2 + k_F^2)} \right]}{\varepsilon_1 k^2 (1 + R_V^2 k^2)}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_1(\varepsilon_1(\eta)) = & \frac{1}{(\varepsilon_1(\eta) + 1)^2} \left[ \omega_{pV} \left( \frac{(\varepsilon_1(\eta) - 1)}{\varepsilon_1(\eta)} \right)^{1/2} \right. \\ & \left. - \omega_p F_{12}(\Omega_1(\eta)) \right]^2 [1 + F_{12}^2(\Omega_1(\eta))]^{-1} [1 + R_{S_1}^2(\eta) \eta^2]^{-1}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \varphi_2(\varepsilon_2(\eta)) = & \frac{1}{(\varepsilon_2(\eta) + 1)^2} \left[ -\omega_{pV}(\eta) \left( \frac{(\varepsilon_2(\eta) - 1)}{\varepsilon_2(\eta)} \right)^{1/2} \right. \\ & \left. \times F_{21}(\Omega_2(\eta)) + \omega_p \right]^2 [1 + F_{21}^2(\Omega_2(\eta))]^{-1} [1 + F_{S_2}^2(\eta) \eta^2]^{-1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $\varepsilon_j(\eta)$  — диэлектрическая функция квантового диэлектрика, для которой в [15] получено выражение

$$\varepsilon_j(\eta) = 1 + \frac{\varepsilon - 1}{\left[ 1 + \frac{\eta^2}{\lambda^2} (\varepsilon - 1) \right] \left( 1 + \frac{3\eta^2}{4\eta_F^2} \right)} \quad (7)$$

$$\lambda^{-1} = \frac{2(\varepsilon - 1)}{\pi \sqrt{\varepsilon - 1}} R_{pS} \left\{ \sqrt{\varepsilon} + (\varepsilon - 1) \operatorname{arctg} \sqrt{\varepsilon} - \frac{\pi}{2} (\varepsilon - 1) \right\}, \quad (8)$$

где  $R_{pS_{1,2}} = (\hbar/(2m\Omega_{pS_{1,2}}))^{1/2}$  — радиус поверхностного электронного полярона;  $\Omega_{pS_{1,2}}$  — частоты поверхностных плазменных колебаний;

$$k_S = 2\pi^{-1} k_F; \quad k_F = (3\pi^2 N)^{1/3}.$$

Явные выражения для величин  $F_{12}(\Omega_1(\eta)); F_{21}(\Omega_2(\eta))$ , входящих в формулы (5) и (6), приведены в монографии [17].

Формулы (4)–(8) для квантового потенциала  $W_e(x)$  являются громоздкими и не очень удобными для расчетов. В работах [16,19,20] показано, что потенциальная энергия  $W_e(x)$  может быть аппроксимирована с высокой точностью выражением

$$\tilde{W}_e(x) \approx -\frac{e^2}{(4x + x_0)\varepsilon}. \quad (9)$$

Здесь  $x_0$  — параметр из теории поляронов, для которого получено выражение

$$x_0 = \frac{e^2}{\varepsilon W_e(0)}, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} W_e(0) = & -e^2 \int_0^\infty d\eta \left[ 1 - \frac{\eta^2}{2(\eta^2 + k_s^2 + k_F^2)} \right] \\ & \times \left\{ \frac{\varphi_1(\varepsilon_1(\eta))}{\Omega_1^2(\eta)[1 + R_{S_1}^2 \eta^2]} + \frac{\varphi_2(\varepsilon_2(\eta))}{\Omega_2^2(\eta)[1 + R_{S_2}^2 \eta^2]} \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

Представляет интерес оценить величину  $x_0$  в сравнении с характерными масштабами теории. Для случая контакта „кристалл–вакуум“ без учета пространственной дисперсии интеграл (11) вычисляется точно, и для  $x_0$  получаем выражение

$$x_0 = \frac{2e^2 \left( 1 - \frac{R_S^2}{R_F^2} \right)}{\pi \alpha_{pS} \hbar \Omega_{pS} \left( 1 + \frac{R_S^2}{R_F^2} + 2 \frac{R_S^2}{R_F^2} \right)}, \quad (12)$$

где  $R_{pS}$ ,  $\alpha_{pS}$  — радиус поверхностного электронного полярона и константа электрон-плазмонного взаимодействия соответственно,  $R_S = k_S^{-1}$ ,  $R_F = k_F^{-1}$ .

Учитывая, что

$$\begin{aligned} \alpha_{pS} = & \frac{e^2}{\hbar} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon + 1} \right) \left( \frac{m}{2\hbar \Omega_{pS}} \right)^{1/2}, \\ R_{pS} = & \left( \frac{m}{2\hbar \Omega_{pS}} \right)^{1/2}, \end{aligned} \quad (13)$$

получаем

$$x_0 = \frac{4 \left( 1 - \frac{R_S^2}{R_F^2} \right)}{\left( 1 + \frac{R_S^2}{R_F^2} + 2 \frac{R_S^2}{R_F^2} \right)} R_{pS}, \quad (14)$$

т.е.  $x_0 \sim R_{pS}$  и по порядку величины совпадает с радиусом электронного полярона. Для типичных значений параметров  $m = (0.1 - 1)m_0$

$$R_{pS} \sim (1 - 10) \cdot 10^{-8} \text{ см}, \quad (15)$$

т.е. составляет от одной до нескольких постоянных решеток.

Здесь необходимо подчеркнуть, что развиваемый в настоящей работе подход основан на теории электронных поляронов [10–12], согласно которой поляроны возникают при взаимодействии с плазмонами валентных электронов, характерная частота которых составляет величину порядка  $10^{16} \text{ с}^{-1}$ . В связи с этим наведенная электроном поляризация безынерционно следует за движением электрона, превращая его в квазичастицу — электронный полярон. В этом состоит основное отличие от моделей, учитывающих влияние электрон-фононного взаимодействия (частота  $10^{13} \text{ с}^{-1}$ ) на эмиссионные характеристики (см., например, [21]).

Отметим, что некоторыми авторами [22,23] параметр  $x_0$  вводился как „обрезающий фактор“ в классическом потенциале изображения для устранения в нем „нефизической расходимости“ на поверхности кристалла ( $x = 0$ ).

Для прозрачности барьера  $D(E, W)$  на контакте можно записать

$$D(E, W) = \left[ 1 + \exp\left(-\frac{4\pi i}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx\right) \right]^{-1}, \quad (16)$$

где

$$p(x) = \sqrt{2m(W - W_t(x))} \quad (17)$$

— зависящий от координаты импульс электрона,  $W_t(x)$  — эффективная потенциальная энергия эмитированного электрона, которая с учетом выражений (3) и (9) может быть представлена в виде

$$W_t = -\frac{e^2}{4\epsilon(x + x_0/4)} - eEx. \quad (18)$$

Тогда

$$p(x) = \sqrt{2m \left( W + \frac{e^2}{4\epsilon(x + \frac{x_0}{4})} + eEx \right)}. \quad (19)$$

(В выражениях (18)–(19) и далее использована система единиц CGSE.)

Пределы интегрирования в (16) находятся из условия  $p(x) = 0$ . Тогда в соответствии с (19)

$$W + \frac{e^2}{4\epsilon(x + x_0/4)} + eEx = 0. \quad (20)$$

Чтобы привести интеграл в (16), учитывающий (20), к виду, рассмотренному в [18], проведем замену

$$z = x + x_0/4. \quad (21)$$

Тогда из (20) следует

$$W \left( 1 - \frac{eEx_0}{4W} \right) + \frac{e^2}{4\epsilon z} + eEz = 0. \quad (22)$$

Следуя [19], введем обозначение

$$\gamma = 1 - \frac{eEx_0}{4W}. \quad (23)$$

Для нахождения пределов интегрирования из (20) получаем квадратное уравнение, решение которого имеет вид

$$z_{1,2} = -\frac{\gamma W}{2eE} \pm \sqrt{\frac{\gamma^2 W^2}{4e^2 E^2} - \frac{e}{4\epsilon E}}. \quad (24)$$

Вводим новую переменную

$$y_a = \frac{e}{|\gamma W|} \sqrt{\frac{eE}{\epsilon}}. \quad (25)$$

Тогда, считая, что энергия  $W$  принимает только отрицательные значения, можно записать

$$z_{1,2} = -\frac{\gamma W}{2eE} \left( 1 \pm \sqrt{1 - y_a^2} \right). \quad (26)$$

С учетом введенных обозначений интеграл в (16) приобретает вид

$$I = -\frac{2\sqrt{2m}}{\hbar} i \int_{z_1}^{z_2} \left( \gamma W + \frac{e^2}{4\epsilon z} + eEz \right) dz. \quad (27)$$

Полученный интеграл аналогичен рассмотренному в [20]. Интегрирование в (27) приводит к появлению функции  $v_a(y_a)$ :

$$v_a(y_z) = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 - y_a^2}}{2}} \left( E \left[ \sqrt{\frac{2\sqrt{1 - y_a^2}}{1 + \sqrt{1 - y_a^2}}} \right] - \left( 1 - \sqrt{1 - y_a^2} \right) K \left[ \sqrt{\frac{2\sqrt{1 - y_a^2}}{1 + \sqrt{1 - y_a^2}}} \right] \right), \quad (28)$$

где

$$K[k] = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}}, \quad (29)$$

$$E[k] = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta \quad (30)$$

— эллиптические интегралы Эйлера 1-го и 2-го рода соответственно.

Отметим, что функция (28) отличается от функции Нордгейма [18] наличием в аргументе  $y_a$  поляронного вклада.

Следуя [24], для случая  $y_a \geq 1$  (что соответствует режиму автоэлектронной эмиссии) из (28) можно получить

$$v_a(y_a) = \sqrt{1 + y_a} \left( E \left[ \sqrt{\frac{1 - y_a}{1 + y_a}} \right] - y_a K \left[ \sqrt{\frac{1 - y_a}{1 + y_a}} \right] \right). \quad (31)$$

Аргумент  $y_a$  может быть определен через аргумент  $y$  функции Нордгейма

$$y_a = \frac{y}{\gamma\sqrt{\epsilon}}. \quad (32)$$

Тогда из (28) для  $v_a(y)$  (при условии  $\epsilon \approx 1$ , которое выполняется для нанометрового диапазона толщины адсорбированной пленки) справедливо выражение

$$v_a(y) = \sqrt{\frac{\gamma + \sqrt{\gamma^2 - y^2}}{2\gamma}} \left( E \left[ \sqrt{\frac{2\sqrt{\gamma^2 - y^2}}{\gamma + \sqrt{\gamma^2 - y^2}}} \right] - \frac{\gamma - \sqrt{\gamma^2 - y^2}}{2\gamma} K \left[ \sqrt{\frac{2\sqrt{\gamma^2 - y^2}}{\gamma + \sqrt{\gamma^2 - y^2}}} \right] \right). \quad (33)$$

Полный ток через контакт определяется выражением, аналогичным общей формуле (20) работы [18]:

$$j(E, T) = \frac{k_0T}{2\pi^2} \int_{-W_a}^{W_{im}} \frac{\ln \left( 1 + \exp \left[ -\frac{W - W_F}{k_0T} \right] \right)}{1 + \exp \left[ \frac{4}{3} \sqrt{2} E^{-\frac{1}{2}} y_a^{-\frac{3}{2}} v_a(y_a) \right]} dW + \frac{k_0T}{2\pi^2} \int_{W_{im}}^{\infty} \ln \left( 1 + \exp \left[ -\frac{W - W_F}{k_0T} \right] \right) dW. \quad (34)$$

Согласно [18], выражение (34) записано в единицах Хартри, т.е.  $j$  выражено в единицах  $m^3 e^9 \hbar^{-7} = 2.37 \cdot 10^{14} \text{ A/cm}^2$ ;  $E$  — в единицах  $m^2 e^5 \hbar^{-4} = 5.14 \cdot 10^9 \text{ V/cm}$ ;  $W_F$ ,  $k_0T$ ,  $W$ ,  $W_a$ ,  $W_{im}$  — в единицах  $me^4 \hbar^{-2} = 27.2 \text{ eV}$ .

### Термоэлектронная эмиссия

При высоких температурах эмиссионный ток обусловлен электронами, преодолевающими потенциальный барьер с энергией выше  $W_{im}$ . В этом случае первым интегралом в (34) можно пренебречь. Тогда из (34) следует

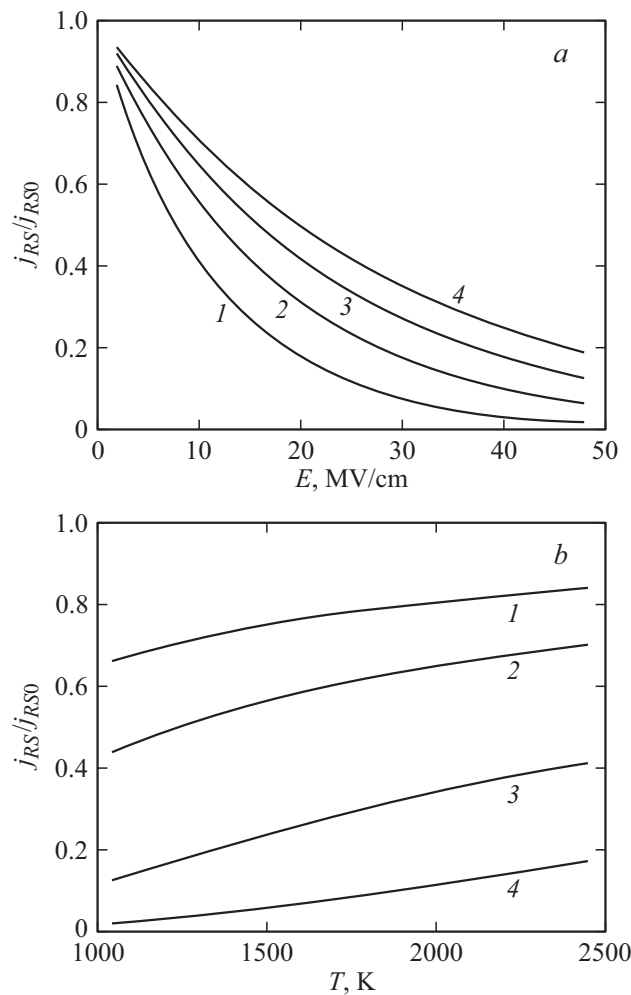
$$j_{RS} = \frac{4\pi e m k_0 T}{h^3} \int_{W_{im}}^{\infty} \ln \left( 1 + \exp \left[ -\frac{W - W_F}{k_0 T} \right] \right) dW. \quad (35)$$

Очевидно, что энергия эмитированных электронов в рассматриваемых условиях много больше энергии Ферми. Следовательно, подынтегральную функцию можно представить в виде

$$\ln \left( 1 + \exp \left[ -\frac{W - W_F}{k_0 T} \right] \right) \approx \exp \left[ -\frac{W - W_F}{k_0 T} \right]. \quad (36)$$

При этом из (35) с учетом (36) следует

$$j_{RS} = \frac{4\pi e m (k_0 T)^2}{h^3} \exp \left( -\frac{W_{im} - W_F}{k_0 T} \right). \quad (37)$$



**Рис. 2.** *a* — влияние квантовых сил изображения на величину плотности эмиссионного тока: полевая зависимость для различных значений температуры: 1 — 1000, 2 — 1500, 3 — 2000, 4 — 2500 К; *b* — влияние квантовых сил изображения на величину плотности эмиссионного тока: температурная зависимость для различных значений напряженности электрического поля: 1 — 5, 2 — 10, 3 — 25, 4 — 50 MV/cm.

Определим энергию  $W_{im}$ . Потенциальная энергия электрона вне металлического катода определяется выражением

$$W_t = W_F + \Phi - \frac{e^2}{\epsilon(4x + x_0)} - eEx. \quad (38)$$

Здесь  $\Phi$  — работа выхода материала катода.

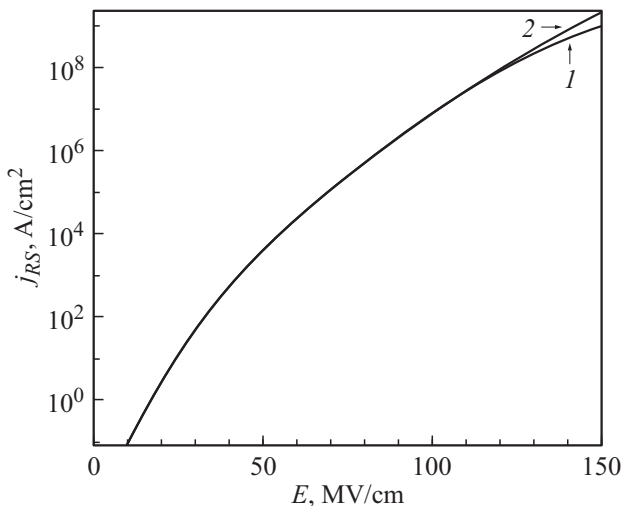
Энергия  $W_t$  достигает максимума в точке

$$x_m = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e}{E}} - \frac{x_0}{4}. \quad (39)$$

Подставляя выражение (39) в (38), для  $W_m$  получаем

$$W_{im} = W_F + \Phi - \frac{1}{\epsilon} \sqrt{e^3 E} + \frac{eEx_0}{4\epsilon}. \quad (40)$$

Из формул (37) и (40) следует окончательное выражение для плотности тока полярной термоэлектронной



**Рис. 3.** Зависимость тока термоэлектронной эмиссии от напряженности электрического поля. Кривая 1 рассчитана по точной формуле (35), кривая 2 — по обобщенной формуле Ричардсона–Шоттки (41). Значения параметров:  $\varepsilon = 1$ ,  $\Phi = 4 \text{ eV}$ ,  $m = m_0$ ,  $T = 1500 \text{ K}$ .

эмиссии, представляющее собой обобщенную формулу Ричардсона–Шоттки:

$$j_{RS} = \frac{4\pi e m k_0^2}{h^3} T^2 \exp \left[ \frac{1}{k_0 T} \left( -\Phi + \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{e^3 E} - \frac{e E x_0}{4\varepsilon} \right) \right]. \quad (41)$$

Как показано в [18], формула Ричардсона–Шоттки (а значит, и формула (41)) справедлива вплоть до полей напряженностью порядка  $50 \text{ MV/cm}$ .

Оценим влияние поляронного эффекта (т.е. квантового характера сил изображения) на величину эмиссионного тока Ричардсона–Шоттки. Без его учета плотность тока определяется вытекающим из (41) выражением:

$$j_{RS0} = \frac{4\pi e m k_0^2}{h^3} T^2 \exp \left[ \frac{1}{k_0 T} \left( -\Phi + \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{e^3 E} \right) \right]. \quad (42)$$

Тогда отношение  $j_{RS}/j_{RS0}$  характеризует влияние поляронного характера туннелирования на величину эмиссионного тока:

$$\frac{j_{RS}}{j_{RS0}} = \exp \left( -\frac{e E x_0}{4\pi k_0 T} \right). \quad (43)$$

Результаты расчетов для некоторых усредненных значений  $\varepsilon = 3$ ,  $x_0 = 0.3 \text{ nm}$ ,  $\Phi = 4.5 \text{ eV}$  приведены на рис. 2. Графики на рис. 2 свидетельствуют о большом влиянии электронного поляронного эффекта на эмиссионные характеристики катодов в сильных электрических полях. Причем в области значений напряженности полей  $E \geq 10 \text{ MV/cm}$  это влияние растет с ростом поля (достигая примерно двух порядков при напряженности электрического поля  $50 \text{ MV/cm}$ ) и снижается с ростом температуры.

На рис. 3 приведены зависимости плотности тока Ричардсона–Шоттки, рассчитанные по точной формуле (35) и приближенной формуле (41). Эти зависимости практически совпадают во всей области, где справедливо уравнение Ричардсона–Шоттки.

Уменьшение эмиссионного тока с ростом напряженности электрического поля связано с увеличением эффективной работы выхода  $\Phi$ . Как следует из (41) и (42), в расчетах необходимо использовать значение

$$\bar{\Phi} = \Phi + \frac{e E x_0}{4\varepsilon}. \quad (44)$$

Таким образом, показано, что учет электронного поляронного эффекта приводит к увеличению работы выхода во всем интервале полей и температур. В области напряженности поля  $E > 5 \text{ MV/cm}$  это приводит к снижению плотности эмиссионного тока более чем на порядок, что связано с дополнительной работой поля по перемещению как самого электрона, так и следующего за ним поляризационного облака при туннелировании электронного полярона через барьер. Формула (44) для эффективной работы выхода  $\bar{\Phi}$  подтверждает результаты работ [25,26], в которых экспериментально измеренная величина контактного барьера в процессе внутреннего фотоэффекта в структуре  $\text{Al-SiO}_2$  — вакуум оказалась больше, чем действительная высота барьера, примерно на  $0.2 \text{ eV}$ .

## Автоэлектронная эмиссия

Интегрирование выражения (34) с учетом (27) и (31) приводит к уравнению, аналогичному уравнению Мерфи–Гуда [18]:

$$j(E, T, x_0) = \frac{e^3 E^2}{8\pi h \varepsilon^2 \Phi t_a^2(y_a)} \cdot \frac{\pi c_a k_0 T}{\sin(\pi c_a k_0 T)} \times \exp \left[ -\frac{8\pi \varepsilon \sqrt{2m} \Phi^{3/2}}{3ehE} v_a(y_a) \right]. \quad (45)$$

Отметим, что кроме функции  $v_a(y_a)$  в формуле (45) появляются новые функции  $t_a(y_a)$  и  $c_a(y_a)$  (содержащие поляронные вклады), которые можно выразить через аргумент  $y$  функции Нордгейма:

$$t_a(y_a) = \bar{y} \sqrt{\frac{y_a}{2}} \left\{ 2E \left[ \sqrt{\frac{y_a - y}{2y_a}} \right] - K \left[ \sqrt{\frac{y_a - y}{2y_a}} \right] \right\}, \quad (46)$$

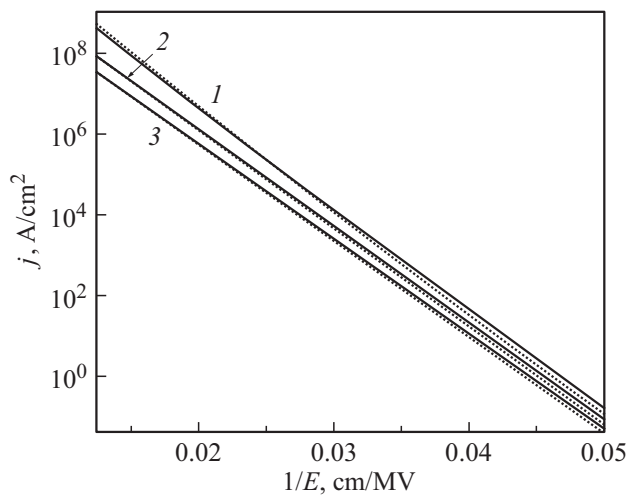
$$c_a(y_a) = \frac{4\pi \varepsilon \sqrt{2m} \Phi}{ehE} t_a(y_a), \quad (47)$$

где

$$\bar{y} = 1 + \frac{e E x_0}{4\Phi}. \quad (48)$$

Температурная зависимость тока автоэлектронной эмиссии определяется вторым предэкспоненциальным сомножителем уравнения (45):

$$\alpha(T, E) = \frac{\pi c_a k_0 T}{\sin(\pi c_a k_0 T)}. \quad (49)$$



**Рис. 4.** Зависимости плотности тока автоэлектронной эмиссии, рассчитанные на основе формулы (45) (сплошные линии) и по экстраполяционной формуле (52) (пунктирные линии) для различных значений параметра  $x_0$  (1 — 0, 2 — 0.5, 3 — 1.0 nm), от напряженности  $E$  электрического поля в области сильных полей ( $E = (30–80)$  MV/cm). Значения других параметров теории:  $\epsilon = 1$ ,  $\Phi = 4$  eV,  $m = m_0$ ,  $T = 500$  K.

Если  $\pi s_a kT$  настолько мало, что  $\alpha(T, E) \simeq 1$ , а поляронный эффект пренебрежимо мал (т.е.  $x_0 = 0$ ), то формула (45) приходит в формулу Фаулера–Нордгейма:

$$j_{F-N}(E) = \frac{e^3 E^2}{8\pi h e^2 \Phi t^2(y)} \exp \left[ -\frac{8\pi \epsilon \sqrt{2m} \Phi^{3/2}}{3ehE} v(y) \right]. \quad (50)$$

Следует отметить, что формулы (45) и (50) имеют ограничения по значениям входящих в эти соотношения физических параметров — температуры, работы выхода и напряженности электрического поля.

Таким образом, формулу (45) можно считать обобщенным выражением плотности тока термоавтоэлектронной эмиссии на контакте „металл–диэлектрик“, покрытого адсорбированной неметаллической пленкой, учитывающей вклад поляронного эффекта и его возрастающую роль с увеличением напряженности электрического поля и температуры. Она отличается от классической формулы для плотности эмиссионного тока, приведенной в [18], наличием в аргументе функций  $v_a(y_a)$  и  $t_a(y_a)$  „поляронного вклада“.

Формула (45) в пределе низких температур ( $T \rightarrow 0$ ), при которых  $\alpha(T, E) = 1$ , и высоких полей может быть преобразована к более простому виду, если использовать аппроксимацию для функций  $v_a(y_a)$  и  $t_a^2(y_a)$ , найденную в работе [27] и примененную авторами [28] для определения площади барьера полевой эмиссии:

$$v_a(y_a) \approx 0.95 - 1.03y_a^2, \quad t_a^2(y_a) \approx 1.1. \quad (51)$$

Подставляя (50) в (45), с учетом (32), (25) получаем выражение для плотности тока автоэлектронной

эмиссии:

$$j_{appr}(E) = \frac{e^3 E^2}{8.8\pi h \epsilon^2 \Phi} \exp \left[ -\frac{8\pi \sqrt{2m} \Phi^{3/2}}{3ehE_{eff}} \right], \quad (52)$$

где  $E_{eff}$  имеет вид

$$E_{eff} = \frac{E}{0.95 - \frac{1.03e^3 E}{\epsilon \left( \Phi + \frac{eEx_0}{4} \right)^2}} \quad (53)$$

и включает в себя поляронный параметр  $x_0$ .

На рис. 4 представлена полевая зависимость плотности тока автоэлектронной эмиссии, рассчитанного соответственно по формуле (45) (сплошные линии) и по экстраполяционной формуле (52) (пунктирные линии) для различных значений параметра  $x_0$  ( $x_0 = 0$  nm,  $x_0 = 0.5$  nm,  $x_0 = 1.0$  nm), от напряженности электрического поля в области сильных полей ( $E = 30–80$  MV/cm).

Приведенные на рис. 4 зависимости плотности тока Фаулера–Нордгейма в указанном диапазоне полей различаются менее чем на 3–5%, в то же время имеет место сильная зависимость от параметра  $x_0$ , описывающего поляронный эффект.

Отметим, что во всей области значений полей на рис. 4 при  $x_0 = 0$  имеет место совпадение с результатами известной теории Мэрфи–Гуда [18], в которой термо- и автоэлектронная эмиссия рассматриваются с единой точки зрения. Результаты этой теории подтверждаются многочисленными экспериментами.

Как и в случае термоэлектронной эмиссии, уменьшение плотности тока автоэлектронной эмиссии с ростом  $x_0$  объясняется увеличением эффективной работы выхода электрона в сильном электрическом поле, обусловленным плазмонным поляронным эффектом.

Следует отметить, что экстраполяционные формулы (41) — для плотности тока термоэлектронной эмиссии и (52) — для плотности тока автоэлектронной эмиссии, как следует из рис. 3 и 4, дают результаты, практически совпадающие с результатами, полученными по точным формулам (35) и (45) соответственно, в интервале полей от 10 до 100 MV/cm.

## Закключение

Применение поляронной теории к рассмотрению физических процессов на контакте металл–диэлектрик или металл–адсорбированная диэлектрическая нанопленка позволяет устранить сингулярность потенциальной энергии туннелирующего электрона на эмитирующей границе (при  $x = 0$ ). При полях  $E > 5 \cdot 10^6$  V/cm, когда ширина потенциального барьера соизмерима с радиусом электронного полярона, квантовый вклад в плотность эмиссионного тока становится существенным. Этот вклад определяется параметром  $x_0$ , который связан с радиусом туннелирующего полярона. При этом с ростом

напряженности электрического поля влияние полярного эффекта возрастает, что обусловлено увеличением эффективной работы выхода электрона. Этот эффект частично ослабляется при учете реального значения диэлектрической проницаемости материала адсорбированной нанопленки.

В то же время в рамках данной модели не находят объяснения высокие значения коэффициента усиления поля, определяемые из характеристик Фаулера–Нордгейма. Возможная причина этого связана с неучетом влияния проникновения внешнего электрического поля на поляронную электронную эмиссию. Этот анализ предполагается сделать в дальнейших работах.

### Финансирование работы

Работа поддержана грантом РФФИ № 17-08-01282.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] *Mesyats G.A., Proskurovsky D.I.* Pulsed Electrical Discharge in Vacuum. Berlin: Springer, 1989. 293 p.
- [2] High voltage vacuum insulation: Basic concepts and technological practice / Ed. by R.V. Latham. London: Academic Press, 1995. 594 p.
- [3] *Cox B.M., Williams W.T.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 1977. Vol. 10. N 3. L5–L10.
- [4] *Месяц Г.А.* Эктоны в вакуумном разряде: пробой, искра, дуга. М.: Наука, 2000. [*Mesyats G.A.* Cathode Phenomena in a Vacuum Discharge: The Breakdown, the Spark, and the Arc. М.: Nauka, 2000.]
- [5] *Anders A.* Cathodic Arcs: From Fractal Spots to Energetic Condensation. NY: Springer, 2008. 540 p.
- [6] A 3 TeV  $e^+e^-$  Linear Collider Based on CLIC Technology : the CLIC study team / Ed. by G. Guignard. Geneva, 2000. 76 p. (CERN Report; 2000-008).
- [7] *Wuensch W.* Tech. Rep. // CERN-OPEN-2014-028. CLIC-Note-1025. CERN, Geneva, May 2013.
- [8] *Barengolts S.A., Mesyats V.G., Oreshkin V.I., Oreshkin E.V., Khishchenko K.V., Uimanov I.V., Tsvetoukh M.M.* // Phys. Rev. Accelerat. Beams. 2018. Vol. 21. N 6. P. 061004.
- [9] *Korolev Yu.D., Mesyats G.A.* Physics of Pulsed Breakdown in gases. Yekaterinburg: URO-press, 1998. 274 p.
- [10] *Toyozawa Y.* // Progr. Theor. Phys. 1954. Vol. 12. N 3. P. 421–436.
- [11] *Hermanson J.* // Phys. Rev. 1972. Vol. 6. N 6. P. 2427–2432.
- [12] *Hermanson J.*, in: Elementary Excitations in Solids, Molecules, and Atom. Part B. Springer, 1974. P. 199–211.
- [13] *Берил С.И., Покатилов Е.П.* // ФТП. 1978. Т. 2. С. 2030–2033. [*Beril S.I., Pokatilov E.P.* // Semiconductors. 1978. Vol. 12. P. 1207–1208.]
- [14] *Покатилов Е.П., Берил С.И., Фомин В.М.* // Поверхность (Физика, химия, механика). 1988. Т. 5. С. 5–12.
- [15] *Pokatilov E.P., Beril S.I., Fomin V.M.* // Phys. Stat. Sol. B. 1988. Vol. 147. P. 163–172.
- [16] *Beril S.I., Pokatilov E.P., Goryachkovskii E.P., Semenovskaya N.N.* // Phys. Stat. Sol. B. 1993. Vol. 176. P. 347–353.
- [17] *Покатилов Е.П., Берил С.И., Фомин В.М.* Колебательные возбуждения, поляроны и экситоны в многослойных системах и сверхрешетках. Кишинев: Штиинца, 1990. С. 155–156.
- [18] *Murphy E.I., Good A.H.* // Phys. Rev. 1956. Vol. 162. P. 1464–1473.
- [19] *Barengolts Y.A., Beril S.I.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 2014. Vol. 42. P. 3109–3112.
- [20] *Barengolts Y.A., Beril S.I.* // Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Conf. on Nanotechnologies and Biomedical Engineering. 2016. Vol. 55. P. 230–233.
- [21] *Reich K.V., Eidelman E.D.* // Euro Phys. Lett. 2009. Vol. 85. P. 47007.
- [22] *Эдельман В.С.* // УФН. 1980. Т. 130. Вып. 4. С. 675–704. [*Edelman V.S.* // Soviet Phys. Uspekhi. 1980. Vol. 23. N 4. P. 227–244. DOI: 10.1070/PU1980v023n04ABEH004711]
- [23] *Шикин В.Б., Монарха Ю.П.* // ФНТ. 1975. Т. 1. № 8. С. 957–983.
- [24] *Modinos A.* Field, Thermionic, and Secondary Electron Emission Spectroscopy. NY: Plenum Press, 1984. 320 p.
- [25] *Harstein A., Weinberg Z.A.* // Phys. Rev. 1979. Vol. 20. N 4. P. 1335–1338.
- [26] *Harstein A., Weinberg Z.A.* // J. Phys. C. Solid State Phys. 1978. Vol. 11. N 11. L469–L473.
- [27] *Шредник В.Н.* В кн.: Ненакаливаемые катоды. М.: Сов. радио, 1974. С. 166–169.
- [28] *Попов Е.О., Колосько А.Г., Чулак М.А., Филиппов С.В.* // ЖТФ. 2019. Т. 89. Вып. 10. С. 1615–1625.