

Ускорение электронов E_{0n} -волной в круглом волноводе в режиме циклотронного резонанса

© В.Н. Пашенцев,¹ М.В. Пашенцева²

¹ Национальный исследовательский ядерный университет „МИФИ“,
115409 Москва, Россия

² Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119991 Москва, Россия
e-mail: pashentsev2001@mail.ru

Поступило в Редакцию 9 октября 2019 г.

В окончательной редакции 10 декабря 2019 г.

Принято к публикации 16 декабря 2019 г.

Предложен способ ускорения электронов в гладком цилиндрическом волноводе, помещенном в магнитное поле соленоида. Движение электронов в волноводе происходит по спиральной траектории, смещенной от центра волновода. Электроны ускоряются на частоте циклотронного резонанса волной E_{01} или E_{02} в направлении оси волновода. Показано, что ускорение происходит в результате синхронного вращения частиц в поперечном сечении волновода и перемещением волны вдоль оси волновода. Когда электрическое поле максимально и имеет ускоряющее направление, электроны находятся в центре волновода. Через полупериод направление электрического поля в центре будет тормозящим, поэтому под действием магнитного поля электроны совершают поворот к стенке волновода в область меньшего значения тормозящего электрического поля. Показано, что за период вращения электронов суммарный эффект взаимодействия электронов с волной является ускоряющим. Дана оценка параметров ускорителя на энергию 10 MeV.

Ключевые слова: циклотронный резонанс, ускоритель электронов, цилиндрический волновод.

DOI: 10.21883/JTF.2020.06.49293.330-19

Введение

Электронные ускорители на низкие энергии широко применяются в центрах ядерной медицины для создания мощного потока рентгеновского излучения. В промышленных технологиях для модификации свойств различных материалов применяются пучки электронов, которые через тонкую фольгу выводятся из вакуумной камеры ускорителя. Также используется мощное тормозное излучение, когда происходит торможение электронов в мишени, размещенной внутри ускорителя. Для получения пучков электронов с низкой энергией применяется прямое ускорение электронов в ускоряющем зазоре под действием постоянного или импульсного высокого напряжения в сотни киловольт или единиц мегавольт. Ускорители на более высокие энергии основаны на ускорении электронов высокочастотной волной, так как электрическая прочность одноазорных высоковольтных ускоряющих промежутков имеет ограничения.

В ускоряющих структурах на основе диафрагмированного волновода или цепочки связанных резонаторов происходит синхронное движение электронов и замедленной высокочастотной волны, что приводит к увеличению энергии электронов [1–3]. В диафрагмированном волноводе на небольшом расстоянии друг от друга установлены диафрагмы, имеющие центральное отверстие для пролета электронного пучка. Ускорение частиц происходит в ячейках между диафрагмами продольным электрическим полем замедленной волны. Для электромагнитной связи между ячейками в диафрагмах также

имеются отверстия связи, смещенные от центрального отверстия. При релятивистской скорости электронов, близкой к скорости света, диафрагмированный волновод является однородным. Фокусировка пучка магнитным полем и группировка пучка в сгустки происходит на коротком входном участке ускорителя. Установка диафрагм в гладкий цилиндрический волновод необходима для замедления фазовой скорости бегущей волны до меньшей или равной скорости света, так как в гладком цилиндрическом волноводе фазовая скорость V_{ph} превышает скорость света.

В настоящей работе рассмотрено ускорение электронов вдоль оси цилиндрического гладкого волновода продольным компонентом бегущей волны E_{0n} на примере волн E_{01} и E_{02} , которые имеют радиальные вариации поля. Электроны ускоряются не в поперечном направлении в плоскости их вращения, что характерно для циклических ускорителей, а в продольном направлении, в котором волна распространяется в цилиндрическом волноводе [4,5]. Аналогичное ускорение электронов в гладком волноводе на частоте циклотронного резонанса возможно также волной, имеющей азимутальные вариации поля E_{m1} [6,7].

В настоящее время основным применением циклотронного резонанса является генерация мощной высокочастотной волны в гиротронах. Мощная электромагнитная волна генерируется в резонаторе при вращении сильнооточного электронного пучка под действием внешнего магнитного поля.

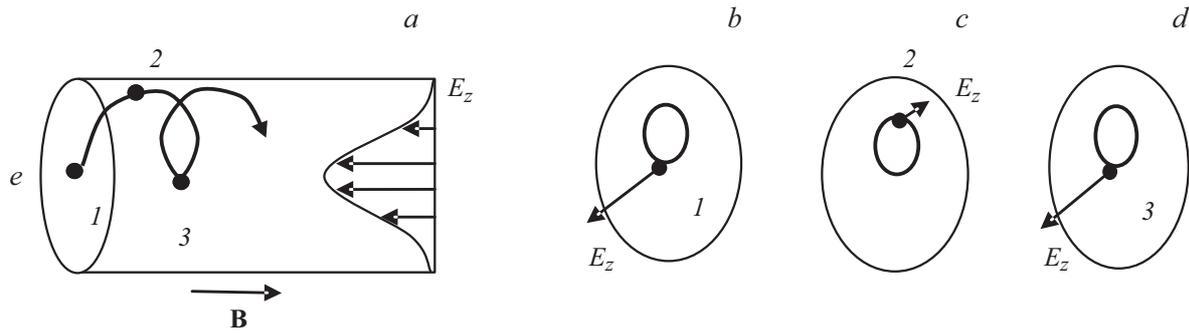


Рис. 1. Ускорение электрона в цилиндрическом волноводе: *a* — траектория движения электрона и радиальное распределение E_z компонента и направление E_z через полупериод в различных точках траектории электрона 1–3: *b* — $t = 0$, *c* — $t = T/2$, *d* — $t = T$.

Метод ускорения электронов в волноводе в режиме циклотронного резонанса

На рис. 1, *a* показана спиральная траектория электрона в волноводе, помещенном в продольное магнитное поле соленоида. Центр вращения электронов смещен от оси волновода на расстояние радиуса вращения. Радиальное распределение поперечного компонента E_z электрического поля E_{01} волны в поперечном сечении волновода изменяется в соответствии с функцией Бесселя J_0 от максимального значения до нуля. Бегущая E_{01} -волна, двигающаяся в волноводе с фазовой скоростью, превышающей скорость света, падает на электроны, вращающиеся в поперечной плоскости волновода. Электроны двигаются по спиральной траектории с относительной поперечной скоростью вращения β_r и продольной скоростью вдоль оси волновода β_z . Скорости электронов рассматриваются по отношению к скорости света. Суммарный эффект ускорения вдоль оси волновода Z связан с тем, что когда поле максимально и имеет ускоряющее направление, электроны находятся в центре волновода (рис. 1, *b, d*). Когда через полупериод направление электрического поля в центре становится тормозящим в результате смещении волны вдоль оси Z , электроны смещаются к стенке волновода (рис. 1, *c*), где амплитуда тормозящего поля меньше, чем в центре волновода, в соответствии с распределением, описываемом функцией Бесселя J_0 . За период вращения электронов происходит ускорение большим продольным компонентом электрического поля E_z в центре волновода, чем торможение у стенки волновода, где напряженность электрического поля меньше.

Условием циклотронного резонанса является следующее соотношение:

$$\omega - k\beta_z c = \Omega,$$

где ω и k — частота и волновое число, c — скорость света, Ω — циклотронная частота вращения электронов в магнитном поле [8]. Оценки показывают, что для вы-

полнения условия резонанса поперечная скорость электронов должна быть высокой ($\sim 0.9c$) соответственно продольная скорость электронов $c\beta_z$ будет низкой. В цилиндрическом волноводе рассмотрим бегущую волну, у которой фазовая скорость V_{ph} значительно больше продольной $c\beta_z$ скорости электронов. В этом приближении соотношение частот

$$\Omega/\omega = (1 - c\beta_z/V_{ph})$$

принимает вид $\Omega = \omega$. В процессе ускорения считаются постоянными частота вращения электронов Ω , поперечная скорость $c\beta_r$ и радиус вращения электронов. Для поддержания условия циклотронного резонанса индукция магнитного поля соленоида B , внутри которого находится ускоряющий волновод, должна увеличиваться с ростом энергии электронов

$$B = 2\pi c\gamma m_0/e\lambda,$$

где $\gamma = W/W_0$ — релятивистский фактор (W — полная энергия электрона, W_0 — энергия покоя электрона), m_0 — масса покоя электрона, e — заряд электрона. Для выполнения условия циклотронного резонанса необходимо увеличение плотности витков соленоида вдоль продольной оси волновода.

С другой стороны, если рассматривать синхронное движение частиц и волны, то за период вращения электрона T волна смещается вдоль оси Z на длину волны в волноводе

$$\lambda_w = TV_{ph},$$

где $V_{ph} = c(1 - (\lambda/\Lambda)^2)^{-1/2}$ — фазовая скорость волны, $\lambda_w = \lambda(1 - (\lambda/\Lambda)^2)^{-1/2}$ — длина волны в волноводе, Λ — критическая длина волны в волноводе, $\lambda = 2\pi/\omega$ — длина волны генератора. Это соответствует условию циклотронного резонанса $\Omega = \omega$.

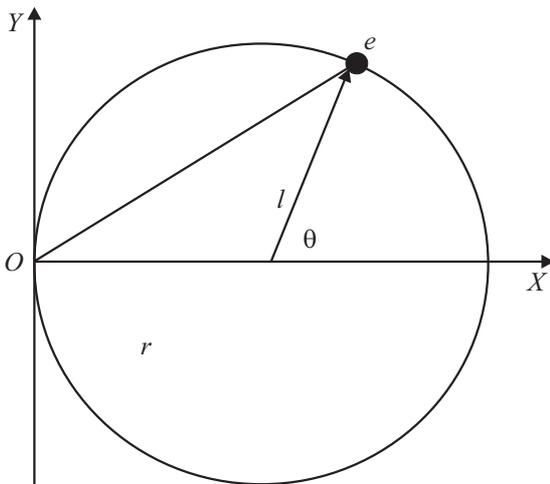


Рис. 2. Радиальная координата электрона l при смещении круговой орбиты электрона от центра волновода O на расстоянии радиуса r .

Ускорение электронов продольным электрическим компонентом E_z

Напряженность продольного компонента E_z электрического поля E_{01} волны в поперечном сечении волновода имеет вид

$$E_z = E_0 J_0(v_{01} l / R) \cos(\omega t - k_z z),$$

где E_0 — амплитуда волны, J_0 — функция Бесселя, v_{01} — корень функции Бесселя, l — радиальная координата электрона, R — радиус волновода, k_z — продольное волновое число. В приближении, когда фазовая скорость волны значительно больше аксиальной скорости электронов, что соответствует оценкам параметров ускорения электронов в режиме циклотронного резонанса, не будем учитывать изменение фазы волны k_z за один оборот электронов.

При вращении электронов в волноводе $\theta = \Omega t$ по окружности радиуса r , центр которой смещен по оси X на расстояние этого радиуса, радиальная координата электронов l равна

$$l = r(2(1 + \cos \theta))^{1/2},$$

где θ — угол поворота электрона относительно его центра вращения (рис. 2). Напряженность электрического поля E_z будет изменяться в течение одного оборота электронов

$$E_z = E_0 J_0(v_{01}(2(1 + \cos \Omega t))^{1/2} r / R) \cos \omega t.$$

При условии циклотронного резонанса относительное значение продольного компонента электрического поля,

действующего на электроны, равно

$$E_z / E_0 = J_0(v_{01}(2(1 + \cos \varphi))^{1/2} r / R) \cos \varphi,$$

где φ — фаза волны. На рис. 3 показано изменение E_z / E_0 (сплошная линия), действующего на электроны в течение одного оборота, зависящее от произведения функции Бесселя J_0 и функции $\cos \varphi$. Из рис. 3, *a* видно, что за оборот электроны вначале ускоряются в центре волновода, начиная с $\varphi = 0$, потом тормозятся, когда электрическое поле изменяет знак, достигая отрицательного минимума $\varphi = \pi$ на расстоянии $2r$ от центра. Затем электроны снова ускоряются, когда возвращаются к центру волновода ($\varphi = 2\pi$). Среднее значение поля за один оборот будет ускоряющим, так как тормозящее поле у стенки волновода меньше, чем ускоряющее поле в центре. Средние значения поля E_z / E_0 за один оборот для значений r/R 0.24, 0.29 и 0.4 соответственно составляют 0.1, 0.13 и 0.2.

Влияние тормозящего поля уменьшается при увеличении радиуса вращения электронов, так как уменьшается значение функции Бесселя на расстоянии $2r$ от центра волновода (рис. 3, *c*). Для получения наибольшего среднего за период ускоряющего поля диаметр орбиты электронов $2r$ должен стремиться к радиусу волновода R , чтобы значение тормозящего поля стремилось к нулю. Однако оценки показывают, что имеются ограничения на значение радиуса вращения электронов, так как для больших r уменьшается частота вращения электрона $\Omega = c\beta_r / r$. Таким образом, для выполнения условия резонанса потребовалось бы увеличить длину волны. Чтобы высокочастотная волна с большей длиной волны могла распространяться в круглом волноводе, необходимо увеличить радиус волновода для увеличения значения критической длины волны Λ . Таким образом, одновременно с радиусом орбиты электрона будет увеличиваться радиус волновода. Поэтому соотношение r/R нельзя сделать большим для получения наибольшего ускоряющего эффекта. Оценки показывают, что значение r/R составляет 0.15–0.17.

Ускорение электронов волной E_{02} с радиальными вариациями поля

Волны с радиальными вариациями поля E_{0n} также могут быть использованы для ускорения электронов. Волна E_{02} в поперечном сечении волновода имеет в центре волновода ускоряющее направление поля, а на некотором расстоянии от центра тормозящее направление в соответствии с функцией Бесселя (рис. 4, *a*). Электрическое поле E_z у стенки волновода будет иметь ускоряющее направление через полупериод вращения электронов из-за перемещения волны вдоль оси Z (рис. 4, *b*). Если радиус вращения электронов достаточно большой, то они могут проходить через эту область ускоряющего поля у стенки волновода, получая приращение энергии

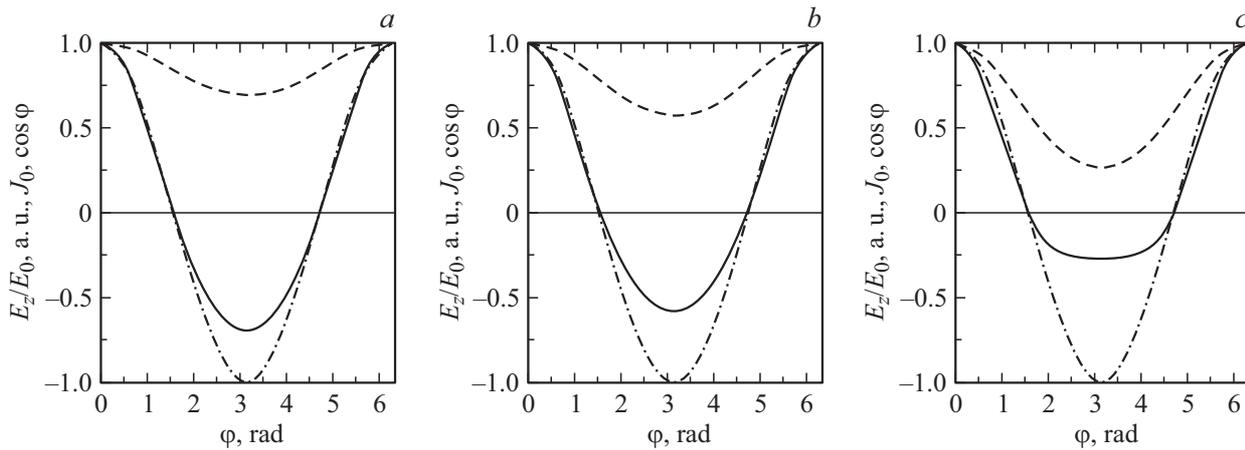


Рис. 3. Зависимость продольного компонента электрического поля E_z/E_0 волны E_{01} (сплошная линия), функции Бесселя J_0 (штриховая линия) и $\cos \varphi$ (штрихпунктирная линия) от фазы волны для различных радиусов орбит электронов: a — $r/R = 0.24$, b — $r/R = 0.29$, c — $r/R = 0.4$.

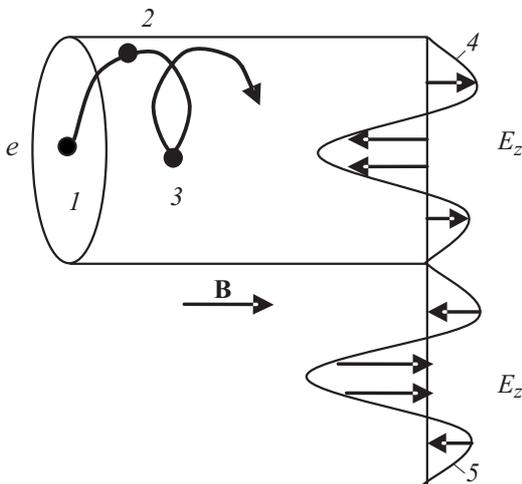


Рис. 4. Радиальное распределение E_z компонента E_{02} волны через полупериод, 4 — распределение поля в момент $t = 0$, когда электрон находится в точках 1, 3, и 5 — распределение поля через полупериод $t = T/2$, когда электрон 2 смещен к стенке волновода.

как в центре волновода, так и около его стенки. На рис. 5 показано изменение продольного компонента поля E_z/E_0 при различных значениях r/R . При небольших радиусах вращения ускорение электронов происходит аналогично ускорению волной E_{01} : ускоряющее поле в центре волновода больше тормозящего у стенки волновода (рис. 5, a). Если увеличить радиус, то на максимальном удалении от центра волновода электроны будут попадать в область ускоряющего направления поля E_z (рис. 5, b, c). При значении $r/R \sim 0.85$, когда траектория электронов проходит через максимум и минимум функции Бесселя, среднее значение электрического поля за один оборот электронов будет максимальным. Однако при этом оптимальном значении r/R

условие циклотронного резонанса не выполняется из-за снижения частоты вращения электронов при увеличении их радиуса.

Оценка параметров ускорителя на энергию 10 MeV, работающего в режиме циклотронного резонанса

Для получения наибольшего радиуса вращения электронов $r = \lambda \beta_\tau / 2\pi$ при условии циклотронного резонанса $\Omega = \omega$ необходимо, чтобы относительная поперечная скорость вращения электронов была большой — $\beta_\tau \sim 0.9$. Длина волны генератора λ должна быть меньше критической длины волны волновода $\Lambda = 2\pi R / v_{01}$. Если для волны E_{01} выбрать $\lambda = 6$ см и $\Lambda = 6.5$ см, то радиус волновода равен $R = 2.48$ см ($v_{01} = 2.4$), а радиус вращения электронов равен 0.86 см ($r/R = 0.35$). Среднее значение напряженности ускоряющего поля за один оборот составляет E_z/E_0 0.17. Если амплитуда поля бегущей волны $E_0 \sim 200$ кВ/см, то напряженность электрического поля, ускоряющего электроны, — 3.4 MV/m, а длина ускорителя на энергию 10 MeV будет около 3 м. Если выбрать относительную продольную скорость $\beta_z = 0.15$ и $\beta_\tau = 0.9$ ($W = 2.44W_0$), то энергия инжекции $U = W - W_0$ составляет 0.74 MeV. Особенностью ускорителя, работающего в режиме циклотронного резонанса, является относительно высокая энергия инжекции по сравнению с действующими линейными ускорителями с замедляющими структурами. В качестве инжектора можно применить группирователь электронов небольшой длины, используемый на входе линейных электронных ускорителей. Параметры различных вариантов ускорителей N1–N4 приведены в таблице. Несмотря на низкий темп ускорения предлагаемого ускорителя, работающего в режиме циклотронного резонанса, его конструкция значительно проще

Характеристики ускорителей на энергию 10 MeV

Наименование	N1	N2	N3	N4
Тип волны E_{0n}	E_{01}	E_{01}	E_{02}	E_{02}
Длина волны λ , см	6	6	3	3
Радиус волновода R , см	3	2.48	3	2.8
Критическая длина волны Λ , см	7.8	6.5	3.4	3.2
Фазовая скорость волны V_{ph}/c , а.у.	1.57	2.6	2.12	2.87
Радиус орбиты электронов r , см	0.86	0.86	0.43	0.43
Индукция магнитного поля инжекции, Т	0.44	0.44	0.88	0.88
Индукция магнитного поля на выходе, Т	3.49	3.49	6.98	6.98
Напряженность ускоряющего поля E_z/E_0 , а.у.	0.129	0.168	0.157	0.173

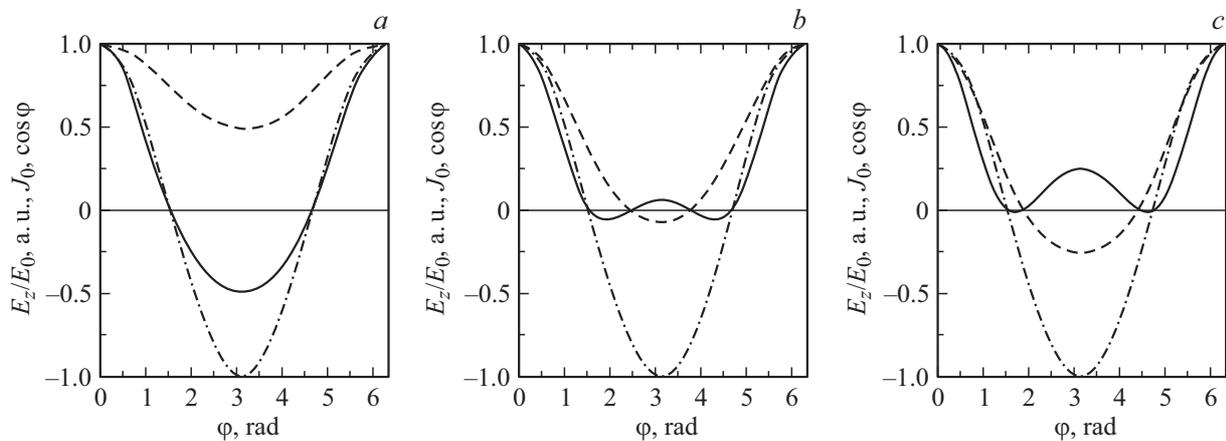


Рис. 5. Зависимость продольного компонента электрического поля E_z/E_0 волны E_{02} (сплошная линия), функции Бесселя J_0 (штриховая линия) и $\cos \varphi$ (штрихпунктирная линия) от фазы волны для различных радиусов орбит электронов: a — $r/R = 0.14$, b — $r/R = 0.23$, c — $r/R = 0.27$.

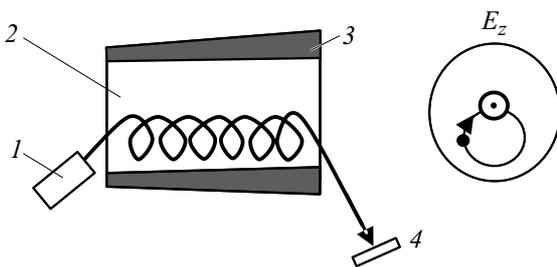


Рис. 6. Схема ускорителя электронов: 1 — инжектор электронов, 2 — цилиндрический волновод, 3 — соленоид, 4 — мишень для генерации тормозного излучения.

по сравнению с конструкциями высокочастотных линейных ускорителей. В конструкции ускорителя применяется гладкий цилиндрический волновод вместо сложной ускоряющей структуры на основе диафрагмированного волновода или цепочки связанных резонаторов. Электрическая прочность гладкого цилиндрического волновода

значительно выше по сравнению с диафрагмированным волноводом, поэтому в гладком волноводе можно получить большую амплитуду электрического поля высокочастотной волны. Схема ускорителя показана на рис. 6. Цилиндрический волновод помещен внутри соленоида, у которого увеличивается плотность витков при увеличении энергии электронов. Это необходимо для выполнения условия циклотронного резонанса. Инжектор электронов расположен под углом к волноводу, чтобы электроны имели азимутальную и аксиальную компоненты скорости на входе в ускоряющий волновод.

Заключение

Ускорение электронов в линейном ускорителе на основе циклотронного резонанса происходит в гладком цилиндрическом волноводе, помещенном в магнитное поле соленоида. Применение цилиндрического волновода вместо замедляющей системы на основе диафрагмиро-

ванного волновода или цепочки связанных резонаторов существенно упрощает конструкцию ускорителя и его высокочастотную настройку. Электрическая прочность гладкого цилиндрического волновода является высокой по отношению к диафрагмированному волноводу, так как отсутствуют диафрагмы, которые имеют острые кромки на краях. В гладком волноводе ускорителя уменьшаются электрические потери высокочастотной мощности в стенках волновода по сравнению с потерями в диафрагмированном волноводе или цепочке связанных резонаторов линейных ускорителей. Снижение потерь высокочастотной мощности даст возможность увеличить напряженность электрического поля высокочастотной волны при неизменной мощности генератора, также будет влиять на шунтовое сопротивление ускоряющей системы. Однако ускоритель в режиме циклотронного резонанса характеризуется более низким темпом ускорения и соответственно большей длиной по сравнению с действующими высокочастотными ускорителями.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Лебедев А.Н., Шальнов А.В. Основы физики и техники ускорителей. М.: Энергоатомиздат, 1991. 528 с.
- [2] Коломенский А.А. Физические основы методов ускорения заряженных частиц. М.: Изд-во МГУ, 1980. 302 с.
- [3] Wiedemann H. Particle Accelerator Physics. Springer, 2015. 1021 p. DOI: 10.1007/978-3-319-18317-6
- [4] Коломенский А.А., Лебедев А.Н. // ЖЭТФ. 1963. Т. 44. С. 261–269.
- [5] Милантьев В.П. // УФН. 2013. Т. 183. N 8. С. 875–884. [Milant'ev V.P. // Phys. Usp. 2013. Vol. 56. N 8. P. 823–832.] DOI: 10.3367/UFNe.0183.201308d.0863
- [6] Пашенцев В.Н. // Прикладная физика. 2005. № 1. С. 83–88.
- [7] Пашенцев В.Н. // АС СССР 1135420. Бюл. 1985. № 30. С. 248.
- [8] Милантьев В.П. // УФН. 1997. Т. 167. № 1. С. 3–16. [Milant'ev V.P. // Phys. Usp. 1997. Vol. 40. N 1. P. 1–14.] DOI: 10.1070/PU1997v040n01ABEH000198