

## Композиционный радиопоглощающий материал на основе резистивных квадратов

© В.И. Пономаренко, И.М. Лагунов

Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского,  
295007 Симферополь, Россия  
e-mail: vponom@gmail.com

Поступило в Редакцию 1 марта 2018 г.

В окончательной редакции 28 ноября 2019 г.

Принято к публикации 17 декабря 2019 г.

На основе решения задачи дифракции проведен расчет эффективной диэлектрической проницаемости композиционного материала, состоящего из чередующихся плоских решеток резистивных квадратов, смещенных одна относительно другой и расположенных в диэлектрическом слое. Показано, что дисперсия имеет релаксационный характер. Показана возможность изменять дисперсионную характеристику в широких пределах путем варьирования параметров структуры. Показано, что взаимное смещение решеток существенно меняет дисперсию диэлектрической проницаемости структуры. Оценено отношение длины волны к периоду структуры, при котором адекватна процедура гомогенизации.

**Ключевые слова:** композиционный материал, радиопоглощающие структуры, дифракция электромагнитных волн.

DOI: 10.21883/JTF.2020.06.49291.115-18

### Введение

Резистивные пленки широко применяются в различных целях в технике СВЧ [1–3]. Если пленка имеет островковый характер или поделена на отдельные элементы, то она приобретает емкостную компоненту поверхностного сопротивления [4–6]. Варьирование дополнительных по сравнению со сплошной пленкой параметров, таких как размер резистивных элементов и величина зазора между ними, расширяет возможности влияния на характеристики структур, содержащих резистивно-емкостные пленки (РЕП), с целью их улучшения [7,8]. В этой связи актуально исследование свойств структур на основе РЕП.

В [9,10] на основе приближенных моделей рассмотрены искусственные диэлектрики в виде решеток резистивных квадратов, разделенных диэлектрическими слоями. В [9] эффективная диэлектрическая проницаемость (ЭДП) вычисляется в квазистатическом приближении с применением полученной в [6] формулы для эффективного поверхностного сопротивления РЕП из полос с малыми зазорами между ними. В [10] оценка ЭДП проведена методами теории электрических цепей и длинных линий. Показано, что такие материалы обладают характером дисперсии эффективной диэлектрической проницаемости релаксационного типа.

Целью настоящей работы является расчет дифракционным методом ЭДП структуры на основе чередующихся со смещением плоских решеток резистивных квадратов в диэлектрической матрице. Дифракционный метод гомогенизации ранее был применен для расчета ЭДП структур на основе решеток проводящих диполей [11]. Метод позволяет не только получить точные в опреде-

ленном смысле значения ЭДП, но и оценить границы применимости гомогенизации, не ограничиваясь предположением о малости характерных размеров структуры по сравнению с длиной волны без соответствующих оценок.

### Задача дифракции

На рис. 1 изображены две соседние решетки плоских резистивных квадратов со стороной  $2s$  и поверхностным сопротивлением (ПС)  $\rho$ , смещенные одна относительно другой на половину периода в направлениях осей  $x, y$ . Полу периоды плоской решетки по осям  $x, y$ , равны  $b_x$  и  $b_y$ . Зазоры  $\tau_x, \tau_y$  между соседними квадратами в „лентах“  $L1$  и  $L2$  равны соответственно  $2(b_x - s)$  и  $2(b_y - s)$ . Исследуемая структура состоит из  $K$  таких решеток, расположенных в слое недиспергирующего диэлектрика толщиной  $d$  с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Возможно расположение структуры на металлическом и магнитном зеркалах, а также на полупространстве из диэлектрика с проницаемостью  $\epsilon$ . Плоская электромагнитная волна, поляризованная вдоль оси  $y$ , падает на структуру из области свободного пространства в направлении оси  $z$ . Ввиду симметрии и периодичности структуры задача дифракции сводится к задаче рассеяния ТЕМ-волны в эквивалентном волноводе — канале Флоке [12], изображенном на рис. 2, содержащем четверти резистивных квадратов и имеющем электрические  $y = 0, b_y$  и магнитные  $x = 0, b_x$  стенки. Координаты плоских решеток равны  $z_n = h/2 + (n - 1)h$ ,  $h = d/K$ ,  $n = 1, 2, \dots K$ .

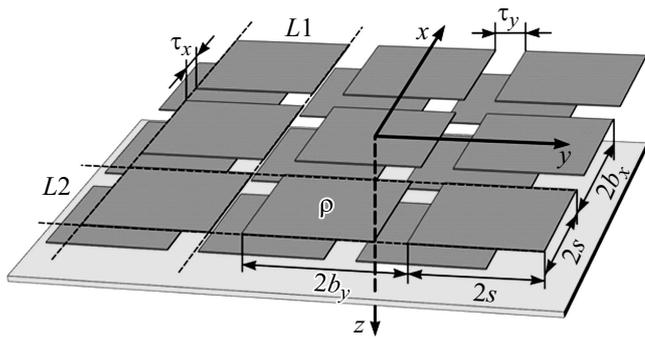


Рис. 1. Структура композиционного материала на основе смещенных решеток резистивных квадратов.

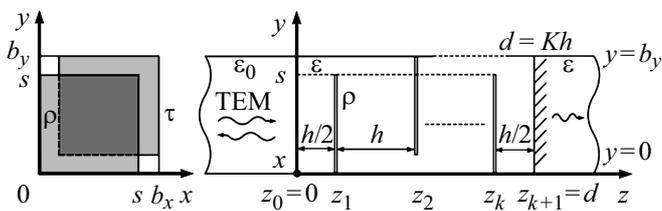


Рис. 2. К задаче рассеяния в эквивалентном волноводе.

Решение задачи рассеяния в эквивалентном волноводе основывается на разделении „больших“ резистивных квадратов со стороной  $s$  на малые „элементарные“ прямоугольники (ЭП) и решения задачи возбуждения волновода токами [13] с поверхностными плотностями  $I_{nx}$ ,  $I_{ny}$ , текущими по ЭП вдоль осей  $x, y$ , не меняющимися в пределах ЭП:

$$I_{nx} = \frac{E_{nx}}{\rho}, \quad I_{ny} = \frac{E_{ny}}{\rho}, \quad n = 1, 2, \dots, N_A N_B, \quad (1)$$

где  $E_{nx}, E_{ny}$  — тангенциальные компоненты электрического поля на поверхности ЭП с номером  $n$  в его центре,  $N_A, N_B$  — числа разбиений стороны соответственно вдоль осей  $x, y$ . Решение по существу не отличается от такового для решеток из проводящих волокон и диполей [11,14] и сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно токов  $\{I_{nx}\}, \{I_{ny}\}$ , по значениям которых определяются амплитуды волноводных мод и коэффициент отражения (КО). Вместо используемого в [11,14] условия связи между полем и током в проводе имеют место соотношения (1). В представлении полей участвуют моды ТЕМ,  $H_{mn}$  и  $E_{mn}$  канала Флоке, где  $m, n$  — номера гармоник по осям  $x, y$  [12]. Порядок СЛАУ, из которой определяются токи, равен  $2KN_A N_B$ . Числа  $N_A$  и  $N_B$ , как и числа учитываемых гармоник  $M, N$ , определялись путем наращивания до значений, выше которых КО по амплитуде переставал меняться в пределах абсолютной погрешности 0.002. Конечные формулы для расчета КО приведены в Приложении.

При  $b_x = s$  решетка рис. 1 переходит в однородную вдоль оси  $x$  решетку из лент  $L1$ , поэтому с учетом

$y$ -поляризации, падающей на структуру волны ТЕМ, в представлениях полей достаточно оставить ТЕМ- и  $E_{0n}$ -моды [15]. При вычислениях следует делить ленту на полоски шириной  $s/N_B$ . Выбор периода  $b_x$  при этом произволен, а из СЛАУ исключается система токов  $\{I_{nx}\}$ . Порядок СЛАУ относительно токов  $\{I_{ny}\}$  составляет  $KN_B$ . По аналогии с волноводными диафрагмами решетку из лент  $L1$  можно охарактеризовать как емкостную.

При  $b_y = s$  решетка (рис. 1) переходит в однородную вдоль оси  $y$  решетку индуктивного типа из лент  $L2$ , и в представлениях полей участвуют лишь ТЕМ- и  $H_{m0}$ -моды [15]. При вычислениях лента делится на полоски шириной  $s/N_A$ . Вследствие равенства нулю токов  $\{I_{nx}\}$  порядок СЛАУ равен  $KN_A$ .

При  $b_x = b_y = s$  решетка (рис. 1) переходит в сплошную пленку (СП). В этом случае КО не зависит от выбора чисел  $N_A \geq 1, N_B \geq 1$ , а также от числа учитываемых мод типов  $E$  и  $H$ . Значения КО при этом, как показали расчеты, практически точно совпадают со значениями, получаемыми из решения матричным методом задачи отражения от многослойной плоской структуры, если рассматривать пленки как слои предельно малой толщины  $\tilde{d} \ll d$ , обладающие относительной диэлектрической проницаемостью  $\tilde{\epsilon}$  [3,5]:

$$\tilde{\epsilon} = i/(\omega \tilde{d} \epsilon_0 \rho),$$

где  $\omega$  — циклическая частота,  $\epsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума,  $i$  — мнимая единица.

Численные расчеты выполнялись при  $d = 10 \text{ mm}$ ,  $\epsilon = 3$  в диапазоне длин волн  $\lambda = 0.02\text{--}2 \text{ m}$ .

Расчет при  $\tau/s < 0.4$  КО  $R_{L2} = R'_{L2} + iR''_{L2}$  структур из лент  $L2$  и расчет КО  $R = R' + iR''$  от структур со сплошными пленками показали, что  $R_{L2}$  и  $R$  оказываются практически равными, отличаясь лишь в третьем-четвертом знаке после запятой как при смещении соседних по оси  $z$  решеток на полпериода по оси  $x$ , так и без смещения, если рассматривать плоскую решетку из лент  $L2$  с ПС  $\rho_{L2}$  как сплошную пленку с эффективным ПС  $\rho_{L2}^{\text{eff}}$ :

$$\rho_{L2}^{\text{eff}} = \rho_{L2} s / b_x. \quad (2)$$

Отметим, что в статическом случае связь (2) между сопротивлениями в направлении оси  $y$  СП и решетки из лент  $L2$  является точной. Расчет  $R_{L2}$  проводился при  $N_A = 10, M = 20$ .

Расчет КО  $R_{L1} = R'_{L1} + iR''_{L1}$  от структуры из лент  $L1$  с ПС  $\rho_{L1}$  и расчет КО  $R = R' + iR''$  от структуры из квадратов с ПС  $\rho$  при  $\tau_x = \tau_y = \tau, \tau/s \leq 0.4$  показали, что  $R_{L1}$  и  $R$  оказываются практически равными, если выполняется соотношение

$$\rho = \rho_{L1} \frac{s}{s + \tau}. \quad (3)$$

В таблице приведены значения  $R_{L1}$  и  $R$  при различных параметрах структуры. Расчет  $R_{L1}$  для структуры из лент со смещением по оси  $y$  проводился при  $N_B = 25, N = 40$ , а расчет  $R$  для структуры из квадратов со

Коэффициент отражения от структур из лент  $L1$  ( $R_{L1}$ ) и квадратов ( $R$ )

№	$\lambda$ , m	$K$	$\rho$ , $\Omega$	$2s$ , mm	$\tau$ , mm	$R$		$R_{L1}$	
						$R'$	$R''$	$R'_{L1}$	$R''_{L1}$
1	0.02	5	1500	8	1	-0.287	0.503	-0.295	0.489
2	0.2	3	1000	12	1.5	-0.743	-0.581	-0.732	-0.590
3	2	2	250	10	2	-0.997	-0.006	-0.998	-0.006

смещением по осям  $x, y$  — при  $N_A = 10, N_B = 25, M = 20, N = 40$ . Отметим, что высокая точность соотношения (3) при зазорах  $\tau/s \leq 0.4$  является следствием обоснованной расчетами практической точности статического соотношения (3). Как показало численное моделирование, при  $\tau/s > 0.4$  применение соотношения (3) приводит к абсолютной погрешности вычисления КО, превышающей 0.002.

Результаты, приведенные в таблице, относятся к структурам, расположенным на металлическом зеркале. Аналогичные результаты имеют место при расположении структур на магнитном зеркале и на диэлектрическом полупространстве.

При числе решеток  $K = 5$ , принятом ниже при расчете ЭДП, время счета КО структур из лент  $L1$  и  $L2$  на одной длине волны приблизительно в 1500 раз меньше времени счета для структуры из квадратов, которое составляет более 2 h на компьютере со скоростью выполнения операций 36 Gflops при двойной точности представления чисел в ФОРТРАН-программе. Это обусловлено тем, что в случае квадратов размерность комплексной СЛАУ при  $N_A = 10, N_B = 25$  равна 2500, а матричные элементы вычисляются суммированием двойных рядов. В связи с этим, учитывая практическую тождественность в плане взаимодействия с первичной электромагнитной волной структуры из лент  $L1$  и структуры из квадратов при  $\tau/s \leq 0.4$  и выполнении соотношения (3), приведенные ниже расчеты КО и ЭДП структуры из квадратов выполнялись, как для структуры из лент  $L1$ , с использованием связи (3).

Отметим, что применение к численному решению СЛАУ специальных программ с факторизацией матриц не приводит к результатам, отличным от полученных методом Гаусса. Это можно объяснить достаточной обусловленностью матриц [16], не требующей предварительных преобразований для повышения точности решения СЛАУ.

### Дисперсия диэлектрической проницаемости

Исследуемая структура не содержит проводящих элементов, параллельных волновому вектору первичной волны, поэтому существенный квазимагнитный эффект

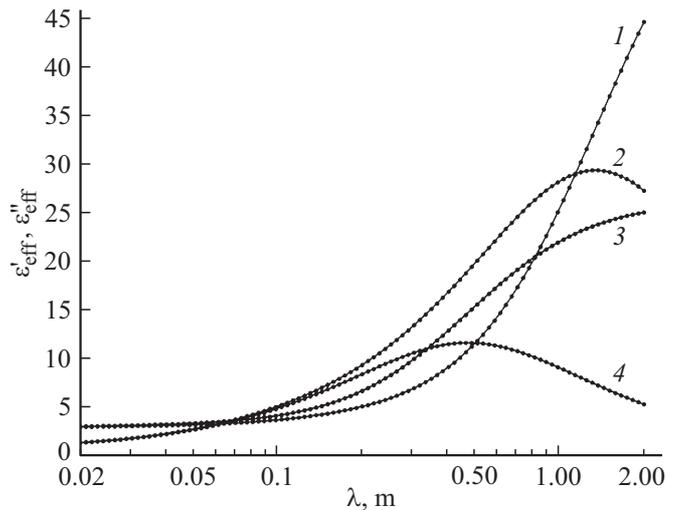


Рис. 3. Влияние периода структуры из квадратов на ЭДП: 1, 2 —  $\epsilon'_{eff}$  и  $\epsilon''_{eff}$ ,  $s = 8$  mm,  $\tau = 1$  mm; 3, 4 —  $\epsilon'_{eff}$  и  $\epsilon''_{eff}$ ,  $s = 4$  mm,  $\tau = 0.5$  mm.

не имеет места и эффективную относительную магнитную проницаемость структуры можно положить равной единице. Аналогично [11] сопоставление многослойной структуре гомогенного слоя с ЭДП  $\epsilon_{eff}$  выполняется на основе соотношения

$$\epsilon_{eff} = \frac{(R_e - 1)(R_m - 1)}{(R_e + 1)(R_m + 1)},$$

где  $R_e, R_m$  — коэффициенты отражения в плоскости  $z = 0$  по электрическому полю нормально падающей волны от немагнитного слоя с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_{eff}$ , занимающему область  $d \geq z \geq 0$  и расположенному соответственно на металлической или магнитной плоскости:

$$R_e = \frac{A + \sqrt{\epsilon_{eff}}}{A - \sqrt{\epsilon_{eff}}}, \quad R_m = \frac{A\sqrt{\epsilon_{eff}} + 1}{1 - A\sqrt{\epsilon_{eff}}}, \quad A = i \operatorname{tg} \frac{2\pi d}{\lambda} \sqrt{\epsilon_{eff}}.$$

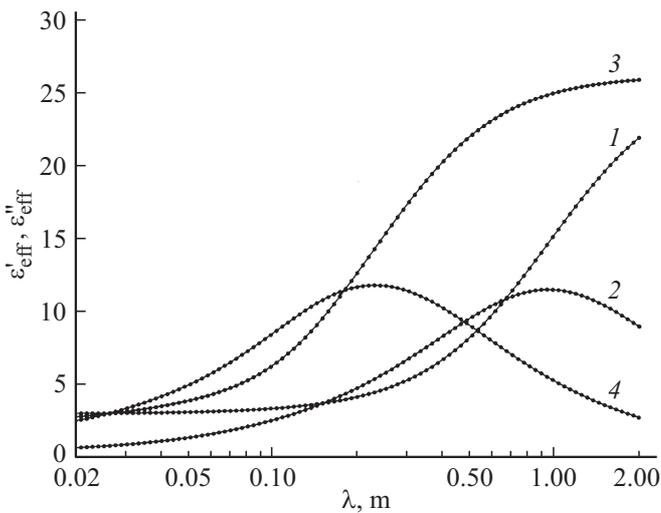
Подставляя на место  $R_e, R_m$  значения КО от исследуемой структуры при ее расположении на металлическом и магнитном зеркале, получим ее ЭДП.

В расчетах ЭДП полагалось  $K = 5$ , поскольку при меньшем числе решеток процедура гомогенизации показала более низкую точность.

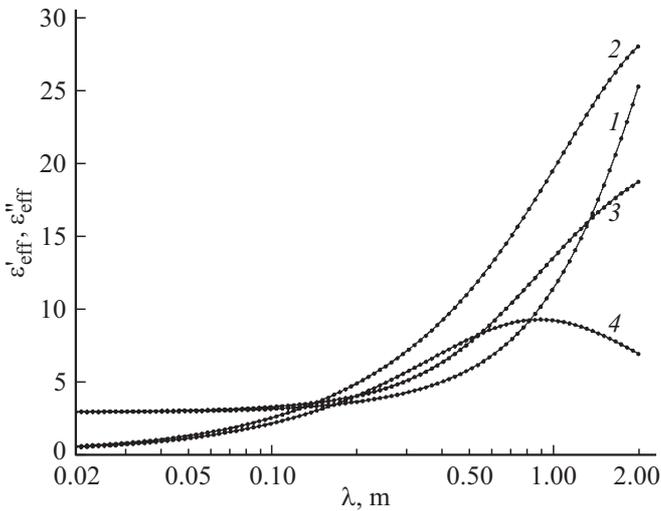
На рис. 3–8 представлены результаты расчета дисперсии ЭДП и КО структур со сдвигом соседних решеток резистивных квадратов.

Влияние периода  $2s + \tau$  структуры из квадратов с ПС  $\rho = 500 \Omega$  на дисперсию ЭДП показано на рис. 3. Видно, что при уменьшении периода резонансная длина волны (РДВ), на которой максимальна мнимая часть ЭДП, несколько сместилась в сторону коротких длин волн, при этом максимальные значения компонент ЭДП уменьшились.

Влияние ПС квадратов на дисперсию ЭДП показано на рис. 4 при  $s = 4$  mm,  $\tau = 0.5$  mm. Видно, что при



**Рис. 4.** Влияние поверхностного сопротивления квадратов на ЭДП: 1, 2 —  $\epsilon'_{\text{eff}}$  и  $\epsilon''_{\text{eff}}$ ,  $\rho = 1000 \Omega$ ; 3, 4 —  $\epsilon'_{\text{eff}}$  и  $\epsilon''_{\text{eff}}$ ,  $\rho = 500 \Omega$ .



**Рис. 5.** Влияние размера квадрата на ЭДП: 1, 2 —  $\epsilon'_{\text{eff}}$  и  $\epsilon''_{\text{eff}}$ ,  $s = 8 \text{ mm}$ ; 3, 4 —  $\epsilon'_{\text{eff}}$  и  $\epsilon''_{\text{eff}}$ ,  $s = 4 \text{ mm}$ .

уменьшении сопротивления РДВ существенно сместилась в сторону коротких длин волн, при этом максимальные значения компонент ЭДП увеличились.

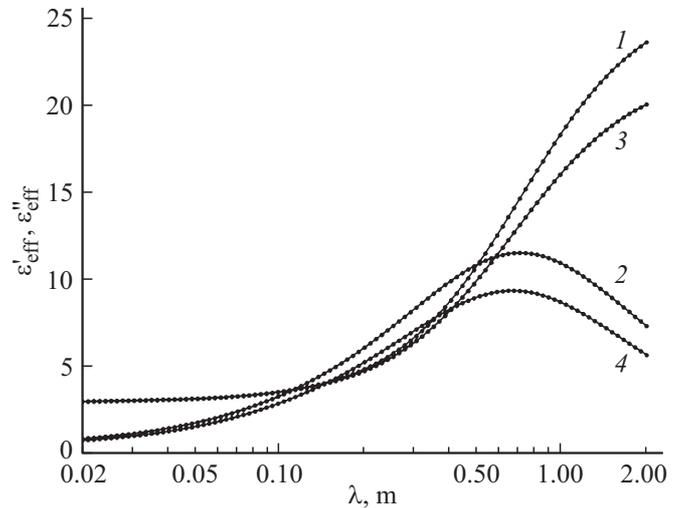
Влияние размера квадратов на дисперсию ЭДП показано на рис. 5 при  $\rho = 1000 \Omega$ ,  $\tau = 1 \text{ mm}$ . Видно, что при уменьшении размера РДВ сместилась в сторону коротких длин волн, при этом максимальные значения компонент ЭДП уменьшились.

На рис. 6 показано влияние зазора между квадратами на дисперсию ЭДП при  $s = 4 \text{ mm}$ ,  $\rho = 750 \Omega$ . Видно, что при увеличении зазора РДВ несколько сместилась в сторону коротких длин волн, при этом максимальные значения компонент ЭДП уменьшились.

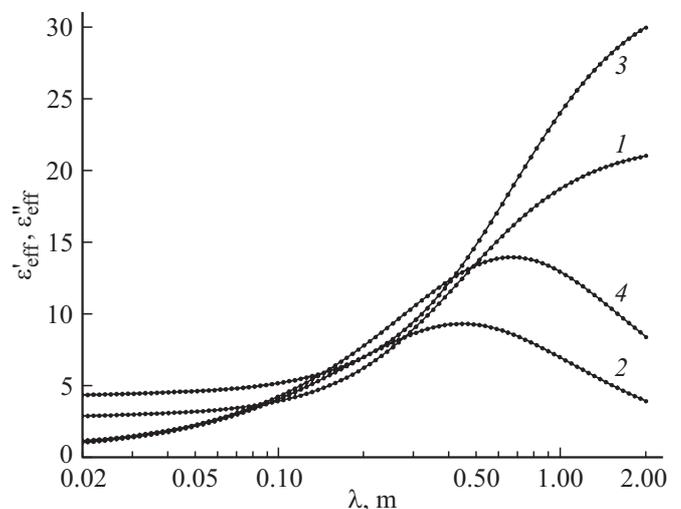
Выше во всех расчетах полагалось  $\epsilon = 3$ . Влияние диэлектрической проницаемости матрицы на дисперсию ЭДП показано на рис. 7 при  $s = 4 \text{ mm}$ ,  $\tau = 1 \text{ mm}$ ,

$\rho = 500 \Omega$ . Видно, что при увеличении  $\epsilon$  РДВ сместилась в длинноволновую область, при этом максимальные значения компонент ЭДП увеличились.

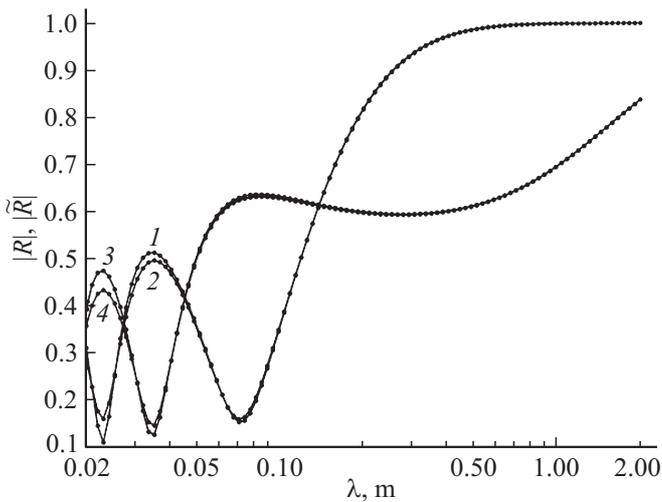
Гомогенизация неоднородной структуры имеет практическую ценность, если по эффективной проницаемости можно рассчитывать с приемлемой точностью характеристики взаимодействия структуры с полем, например КО, при помещении структуры в различные условия и изменении ее толщины. На рис. 8 показана ошибка вычисления КО в результате замены гомогенным слоем структуры из квадратов толщиной  $d = 10 \text{ mm}$ ,  $s = 4 \text{ mm}$ ,  $\tau = 0.5 \text{ mm}$ ,  $\rho = 250 \Omega$ ,  $\epsilon = 3$ .  $|R|$  — КО, полученный из решения задачи рассеяния,  $|\tilde{R}|$  — КО гомогенного слоя с диэлектрической проницаемостью, равной вычисленной ЭДП структуры. Рассмотрено расположение структуры на металлическом и магнитном зеркалах. В обоих случаях расхождение  $R$  и  $\tilde{R}$  дости-



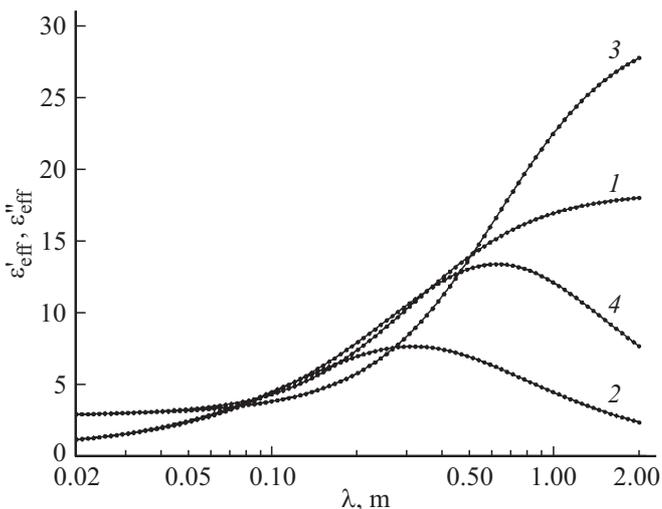
**Рис. 6.** Влияние зазора между квадратами на ЭДП: 1, 2 —  $\epsilon'_{\text{eff}}$  и  $\epsilon''_{\text{eff}}$ ,  $\tau = 0.5 \text{ mm}$ ; 3, 4 —  $\epsilon'_{\text{eff}}$  и  $\epsilon''_{\text{eff}}$ ,  $\tau = 1 \text{ mm}$ .



**Рис. 7.** Влияние диэлектрической проницаемости матрицы на ЭДП: 1, 2 —  $\epsilon'_{\text{eff}}$  и  $\epsilon''_{\text{eff}}$ ,  $\epsilon = 3$ ; 3, 4 —  $\epsilon'_{\text{eff}}$  и  $\epsilon''_{\text{eff}}$ ,  $\epsilon = 4.5$ .



**Рис. 8.** Точные значения КО по амплитуде  $|R|$  от структуры из квадратов (1, 3), и значения  $|\hat{R}|$ , соответствующие гомогенному слою (2, 4) при расположении структуры на металлическом зеркале (1, 2) и на магнитном (3, 4).



**Рис. 9.** Дисперсия ЭДП структуры без сдвига решеток (1, 2) и со сдвигом (3, 4).

гает нескольких процентов на длинах волн  $\lambda \leq 0.05$  м, что составляет около пяти периодов структуры. Если принять допустимую абсолютную ошибку вычисления КО по амплитуде, равной 0.02, то на таких длинах волн сопоставление структуре гомогенного слоя некорректно. Приблизительно такая же оценка ошибки гомогенизации имеет место при сравнении КО от структуры из квадратов и гомогенного слоя при помещении их на диэлектрическое полупространство, а так же при удвоении толщины структуры с числом решеток  $K = 10$  и сравнении КО от нее с КО гомогенного слоя двойной толщины с диэлектрической проницаемостью, равной ЭДП одинарного слоя.

Аналогичные расчеты были проведены для структуры из квадратов без сдвига соседних решеток. Влияние параметров структуры на дисперсию ЭДП качественно такое же, как для структуры со сдвигом. При этом КО и ЭДП обеих структур при прочих равных параметрах близки в коротковолновой части расчетного диапазона длин волн, но с ростом длины волны различие возрастает. Это объясняется тем, что с уменьшением длины волны до значений, сравнимых с периодом структуры, влияние малых зазоров между квадратами в решетке ослабляется. При увеличении длины волны емкостное сопротивление зазора между квадратами плоской решетки увеличивается и возрастает роль токов смещения между соседними смещенными плоскими решетками, частично „замыкающими“ области зазоров. РДВ структур без смещения решеток при прочих равных параметрах смещается в сторону коротких длин волн, при этом уменьшаются максимальные значения компонент ЭДП. Отмеченные выше общность и различие структур со сдвигом плоских решеток и без него иллюстрируют приведенные на рис. 9 дисперсионные зависимости ЭДП структур с  $2s = 10$  мм,  $\tau = 1$  мм,  $\rho = 500 \Omega$ ,  $\epsilon = 3$ .

## Заключение

Предложенное в [11,14] решение задачи дифракции нормально падающей электромагнитной волны на решетках из резистивных элементов применено к многослойным решеткам из резистивных лент и квадратов в диэлектрическом слое, расположенном на отражающей плоскости или диэлектрическом полупространстве. Численными расчетами показано, что при достаточно малых зазорах между элементами решеток индуктивная структура с высокой точностью отражает так же, как решетка из сплошных резистивных пленок с измененным поверхностным сопротивлением, а решетка из квадратов отражает так же, как емкостная решетка с аналогично измененным поверхностным сопротивлением. Предложено вычислять ЭДП структуры по значениям комплексного КО от нее при расположении структуры на электрическом и магнитном идеальных отражателях. Точными расчетами показан релаксационный характер дисперсии ЭДП решетки из квадратов, что согласуется с результатами, полученными ранее путем приближенных оценок. Рассмотрено влияние параметров решетки на ЭДП и показана возможность варьирования ЭДП в широких пределах. Показано, что при использовавшихся расчетных параметрах сопоставление решетке из квадратов гомогенного слоя с эффективной диэлектрической проницаемостью дает абсолютную ошибку вычисления коэффициента отражения по амплитуде менее 0.002, если длина волны приблизительно в 5 раз превосходит период структуры. Показано, что сдвиг соседних плоских решеток на полпериода без изменения прочих параметров приводит к существенному изменению дисперсионной зависимости эффективной диэлектрической

проницаемости. Результаты расчетов применимы к другим диапазонам длин волн при соответствующем масштабировании геометрических размеров рассмотренных структур.

**Приложение**

Ниже приведены конечные формулы для расчета КО плоской электромагнитной волны, нормально падающей на структуру из решеток резистивных квадратов, расположенных в диэлектрическом слое. Длина волны больше или равна периоду структуры. Принята единая нумерация элементарных квадратов (ЭК) всех решеток и единая нумерация мод всех типов эквивалентного волновода, причем ТЕМ-моды присвоен номер  $n = 1$ . Обозначено:

1.  $x_p, y_p, z_p$  — координаты центра ЭК с номером  $p, p = 1, 2, \dots, P$
2.  $\Gamma_n, W_n, n = 1, 2, \dots, M \cdot N$  — постоянные распространения и волновые сопротивления мод канала Флоке в области  $z > z_0$  (рис. 2).
3.  $T_n^\pm, R_n^\pm$  — коэффициенты прохождения и отражения прямых (+) и обратных (–) волн на границе  $z = z_0$  (рис. 2).
4.  $\chi_{nx}, \chi_{ny}$  — поперечные волновые числа моды с номером  $n$ .
5.  $A_n^{(y)}, A_n^{(x)}$  — нормированные множители компонент электрического поля  $E_{ny}, E_{nx}$ , моды с номером  $n$  [13].
6.  $S_{np} = \sin(\chi_{nx}x_p) \sin(\chi_{ny}y_p)$ .
7.  $C_{np} = \cos(\chi_{nx}x_p) \cos(\chi_{ny}y_p)$ .
8.  $\Psi_{np} = \int_{\sigma_p} \cos(\chi_{nx}x) \cos(\chi_{ny}y) dx dy$ .
9.  $\tilde{\Psi}_{np} = \int_{\sigma_p} \sin(\chi_{nx}x) \sin(\chi_{ny}y) dx dy$ ,

где  $\sigma_p$  — площадь интегрирования по поверхности квадрата с номером  $p$ .

Последние интегралы вычисляются элементарно, однако результаты вычисления весьма громоздки и поэтому опущены.

10.  $C_n = -W_n / (2/|W_n|)$ .
11.  $\beta_{yy}^{p(n)} = C_n |A_n^{(y)}|^2 \Psi_{np}, \beta_{yx}^{p(n)} = C_n (A_n^{(y)})^* A_n^{(x)} \Psi_{np}$ .
12.  $\beta_{xx}^{p(n)} = C_n |A_n^{(x)}|^2 \tilde{\Psi}_{np}, \beta_{xy}^{p(n)} = C_n (A_n^{(x)})^* A_n^{(y)} \tilde{\Psi}_{np}$ .
13.  $E_{nmp}^\pm = \exp(i\Gamma_n(z_m \pm z_p))$ .
14.  $\alpha_n$  — коэффициент отражения моды ( $n$ ) по электрическому полю в плоскости  $z = z_{k+1}$ .
15.  $\tilde{S}_m = T_1^+ (\exp(i\Gamma_1 z_m) + \alpha_1 \exp(-i\Gamma_1 z_m)) / (1 - \alpha_1 R_1^-)$ .
16.  $F_{nmp} = R_n^- [E_{nmp}^+ + \alpha_n (E_{nmp}^- + 1/E_{nmp}^+)] + \alpha_n / E_{nmp}^+$ .
17.  $S_{nmp} = \exp(i\Gamma_n |z_p - z_m|) + F_{nmp} / (1 - \alpha_n R_n^-)$ .
18.  $A_{mp}^{(x)} = \sum_n S_{nmp} \beta_{yx}^{p(n)} S_{nm} - \delta_{mp} \rho$ , где  $\delta_{mp}$  — символ

Кroneckera.

19.  $A_{mp}^{(y)} = \sum_n S_{nmp} \beta_{xy}^{p(n)} C_{nm}$ .
20.  $B_{mp}^{(x)} = \sum_n S_{nmp} \beta_{yx}^{p(n)} S_{nm}$ .
21.  $B_{mp}^{(y)} = \sum_n S_{nmp} \beta_{yy}^{p(n)} C_{nm} - \delta_{mp} \rho$ .

СЛАУ относительно поверхностных плотностей токов  $\{I_{px}\}, \{I_{py}\}$  состоит из двух подсистем: 20.

$$\begin{cases} \sum_p (A_{mp}^{(x)} I_{px} + B_{mp}^{(x)} I_{py}) = 0, \\ \sum_p (A_{mp}^{(y)} I_{px} + B_{mp}^{(y)} I_{py}) = -\tilde{S}_m, \end{cases}$$

$$21. G = \frac{\alpha_1 T_1^+ + \sum_p (\exp(i\Gamma_1 z_p) + \alpha_1 \exp(-i\Gamma_1 z_p)) (I_{px} \beta_{xy}^{p(1)} + I_{py} \beta_{yy}^{p(1)})}{1 - \alpha_1 R_1^-}$$

— величина, через которую выражается КО.

22.  $R = R_1^+ + T_1^- G$  — КО по электрическому полю в плоскости  $z = z_0$ .

**Конфликт интересов**

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

**Список литературы**

- [1] Алимин Б.Ф. // Зарубежная радиоэлектроника. 1989. № 2. С. 75–82.
- [2] Liu H.T., Cheng H.F., Chu Z.Y., Zhang D.Y. // Mater. Design. 2007. Vol. 28. N 7. P. 2166.
- [3] Слуцкая В.В. Тонкие пленки в технике СВЧ. М.: Госэнергоиздат, 1962. 112 с.
- [4] Казанцев Ю.Н., Крафтмахер Г.А. // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. Вып. 11. С. 649–652.
- [5] Пономаренко В.И., Куприянов И.К., Журавлев С.И. // РЭ. 1992. Т. 37. № 2. С. 346–349.
- [6] Пономаренко В.И. // Изв. вузов. Электромеханика. 1982. № 5. С. 518–523.
- [7] Пономаренко В.И., Мировицкий Д.И., Будагян И.Ф. // Радиотехника. 1984. Т. 39. № 11. С. 68–71.
- [8] Пономаренко В.И., Журавлев С.И. // РЭ. 1992. Т. 37. № 5. С. 812–818.
- [9] Пономаренко В.И. // Радиотехника. 1990. Т. 45. № 5. С. 82–84.
- [10] Казанцев Ю.Н., Бабаян В.А., Казанцева Н.Е., Дьяконова О.А., Моучка Р., Вилчакова Я., Сага П. // РЭ. 2013. Т. 58. № 3. С. 264–269. DOI: 10.7868/S0033849413090076 [Kazantsev Yu.N., Babayan V.A., Kazantseva N.E., D'yakonova O.A., Mouchka R., Vilčáková Ya., Sáha P. // J. Commun. Technol. Electron. 2013. Vol. 58. N 3. P. 233–237. DOI: 10.1134/S106422691303008X]
- [11] Звездина М.Ю., Черкесова Л.В., Шокова Ю.А., Синявский Г.П., Безуглов Д.А., Шаламов Г.Н., Пономаренко В.И., Лагунов И.М., Соколова С.В., Матвеев М.И. Композиционные материалы: разработка и применение / Под ред. М.Ю. Звездиной. Новосибирск: Изд-во АНС „СибАК“, 2017. 180 с.
- [12] Ильинский А.С., Свешников А.Г. // Прикладная электродинамика. 1977. Вып. 1. С. 51–93.
- [13] Никольский В.В., Никольская Т.И. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука. Гл. ред. Физматлит, 1989. 544 с.

- [14] Пономаренко В.И., Лагунов И.М. // РЭ. 2017. Т. 62. № 7. С. 657–661. DOI: 10.7868/S0033849417070087 [Ponomarenko V.I., Lagunov I.M. // J. Commun. Technol. Electron. 2017. Vol. 62. N 7. P. 765–769. DOI: 10.1134/S1064226917070087]
- [15] Шестопалов В.П., Литвиненко Л.Н., Масалов С.А., Сологуб В.Г. Дифракция волн на решетках. Харьков: Изд-во Харьковского ун-та, 1973. 288 с.
- [16] Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. М.: Мир, 1999. 548 с.