

Ускорение ионных колец сжимающимися лайнерами

© А.С. Дзарахохова,¹ Н.П. Зарецкий,² А.В. Максимычев,¹ Л.И. Меньшиков,^{1,2,¶} П.Л. Меньшиков²

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет),
141700 Долгопрудный, Московская обл., Россия

² Национальный исследовательский центр „Курчатовский институт“,
123182 Москва, Россия

¶ e-mail: mleonid1954@mail.ru

Поступило в Редакцию 25 января 2019 г.

В окончательной редакции 21 ноября 2019 г.

Принята к публикации 3 декабря 2019 г.

Установлены условия отсутствия альвеновской ионно-циклотронной неустойчивости при создании и последующем ускорении ионных колец сжимающимися цилиндрическими плазменными лайнерами.

Ключевые слова: ускоритель ионов, дисперсионное уравнение, плазменные лайнеры, ионные кольца, импульсные рентгеновские источники, альвеновская ионно-циклотронная неустойчивость плазмы, конфигурации с обращенным магнитным полем.

DOI: 10.21883/JTF.2020.06.49275.25-19

1. Постановка задачи

Основным мотивом написания настоящей работы явилась детализация схемы малоразмерного (по сравнению, например, с сильноточными протонными ускорителями) мощного импульсного ускорителя ионов, предложенного в работах [1,2] (рис. 1). Нейтрализованный по заряду электронами пучок ионов, выходящий в виде полого цилиндра из аксиально-симметричного импульсного ускорителя ионов прямого действия (диода), движется вдоль силовых линий магнитного поля левого соленоида. В промежутке между соленоидами, магнитные поля которых направлены противоположно друг другу, имеется радиальное магнитное поле, которое превращает пучок в кольцо. При наличии слабого градиента поля в правом соленоиде это кольцо замедляется и останавливается в „магнитной пробке“ на характерное время $\sim 10\text{--}50$ ns, в течение которого происходит сжатие и ускорение ионного кольца вихревым электрическим полем, возникающим при сжатии магнитного потока, захваченного высокопроводящим плазменным лайнером. В [1,2] в качестве лайнера предложено использовать газовый, позволяющий осуществить высокую частоту повторения импульсов ускорения.

Образование ионных колец по схеме, представленной на рис. 1, доказано в опытах с протонами [3,4]. Возможность сжатия магнитного потока проверена, например, в эксперименте [5]. Через струю газообразного неона в виде полого цилиндра длиной $L = 2$ см с начальным радиусом $R_i = 2$ см пропускался созданный генератором сверхвысокой электрической мощности (СВЭМ) импульсный разряд с током 7.5 МА. Было получено конечное (в момент наибольшего сжатия) магнитное поле $B_f = 40$ MG при начальной (до сжатия) величине $B_i = 100$ kG. Таким образом, при двадцатикратной степени радиального сжатия было достигнуто усиление магнитного поля в $20^2 = 400$ раз, что доказывает на-

дежность удержания магнитного потока сжимающимся лайнером. Установлено, что наличие сжимаемого оболочки магнитного поля обеспечивает повышенную устойчивость сжатия по сравнению со сжатием без захваченного лайнером магнитного поля.

В качестве возможных приложений рассматриваемого ускорителя можно указать:

1. Создание на основе ускорителя протонов импульсного источника нейтронов, мощность которого существенно превышает таковую для известных схем, например, плазменного фокуса (см., например, обзор [6] и ссылки в нем). Этот источник можно было бы применять для подпитки подкритических реакторов [7] (для понижения амплитуды скачков мощности в таком случае предпочтительны гомогенные активные зоны, например, жидкосолевые), для создания мощного импульсного источника антинейтрино по схеме, предложенной в [8], и позже развитой и детализированной в [9], а также в других целях;

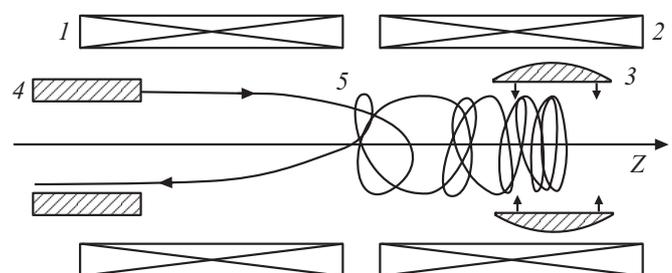


Рис. 1. Принципиальная схема импульсного ускорителя ионов на основе сжимающегося газового лайнера 3 в виде полого цилиндра. Соленоиды 1 и 2 с полем $B_i \sim 10$ Т, включенные навстречу друг другу, создают магнитное поле с конфигурацией типа „каси“. Кривая 5 — траектория одного из ионов, испускаемых импульсным коаксиальным диодом 4 с магнитной изоляцией.

2. Создание импульсного рентгеновского источника сверхвысокой мощности.

В настоящей работе для конкретности рассматривается последнее направление — рентгеновский источник. Количественные оценки будут приводиться для проекта, представленного в работе [10], где на базе схемы [1,2] предложено создать и ускорить кольцо ионов Xe^{+Z} с зарядом $Z = 8$ (из многообразия обсуждаемых в [10] ионов для определенности будем рассматривать эти ионы; они получаются при полной обдирке внешней оболочки у атомов ксенона) и ускорить их сжимающимся газовым лайнером до энергии $\sim 1 \text{ GeV}$. Ионы выходят из коаксиального диода со скоростью $u \sim 10^8 \text{ cm/s}$. Начальные (перед ускорением) параметры плазмы в кольце таковы: концентрации ионов и электронов равны соответственно $n_i^0 \sim 2 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ и $n_e^0 \sim 1.5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, масса ионов $M = 2.3 \cdot 10^{-22} \text{ g}$, $B_i \sim 5 \cdot 10^4 \text{ G}$. На оси симметрии z лайнера длиной $L = 4 \text{ cm}$ располагается мишень из материала с атомами B с большим атомным номером. Сжатое и ускоренное магнитным полем кольцо ионов входит в эту мишень. В столкновениях $\text{Xe}^{+Z} + B$ на K -оболочках этих ионов и атомов образуются вакансии, в результате чего возникает характеристическое рентгеновское излучение с квантами в единицы и десятки килоэлектрон-вольт (используя различные ионы и атомы мишени, энергию квантов можно менять в широких пределах). При таком способе энергия рентгеновских лучей составляет $\sim 20\%$ от кинетической энергии, переданной лайнеру от СВЭМ, что более чем на порядок превышает КПД наилучших схем с тепловым спектром квантов (см., например, [11]). Суммарная энергия излучения на существующих установках может достигать $\gtrsim 10 \text{ MJ}$. Любопытным свойством схемы [10] является то, что излучение испускается в виде узкого луча с углом раствора $\sim 2^\circ$ в течение нескольких наносекунд. Таким образом, при достижении величины частоты повторения импульсов порядка один раз в минуту средняя яркость источника составит 10^{25} фотонов/($\text{s} \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{mrad}^2$), т.е. столько же как, скажем, намечается в проекте Европейского рентгеновского лазера на свободных электронах — XFEL. Поскольку линии характеристического спектра узкие, $\Delta\lambda/\lambda \sim 10^{-3}$, то, как и у XFEL, излучение характеризуется большой длиной когерентности $\lambda^2/\Delta\lambda = 10^3\lambda$, что позволяет, например, исследовать структуру белков. Указанный источник мог бы найти применение также в исследованиях по инерциальному управляемому термоядерному синтезу (ICF), в рентгеновской литографии и в других областях.

При образовании и последующем сжатии кольца ионы взаимодействуют как с электронами плазмы, так и при посредстве электронов между собой. Условия отсутствия неустойчивостей, вызванных взаимодействием с электронами, выяснены в работе [12]. Там же показано, что в условиях проекта [10] неустойчивости этого типа не возникают. Цель настоящей работы состоит в установлении условий подавления коллективных неустойчивостей, обусловленных опосредствованными электронами ион-ионными взаимодействиями.

2. Вывод дисперсионного уравнения для бесконечно длинного в направлении магнитного поля ионного кольца

Значение эффективного параметра бета (отношение давлений плазмы и магнитного поля), характерного для плазмы в ионном кольце проекта [10], достаточно велико

$$\beta = \frac{4\pi n_i (Mu^2/2)}{B^2} \sim 1, \quad (1)$$

где u — скорость ионов, поэтому существен диамагнетизм. В этом случае по мере накопления ионов магнитное поле внутри кольца становится существенно меньше, чем снаружи. Изменение магнитного поля во времени приводит к возникновению азимутального вихревого электрического поля, которое тормозит часть ионов. Соотношение (1) свидетельствует о возможном образовании ионного кольца с обращенным полем. В нашем случае характерное время ввода пучка порядка периода обращения ионов в магнитном поле. По этой причине при вводе пучка нарушается аксиальная симметрия, что является необходимым условием для образования конфигурации с обращенным полем [13,14]. И, действительно, такие кольца образовывались в опытах [3,4]. В более поздних исследованиях, представленных в обзорах [15,16], этот процесс был изучен более детально. Траектории ионов при этом становятся довольно сложными [17–19], а распределения ионов и электронов по скоростям значительно уширяются (при испускании ионов из диода также создается начальный значительный разброс по скоростям), поэтому характерные значения параметров для плазмы в кольце таковы:

$$\delta_i \sim \delta_e \sim 1. \quad (2)$$

Здесь $\delta_i = \Delta_i/u$, $\delta_e = \Delta_e/u$, Δ_i и Δ_e — характерные величины разбросов скоростей ионов и электронов по скоростям (среднеквадратичные отклонения от средних значений). Учтено, что вследствие электронейтральности плазмы скорость электронов близка к таковой для ионов, $u_e \sim u$. Добавим, что, согласно [15,20,21], процессы сжатия ионного кольца и ускорения ионов остаются устойчивыми даже при обращении направления поля внутри кольца.

Согласно имеющимся результатам теории и экспериментов [22–24] (см. также обзор [25,26]), наиболее опасной неустойчивостью кольца, вызванной взаимодействиями между ионами, является альвеновская ионно-циклотронная неустойчивость (АИЦН), представляющая собой одну из разновидностей электромагнитных (непотенциальных) неустойчивостей плазмы в магнитном поле. Она играет основную роль при большой величине параметра β , т.е. как раз в нашем случае, и возникает когда кинетическая энергия движения ионов поперек магнитного поля превышает таковую для продольного движения. Избыток энергии поперечного

движения приводит к усилению распространяющейся вдоль магнитного поля ($\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}$) альвеновской ионной циклотронной волны (АИЦ), возникающей случайным образом в результате тепловых флуктуаций, поскольку в этом случае излучение вращающимися ионами АИЦ преобладает над их поглощением [27]. При $\beta \ll 1$ инкремент нарастания АИЦН равен

$$\gamma = \sqrt{\beta} \omega_{B_i} = \frac{i\omega_i}{c\sqrt{2}}, \quad (3)$$

где $\omega_{B_i} = qB = Mc$, $q = Ze$, M , B и c — ларморовская частота, заряд и масса ионов, величина магнитного поля и скорость света соответственно. Согласно (3), в большинстве представляющих практический интерес случаях АИЦН развивается быстро по сравнению с временем ион-ионных столкновений.

Как будет показано в нашей другой работе, механизм АИЦН полностью аналогичен таковому для неустойчивости Вайбеля [28], возникающей при анизотропном распределении частиц в отсутствие магнитного поля. Характерным следствием АИЦН неустойчивости является изотропизация распределения ионов по скоростям. По этой причине, например, в амбиполярной ловушке ТМХ в опытах [24] наблюдалась быстрая потеря плазмы.

В однородной плазме магнитное поле однородно при любом β , а дисперсионное уравнение, определяющее зависимость частоты АИЦ от волнового вектора k , имеет вид [22]

$$\frac{k^2 c^2}{\omega} + F_0(\omega) = 0, \quad (4)$$

где

$$F_0(\omega) = \frac{\omega_e^2}{\omega_{B_e}} + \frac{\omega_i^2 Q_0}{\omega - \omega_{B_i}},$$

$$Q_0 = 1 + \frac{k^2 u^2}{2\omega(\omega - \omega_{B_i})}. \quad (5)$$

При $u \rightarrow 0$ выражение (4) описывает движущуюся вдоль направления магнитного АИЦ волну постоянной амплитуды. В частности, при $\omega \ll \omega_{B_i}$ получаем известный закон дисперсии для АИЦ волн низкой частоты: $\omega = u_A k$, где $u_A = B/\sqrt{4\pi\rho}$, $\rho = Mn_i$ — плотность вещества плазмы. С учетом последнего слагаемого в квадратной скобке в уравнении (4) эта волна становится неустойчивой, ее амплитуда экспоненциально растет. Рассчитаем, например, инкремент неустойчивости в предельном случае

$$\beta \ll 1. \quad (6)$$

После введения безразмерных величин

$$\tau = \left(\frac{kc}{\omega_i}\right)^2, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_{B_i}} \quad (7)$$

уравнение (4) принимает вид

$$\tau \left[1 + \frac{\beta}{(\Omega - 1)^2} \right] + \frac{\Omega^2}{\Omega - 1} = 0, \quad (8)$$

где учтено условие квазинейтральности плазмы $n_e = Zn_i$, согласно которому

$$\frac{\omega_e^2}{\omega_{B_e}} = \frac{\omega_i^2}{\omega_{B_i}}. \quad (9)$$

Как говорилось выше, за неустойчивость ответственно последнее слагаемое в квадратной скобке в уравнении (8). В случае (6) это слагаемое становится заметным при $\omega \approx \omega_{B_i}$, т.е. $\Omega \approx 1$, поэтому решение ищем в виде $\Omega = 1 + \Delta$. В результате получаем для неустойчивой ветви колебаний квадратное уравнение

$$\Omega \approx 1 - \frac{1}{2\tau} + i\sqrt{\beta - \frac{1}{4\tau^2}}. \quad (10)$$

Наибольший инкремент АИЦН достигается в предельном случае $\tau \rightarrow \infty$, соответствующем

$$k \rightarrow \infty, \quad (11)$$

откуда следует, что

$$\gamma_{\max} = \sqrt{\beta} \omega_{B_i} = \frac{i\omega_i}{c\sqrt{2}}. \quad (12)$$

Отметим, что наименьшим имеющим физический смысл пространственным масштабом, характерным для альвеновских волн, является, очевидно, циклотронный радиус ионных орбит r_{B_i} , поэтому

$$k \lesssim k_{\max} = 1/r_{B_i}, \quad (13)$$

что соответствует

$$\tau \lesssim \tau_{\max} = \frac{c^2}{r_{B_i}^2 \omega_i^2} = \frac{1}{2\beta}.$$

Отсюда и из (10) понятно, что АИЦН отсутствует при

$$\beta \gtrsim 1 \quad (14)$$

(отметим, что в [1,2] без детального исследования предполагалось противоположное условие). В действительности параметр β не может превысить величину порядка единицы, поскольку при достижении значения $\beta \sim 1$ возникает устойчивое при ускорении кольцо с обращенным полем внутри него.

Теперь учтем неоднородность плазмы в ионном кольце и оценим ее влияние на устойчивость.

Сначала обсудим роль неоднородности плазмы в поперечных к магнитному полю направлениям, т.е. будем считать кольцо бесконечно длинным вдоль его оси. Как говорилось в начале разд. 2, при учете диамагнетизма магнитное поле в кольце становится неоднородным с характерным разбросом

$$\Delta B \sim B, \quad (15)$$

и, кроме того, ионы и электроны становятся немонахроматичными, приобретают разброс по скоростям. В нерелятивистском случае, как у нас, циклотронные частоты

частиц не зависят от их скоростей, поэтому последним эффектом, т.е. разбросом по скоростям частиц, можно пренебречь. Вследствие (15) характерный разброс $\Delta\omega_{B_i}$ по циклотронным частотам ионов также велик (роль разброса по циклотронным частотам электронов выясним позже)

$$\Delta\omega_{B_i} \sim \omega_{B_i}.$$

Аналогично предыдущему разделу естественно ожидать, что разброс по циклотронным частотам приведет к подавлению коллективного эффекта, каковым и является АИЦН.

Слагаемое с ω_i^2 в (4) пропорционально концентрации ионов n_i . Концентрация ионов, вращающихся с циклотронной частотой в интервале $(\omega_{B_i}, \omega_{B_i} + d\omega_{B_i})$, равна

$$dn_i = n_i f(\omega_{B_i}) d\omega_{B_i}.$$

Для функции распределения по циклотронным частотам ионов примем выражение

$$f(\omega_{B_i}) = \frac{\Delta\omega_{B_i}}{\pi [(\omega_{B_i} - \omega_{B_i}^0)^2 + \Delta\omega_{B_i}^2]}. \quad (16)$$

С учетом этого дисперсионное соотношение (4), предназначенное для оценки влияния поперечной неоднородности плазмы ионного кольца на АИЦН, переписывается в виде

$$\frac{k^2 c^2}{\omega} + \frac{\omega_e^2}{\omega_{B_e}} + \omega_i^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\omega_{B_i}) d\omega_{B_i}}{\omega - \omega_{B_i}} Q_o = 0. \quad (17)$$

где по принципу причинности сингулярности подынтегрального выражения следует обходить с учетом замены $\omega \rightarrow \omega + i0$. Пользуясь теорией вычетов, вместо (4) получаем

$$\frac{q^2 c^2}{\omega^2} \approx -\frac{F(\omega)}{\omega}, \quad (18)$$

где

$$F(\omega) = \frac{\omega_i^2}{\omega_{B_i}^0} + \frac{\omega_i^2 Q}{\omega - \omega_{B_i}^0 + i\Delta\omega_{B_i}}, \quad (19)$$

$$Q = 1 + \frac{k^2 u^2}{2\omega(\omega - \omega_{B_i}^0 + i\Delta\omega_{B_i})}. \quad (20)$$

Здесь было учтено соотношение(9), которое теперь принимает вид

$$\frac{\omega_e^2}{\omega_{B_e}} = \frac{\omega_i^2}{\omega_{B_i}^0}. \quad (21)$$

3. Исследование дисперсионного уравнения (18)

Переписем уравнение (18) в безразмерных величинах (7)

$$\tau \left[1 + \frac{\beta}{(\Omega - 1 + i\delta_i)^2} \right] + \frac{\Omega(\Omega + i\delta_i)}{\Omega - 1 + i\delta_i} = 0, \quad (22)$$

где

$$\delta_i = \frac{\Delta\omega_{B_i}}{\omega_{B_i}^0} \sim 1.$$

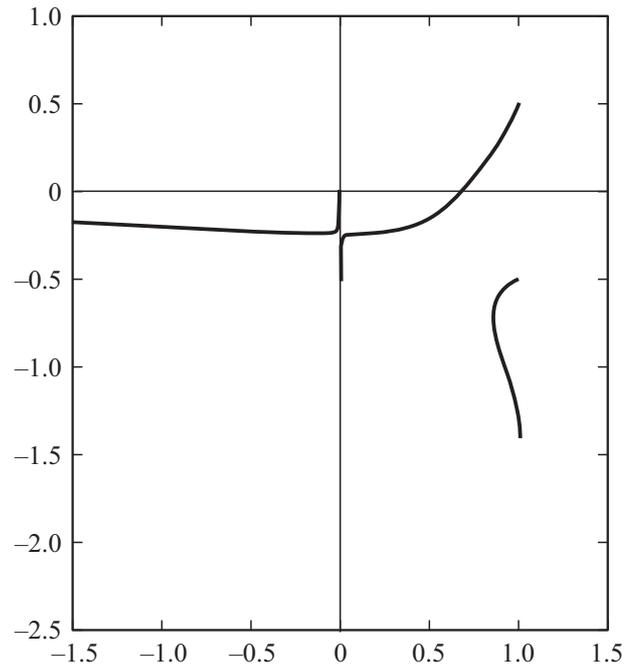


Рис. 2. Траектории корней $\Omega(\tau)$ уравнения (22) при $\beta = 1$, $\delta = 0.5$ при изменении τ от нуля до $+\infty$. По осям отложены мнимая (ось ординат) и действительная (ось абсцисс) части Ω .

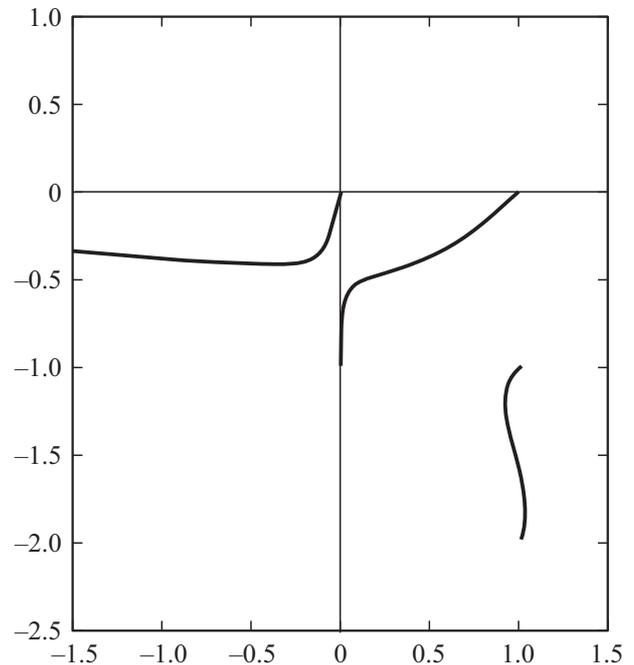


Рис. 3. То же, что и на рис. 2 при $\beta = 1$, $\delta = 1$.

Оно сводится к кубическому уравнению для Ω . Решение представлено на рис. 2–4. Видно, что с увеличением параметра δ_i , характеризующего степень немонохроматичности ионного пучка при

$$\delta_i > \delta_{CR} \quad (23)$$

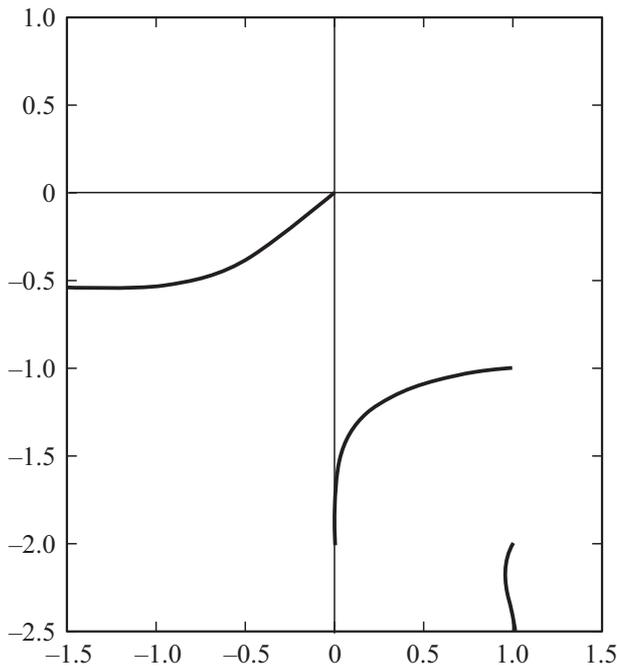


Рис. 4. То же, что и на рис. 2 при $\beta = 1, \delta = 1$.

в верхней полуплоскости у корни отсутствуют, т.е. наступает устойчивость ионного кольца. Конкретно это происходит, когда уходит из верхней полуплоскости верхний конец средней кривой. Пользуясь подсказкой компьютера (хотя это несложно установить и аналитически), заключаем, что это происходит при $\tau \rightarrow +\infty$. В этом пределе уравнение (22) упрощается и принимает вид

$$\tau \approx -\frac{1 + i\sqrt{\beta}}{2[\Omega - 1 + i(\delta_i - \sqrt{\beta})]},$$

что равносильно

$$\Omega \approx 1 - i(\delta_i - \sqrt{\beta}) - \frac{p}{2\tau}, \quad (24)$$

где $p = 1 + i\sqrt{\beta}$. Из этих уравнений видно, что

$$\delta_{CR} = \sqrt{\beta}. \quad (25)$$

Магнитное поле, создаваемое кольцом, порядка

$$B_{RING} \sim \frac{2\pi q n_i u r_{B_i}}{c},$$

где $r_{B_i} = qB/Mc$ — характерный радиус кольца. Отсюда следует оценка

$$\delta_i \sim \beta. \quad (26)$$

Сопоставляя ее с условием (23), заключаем, что АИЦН подавляется при условии, совпадающем с (14), т.е. в кольце с обращенным полем.

4. Учет разброса циклотронных частот для электронов

Роль этого обстоятельства несложно учесть, приняв для электронов распределение, аналогичное (16).

Тогда слагаемое ω_e^2/ω_{B_e} в формуле (18) заменится на $\omega_e^2/(\omega_{B_e} - i\Delta\omega_{B_e})$, что приводит снова к уравнению (24) с параметром

$$p = 1 + \sqrt{\beta} \frac{i - \delta_e}{1 + \delta_e^2},$$

где $\delta_e = \Delta\omega_{B_e}/\omega_{B_e}$. Отсюда ясно, что результаты (23) и (25) не меняются, что является следствием соотношения $\omega_{B_e} \gg \omega_{B_i}$. Разница лишь в изменении угла, под которым средняя кривая подходит к своему верхнему концу, соответствующему $\tau = +\infty$.

Таким образом, в отличие от рассмотренной выше пучковой неустойчивости, электроны не влияют на характер развития АИЦН, что согласуется с выводами [22].

5. Учет конечности продольного размера L_R кольца

Согласно разд. 2, в интересующем нас случае (1) вследствие обращения направления поля внутри кольца неустойчивость не возникает как при его сжатии, так и при последующем ускорении.

Теперь рассмотрим случай

$$\beta \lesssim 1. \quad (27)$$

За время порядка периода обращения ионов, $\sim 1/\omega_{B_i}$, АИЦ волна распространяется на расстояние порядка своей длины $\sim \lambda_A \sim u_A/\omega_{B_i} = C/\omega_i$. Эта волна не успевает сформироваться, если длина кольца L_R в продольном направлении достаточно мала: $L_R \lesssim \lambda$. Отсюда можно заключить, что АИЦН не возникает, если [29,30]

$$\frac{L_R \omega_i}{c} \lesssim 1.$$

Строгий анализ дает [30]

$$\frac{L_R \omega_i}{c} < \sqrt{3}. \quad (28)$$

Для начального состояния кольца до его ускорения из этого условия следует ограничение $L_R < 4$ см, что в проекте [10] выполняется. Критерий Черноштанова—Цыдулько (28) в нашем случае нарушается при увеличении плотности частиц в кольце на порядок, т.е. примерно при трехкратном радиальном его сжатии. Но для достижения энергии ионов ~ 1 GeV, как в проекте [10], кольцо надо радиально сжать в ~ 30 раз, поэтому возникает вопрос об устойчивости дальнейшего сжатия кольца, которое при этом можно считать длинным и тонким цилиндром.

6. Учет экранировки поля АИЦ лайнером

Учтем влияние токов, наведенных полем возбуждаемой АИЦ волны в плазме лайнера, на устойчивость процесса ускорения кольца. В опыте [5] магнитный поток,

захваченный лайнером, сохранялся при его сжатии. Это значит, что лайнер можно рассматривать, как идеальный проводник, играющий роль волновода. Это подтверждается и оценками. Так, при трехкратном радиальном сжатии температура электронов составит ~ 10 eV, а толщина скин-слоя на соответствующей такому сжатию циклотронной ионной частоте $\omega_{B_i} \sim 3 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-1}$, характерной для альвеновской волны, будет малой по сравнению с толщиной лайнера, $\sim 10^{-3} - 10^{-4} \text{ cm}$.

Влияние наведенных в лайнере токов оценим на основе простой модели, в которой поперечное сечение лайнера представляет квадрат со стороной $2R$, где R примерно равен радиусу лайнера.

Сначала будем считать, что $r_{B_i} \ll R$, и что сжимаемая плазма вплотную прилегает к стенкам лайнера. Такая модель позволяет провести аналитический расчет. Полученные в этом приближении результаты позволяют получить количественные и качественные оценки и для интересующего нас случая $r_{B_i} \approx R$.

Начнем со случая холодной плазмы

$$kr_{B_i} \ll 1 \tag{29}$$

(для электронов в интересующем нас случае подобное соотношение, $kr_{B_i} \ll 1$, выполнено всегда). Из уравнений Максвелла для полей \mathbf{E} и \mathbf{B} в возбуждаемой АИЦ волне получаем

$$(\nabla \times \mathbf{B})_\alpha = -i \frac{\omega}{c} \varepsilon_{\alpha\beta} E_\beta, \tag{30}$$

$$(\nabla \times \mathbf{E}) = i \frac{\omega}{c} \mathbf{B}, \tag{31}$$

где $\alpha, \beta = x, y$, по повторяющимся индексам идет суммирование, а начало координат (x, y) располагаем в центре поперечного сечения лайнера. Здесь учтено, что в интересующем нас случае $\omega \sim \omega_{B_i} \ll \omega_e$ продольное (вдоль основного магнитного поля) электрическое поле в кольце экранируется электронами и поэтому его можно считать равным нулю. При $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}$ это же верно и для \mathbf{B} . Нужные нам компоненты тензора диэлектрической проницаемости плазмы в случае (29) равны [31]

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} &\equiv \varepsilon = 1 - \frac{\omega_e^2}{\omega^2 - \omega_{B_e}^2} - \frac{\omega_i^2}{\omega^2 - \omega_{B_i}^2} \\ &\approx -\frac{\omega_e^2}{\omega^2} - \frac{\omega_i^2}{\omega^2 - \omega_{B_i}^2}, \\ \varepsilon_{xy} &= -\varepsilon_{yx} = ig, \\ g &= \frac{\omega_{B_e} \omega_e^2}{\omega(\omega^2 - \omega_{B_e}^2)} - \frac{\omega_{B_i} \omega_i^2}{\omega(\omega^2 - \omega_{B_i}^2)} \\ &\approx -\frac{\omega_e^2}{\omega \omega_{B_e}} - \frac{\omega_{B_i} \omega_i^2}{\omega(\omega^2 - \omega_{B_i}^2)}. \end{aligned}$$

Исключая из (30) и (31) магнитное поле, с учетом зависимостей $(\mathbf{E}, \mathbf{B}) \propto \exp(ikz - i\omega t)$, получаем следующую систему уравнений для компонент электрического

поля в АИЦ

$$\begin{cases} \Delta_\perp E_x + \left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - k^2\right) E_x + ig E_y = 0, \\ \Delta_\perp E_y + \left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - k^2\right) E_y + ig E_x = 0. \end{cases} \tag{32}$$

где

$$\Delta_\perp = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Собственные моды волновода, образуемого лайнером, ищем в виде

$$\begin{cases} E_x = C_1 \cos(\kappa_x x) \cos(\kappa_y y), \\ E_y = C_2 \cos(\kappa_x x) \cos(\kappa_y y). \end{cases} \tag{33}$$

Электрическое поле на поверхностях лайнера должно быть направлено перпендикулярно к ним, поэтому

$$\kappa_x = \frac{\pi}{R} \left(\frac{1}{2} + n_x\right), \quad \kappa_y = \frac{\pi}{R} \left(\frac{1}{2} + n_y\right),$$

где

$$n_x, n_y = 0, 1, 2, \dots$$

В действительности нас интересует случай $r_{B_i} \approx R$, когда размер поперечных неоднородностей полей \mathbf{E} и \mathbf{B} в возбуждаемой ионным кольцом АИЦ волне порядка R , чему соответствует только основная мода $n_x = n_y = 0$. Поэтому

$$\kappa_x = \kappa_y = \frac{\pi}{2R},$$

$$\kappa^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2 = \frac{\pi^2}{2R^2}.$$

Из (32) и (33) следует дисперсионное уравнение для движущейся внутри лайнера АИЦ

$$\frac{q^2 c^2}{\omega^2} = \varepsilon + g \approx -\frac{1}{\omega} \left(\frac{\omega_e^2}{\omega_{B_e}} + \frac{\omega_i^2}{\omega - \omega_{B_i}} \right), \tag{34}$$

где

$$q^2 = \kappa^2 + k^2 = \frac{\pi^2}{2R^2} + k^2. \tag{35}$$

Согласно разд. 2, с учетом немонахроматичности ионов и при конечном значении параметра kr_{B_i} уравнение (34) следует переписать в виде

$$\frac{q^2 c^2}{\omega^2} \approx -\frac{F(\omega)}{\omega}, \tag{36}$$

где функция $F(\omega)$ определена формулами (19), (20). Это уравнение приводится к виду (22) после перехода к безразмерным величинам (7), но теперь

$$\tau = \frac{q^2 c^2}{\omega_i^2}. \tag{37}$$

Как было показано в разд. 3, при условии $\delta_i > \sqrt{\beta}$, которое в нашем случае сводится к (14), в верхней

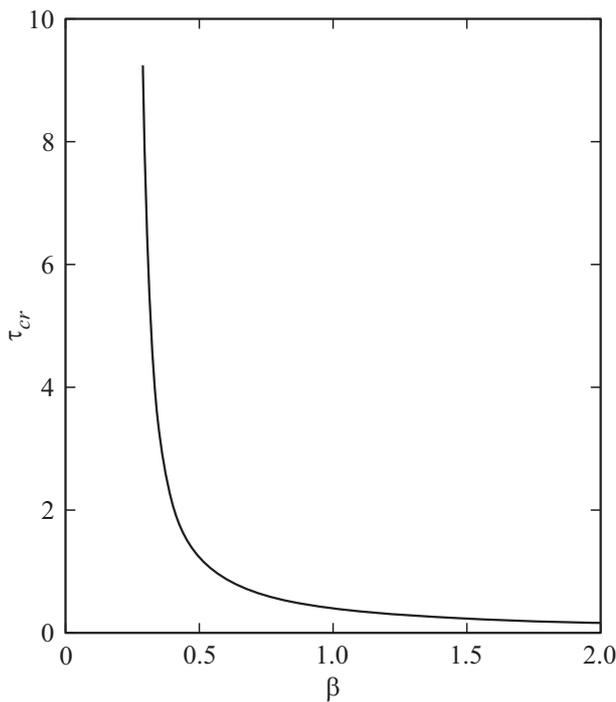


Рис. 5. Величина параметра τ_{CR} в зависимости от β при $\delta_i = 0.5$.

полуплоскости комплексной переменной Ω при всех значениях параметра отсутствуют корни уравнения (36), т.е. ускорение устойчиво.

Теперь рассмотрим случай

$$\delta_i < \sqrt{\beta}, \tag{38}$$

который, согласно (26), равносителен

$$\beta < 1. \tag{39}$$

Перепишем уравнение (22) в виде

$$(\Omega - 1 + i\delta_i)^2 + \frac{\Omega(\Omega + i\delta_i)}{\tau} (\Omega - 1 + i\delta_i) + \beta = 0. \tag{40}$$

Устойчивость имеется, когда

$$\Omega'' < 0,$$

т.е. при условии

$$\tau < \tau_{CR}. \tag{41}$$

Зависимость параметра τ_{CR} от β в случае $\delta_i = 0.5$ приведена на рис. 5.

С целью получить условие устойчивости в аналитическом виде предположим заранее (ниже это подтвердится), что в случае (38) устойчивость ускорения ионного кольца за счет экранировки АИЦ лайнером если и возможна, то только при

$$\tau \gg 1. \tag{42}$$

В нулевом приближении по малому параметру $1/\tau$ из (40) получаем

$$\Omega \approx 1 - i(\delta_i - \sqrt{\beta}),$$

причем здесь взят корень, определяющий наличие или отсутствие устойчивости (он соответствует средней кривой на рис. 2–4). В следующем приближении по $1/\tau$ получаем

$$\Omega \approx \Omega' + i\Omega'',$$

где

$$\Omega' = 1 - \frac{1 + \beta - \delta_i\sqrt{\beta}}{2\tau},$$

$$\Omega'' = -\delta_i + \sqrt{\beta} - \frac{2\sqrt{\beta} - \delta_i}{2\tau}.$$

Отсюда следует, что

$$\tau_{CR} = \frac{2\sqrt{\beta} - \delta_i}{2(\sqrt{\beta} - \delta_i)} \approx \frac{\sqrt{\beta}}{2(\sqrt{\beta} - \delta_i)}. \tag{43}$$

Эта формула верна, когда $\tau_{CR} \gg 1$, т.е. при

$$1 - \frac{\delta_i}{\sqrt{\beta}} \ll 1.$$

Согласно (13), $k \lesssim 1/r_{Bi} \sim 1/R$, поэтому

$$q^2 = \frac{\pi^2}{2R^2} + k^2 \lesssim \frac{5}{R^2}.$$

Вместе с (37) и (41) это приводит к следующему условию подавления АИЦН токами, наведенными в лайнере в кольцах из семейства (39)

$$R \gtrsim \frac{3c}{\omega_i} \sqrt{1 - \frac{\delta_i}{\sqrt{\beta}}}. \tag{44}$$

Как говорилось выше, если это условие выполнялось вначале, то оно будет выполнено и в процессе ускорения кольца, поскольку параметры $R\omega_i/c$, δ_i и β остаются при этом постоянными. Отсюда заключаем, что экранировка лайнером будет подавлять АИЦН в течение всего процесса, если в начальная геометрия ускорителя такова

$$\left(\frac{R}{L_R}\right)_{initial} \gtrsim \sqrt{3\left(1 - \frac{\delta_i}{\sqrt{\beta}}\right)}. \tag{45}$$

Видно, что в случае (38) энергетический разброс пучка ионов должен быть не слишком малым — так, при разумном требовании

$$\left(\frac{R}{L_R}\right)_{initial} \lesssim 1$$

должно быть

$$1 - \frac{\delta_i}{\sqrt{\beta}} \lesssim \frac{1}{3}. \tag{46}$$

В схеме ускорителя [1,2] подразумевается условие

$$\frac{R}{r_{B_i}} \sim 1-2. \quad (47)$$

оказывающееся гораздо более жестким, чем геометрическое требование (46). Действительно, из (45) следует соотношение

$$\frac{R}{r_{B_i}} \sim \frac{3\omega_{B_i}c}{\omega_i u} \sqrt{1 - \frac{\delta_i}{\sqrt{\beta}}},$$

которое в случае проекта [10] имеет вид

$$\frac{R}{r_{B_i}} \sim 300 \sqrt{1 - \frac{\delta_i}{\sqrt{\beta}}}.$$

Ясно, что его трудно совместить с (47).

Выводы

Суммируя полученные результаты, приходим к следующим выводам:

1) ускорение ионных колец сжимающимися лайнерами устойчиво только при $\beta \sim 1$ (см. определение (1)), когда кольцо представляет собой конфигурацию с обращенным магнитным полем (a field-reversed configuration — FRC);

2) длина лайнера L_R должна удовлетворять критерию Черноштанова–Цыдулько (28);

3) токи, индуцируемые в лайнере возбуждаемой ионами альвеновской ионно-циклотронной волной, оказывают стабилизирующее воздействие на рост ее амплитуды.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Меньшиков Л.И., Недосеев С.Л., Смирнов В.П., Соменов Л.Н. О возможности получения высокоэнергичных электронных и ионных колец в сжимающихся лайнерах. Препринт ИАЭ-5077/6. М. 1990.
- [2] Меньшиков Л.И., Недосеев С.Л., Смирнов В.П., Соменов Л.Н. // АЭ. 1991. Т. 71. № 6. С. 511.
- [3] Dreike P.L., Greenly J.B., Hammer D.A., Sudan R.N. // 1981. Vol. 46. N 8. P. 539.
- [4] Dreike P.L., Greenly J.B., Hammer D.A., Sudan R.N. // Phys. Fluid. 1982. Vol. 25. N 1. P. 59.
- [5] Felber F.S., Malley M.M., Wessel F.J., Matzen M.K., Palmer M.A., Spielman R.B., Liberman M.A., Velikovich A.L. // Phys. Fluid. 1988. Vol. 31. N 7. P. 2053.
- [6] Петров Н.Н. // Атом. 2008. Т. 37. № 2.
- [7] Alekseev P.N., Ignatiev V.V., Konakov S.A., Menshikov L.I., Ponomarev-Stepnoi N.N., Prusakov V.N., Stukalov V.A., Subbotine S.A. // Nucl. Eng. Design. 1997. Vol. 173. N 1–3. P. 151.

- [8] Микаэлян Л.А., Спивак П.Е., Циноев В.Г. // ЯФ. 1965. Т. 1. № 5. С. 853.
- [9] Ляшук В.И., Лютостанский Ю.С. // Письма в ЖЭТФ. 2016. Т. 103. № 5. С. 331.
- [10] Bystritskii V., Wessel F.J., Rostoker N., Rahman H. Novel staged z-pinch concept as super radiant X-ray source for ICF. In: Current Trends in International Fusion Research, Springer. 1997. P. 347–364.
- [11] Wessel F.J., Coleman P.L., Loter N., Ney P., Rahman H.U., Rauch J., Thompson J. // J. Appl. Phys. 1997. Vol. 81. P. 340.
- [12] Дзарахохова А.С., Зарецкий Н.П., Максимычев А.В., Меньшиков Л.И., Меньшиков П.Л. // ЖЭТФ. 2020. Т. 157. № 1. С. 165.
- [13] Baldwin D.E., Rensink M.E. // Comments on Plasma Phys. Controlled Fusion. 1978. Vol. 4. P. 55.
- [14] Sudan R.N. // AIP Conf. Proceed. 1994. Vol. 311. N 1. P. 194.
- [15] Tuszewski M. // Nucl. Fusion. 1988. Vol. 28. N 11. P. 2033.
- [16] Steinhauer L.C. // Phys. Plasm. 2011. Vol. 18. P. 070501.
- [17] Wang M.Y., Miley G.H. // Nucl. Fusion. 1979. Vol. 19. N 1. P. 39.
- [18] Larrabee D.A., Lovelace R.V. // Phys. Fluid. 1982. Vol. 25. N 4. P. 714.
- [19] Steinhauer L.C. // Phys. Plasma. 2011. Vol. 18. N 7. P. 070501.
- [20] Lovelace R.V. // Phys. Fluid. 1979. Vol. 22. N 3. P. 542.
- [21] Sudan R.N., Ott E. // Phys. Rev. Lett. 1974. Vol. 33. N 6. P. 355.
- [22] Davidson R.C., Ogden J.M. // Phys. Fluid. 1975. Vol. 18. N 8. P. 1045.
- [23] Tajima T., Mima K., Dawson J.M. // Phys. Rev. Lett. 1977. Vol. 39. N 4. P. 201.
- [24] Coensgen F.H., Anderson C.A., Casper T.A. et al. // Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 44. P. 1132.
- [25] Smith G.R. // Phys. Fluid. 1984. Vol. 27. N 6. P. 1499.
- [26] Smith G.R. ibid. 1984. Vol. 27. N 8. P. 2120.
- [27] Сагдеев Р.З., Шафранов В.Д. // ЖЭТФ. 1960. Т. 39. С. 181.
- [28] Weibel E.S. // Phys. Rev. Lett. 1959. Vol. 2. P. 83.
- [29] Tajima T., Mima K. // Phys. Fluid. 1980. Vol. 23. N 3. P. 577.
- [30] Chernoshtanov I.S., Tsidulko Yu.A. // Fusion Sci. Tech. 2011. Vol. 59. N 1T. P. 116.
- [31] Шафранов В.Д. Электромагнитные волны в плазме. В сб. Вопросы теории плазмы. Вып. 3. М.: Госатомиздат, 1963.