# 19,10

# Ангармонизм колебаний решетки и тепловые свойства твердых растворов Cd<sub>1-x</sub>Sr<sub>x</sub>F<sub>2</sub>

© В.В. Новиков<sup>1</sup>, Н.В. Митрошенков<sup>1</sup>, С.В. Кузнецов<sup>1</sup>, П.А. Попов<sup>1</sup>, И.И. Бучинская<sup>2</sup>, Д.Н. Каримов<sup>2</sup>, А.В. Кошелев<sup>2</sup>

 <sup>1</sup> Брянский государственный университет им. И.Г. Петровского, Брянск, Россия
<sup>2</sup> Институт кристаллографии им. А.В. Шубникова ФНИЦ "Кристаллография и фотоника" РАН, Москва, Россия

E-mail: vvnovikov@mail.ru

Поступила в Редакцию 17 сентября 2019 г. В окончательной редакции 17 сентября 2019 г. Принята к публикации 4 декабря 2019 г.

Экспериментально изучены температурные изменения параметров кристаллической решетки a(T) дифторидов кадмия и стронция, а также их взаимных твердых растворов  $Cd_{1-x}Sr_xF_2$  (x = 0.23, 0.50) при температурах 5–300 К. Температурные зависимости объема элементарной ячейки изучаемых фторидов проанализированы в модели Дебая–Эйнштейна. Установлено повышенное влияние ангармонизма колебаний решетки растворов, обусловленное неупорядоченностью кристаллической структуры на их тепловые свойства. Определены параметры модели и характеристики ангармонического вклада. На основе полученных данных в модели Калауэя рассчитана концентрационная зависимость теплопроводности твердых растворов  $Cd_{1-x}Sr_xF_2$  при T = 300 К, сопоставленная с литературными экспериментальными данными. Показана возможность оценки теплопроводности монокристаллов твердых растворов изучаемой системы на основе данных о тепловых свойствах компонентов раствора, полученных на порошкообразных образцах.

Ключевые слова: твердые растворы, параметры решетки, низкие температуры, тепловое расширение, теплопроводность.

DOI: 10.21883/FTT.2020.04.49131.586

## 1. Введение

Фториды щелочно- и редкоземельных элементов, а также их взаимные изо- и гетеровалентные твердые растворы находят все более широкое применение в различных областях современной оптоэлектроники [1–6]. Привлекательность практического использования твердых растворов обусловлена возможностью плавно изменять свойства раствора, изменяя содержание в нем компонентов.

Одним из важных технологических параметров активного вещества оптоэлектронных приборов является его теплопроводность. Наилучшим способом определения этой важной характеристики является ее прямое измерение. Однако для получения полезной информации в результате таких измерений необходимо использовать монокристаллический образец, получение которого зачастую оказывается весьма трудоемкой и дорогостоящей задачей. Теплопроводность плавленого, а тем более керамического образца может отличаться от теплопроводности монокристалла в десятки и сотни раз. Так, снижать теплопроводность может тепловое сопротивление границ между зернами в сплаве, а также пористая структура керамики [7,8]. Поэтому становится весьма актуальной задачей разработка надежного метода оценки величины теплопроводности вещества по экспериментальным данным о таких его характеристиках, величины которых не зависят от того, моно- или поликристаллический образец использован в эксперименте. К таким параметрам относятся, например, теплоемкость  $C_p(T)$ , определяемая в ходе калориметрического опыта, а также параметры кристаллической решетки a(T), экспериментально измеряемые рентгеновским методом Дебая-Шерера на порошке.

Дифториды кадмия и стронция кристаллизуются в кубической структуре флюорита *Fm*-3*m* [7] с параметрами кристаллической решетки при комнатной температуре *a* = 5.3933 и 5.8003(6) Å для CdF<sub>2</sub> [7] и SrF<sub>2</sub> [9]. На элементарную ячейку приходится z = 4 формульные единицы. Теплопроводность  $\lambda$  при  $T = 300 \, \text{K}$  для монокристаллов CdF2 составила 4.4 W/m · K [10], для SrF<sub>2</sub> — 9.3 W/m · K [10], для раствора Cd<sub>0.77</sub>Sr<sub>0.23</sub>F<sub>2</sub> — 1.5 W/m · K [11]. Из сопоставления указанных величин  $\lambda$ для дифторидов и раствора состава x = 0.23 видно, что теплопроводность раствора более чем в три раза меньше аддитивного значения λ, соответствующего этому составу. Одной из причин такого снижения теплопроводности являются искажения решетки в результате замещения ионов исходной матрицы ионами с большими (меньшими) размерами и массой. Кроме того статистический характер размещения замещающих ионов в структуре исходной матрицы приводит к их локальной пространственной неупорядоченности и, как следствие, к возрастающему влиянию ангармонизма колебаний решетки на тепловые свойства, в том числе, помимо теплопроводности, на величины теплоемкости и теплового расширения.

Диаграмма плавкости дифторидов кадмия и стронция, как и диаграммы некоторых других дифторидов ЩЗМ (например,  $CaF_2-SrF_2$ ,  $BaF_2-SrF_2$  [12–15]), характеризуются наличием твердых растворов с конгруэнтно плавящимся составом. В нашем случае это  $Cd_{0.77}Sr_{0.23}F_2$  [11].

Помимо чистых компонентов — дифторидов кадмия и стронция, а также их взаимного твердого раствора указанного выше состава, мы исследовали поликристаллический образец состава Cd<sub>0.5</sub>Sr<sub>0.5</sub>F<sub>2</sub>, так как аномалии свойств твердых растворов обычно наиболее заметны вблизи серединных концентраций.

# 2. Эксперимент

Для синтеза дифторидов кадмия и стронция применен метод растворения карбоната соответствующего металла в избытке плавиковой кислоты. Полученный осадок фторида высушивался в вакууме при 200°С. Время сушки — 2 h. В процессе сушки происходило удаление фтористого водорода, захваченного осажденным фторидом.

Твердый раствор фторидов кадмия и стронция  $Cd_{0.5}Sr_{0.5}F_2$  получен отжигом смеси компонентов раствора стехиометрического состава. Для получения однородной смеси навески компонентов раствора растирались в агатовой ступке под слоем гексана. Затем подготовленная смесь дополнительно перемешивалась тридцатиминутным воздействием ультразвука. Окончательное удаление растворителя достигалось выдержкой смеси в эвакуированном сосуде.

Для отжига из приготовленной смеси была спрессована таблетка ( $p \simeq 4 \,\text{GPa}$ ) диаметром 13 mm. Связующее не применялось. Отжиг проводился в графитовом тигле, помещенном в кварцевую ампулу. Вакуумированная до остаточного давления  $\sim 10^{-2}$  mm.Hg ампула с образцом выдерживалась в индукционной печи при температуре приблизительно на 100°C ниже линии солидуса в течение 0.5 h. По окончании отжига наружный слой таблетки механически удалялся, чтобы исключить возможное попадание в образец материала тигля.

На рис. 1 приведены рентгенограммы синтезированных фторидов и твердого раствора  $Cd_{0.5}Sr_{0.5}F_2$ . Как видно из рисунка, рентгеновские рефлексы на рентгенограмме раствора приблизительно такие же узкие и острые, как соответствующие рефлексы его компонентов. Дополнительные рефлексы, связанные с наличием кислородных примесей, отсутствуют, что свидетельствует об однофазности, соответствии структуре флюорита Fm-3m.

Кроме синтезированного поликристаллического образца раствора состава  $Cd_{0.5}Sr_{0.5}F_2$  нами был изучен и монокристаллический образец состава  $Cd_{0.77}Sr_{0.23}F_2$ , полученный в Институте кристаллографии им. А.В. Шубникова РАН [11].

Параметры решетки фторидов кадмия и стронция и их взаимных растворов в интервале температур 5–300 К определены методом Дебая–Шерера на порошке с помощью рентгеновского дифрактометра ДРОН-7.0 (НПО "Буревестник", Санкт-Петербург, Россия) в Си- $K_{\alpha}$ -излучении с использованием рентгеновского гелиевого криостата. Погрешность измерений во всем исследуемом интервале температур не превышала  $\pm 1 \cdot 10^{-4}$  Å [16,17]. Параметры решетки синтезированных фторидов кадмия и стронция при комнатной температуре составили:  $a_{CdF_2} = 5.3915$  Å;  $a_{SrF_2} = 5.8012$  Å, что удовлетворительно соответствует приведенным выше литературным данным. Для твердых растворов мы получили a = 5.6055 Å и 5.4885 Å для x = 0.50 и 0.23 соответственно.

Установлена достаточно хорошая выполнимость правила Вегарда для растворов системы  $Cd_x Sr_{1-x}F_2$ : величины а растворов при T = 300 К располагаются практически аддитивно по отношению к *а* компонентов.



**Рис.** 1. Рентгенограммы образцов CdF<sub>2</sub>, Cd<sub>0.5</sub>Sr<sub>0.5</sub>F<sub>2</sub>, SrF<sub>2</sub>.

# 3. Результаты и обсуждение

#### 3.1. Рентгенографическое исследование

Параметры решетки фторидов кадмия и стронция, а также их взаимных твердых растворов в интервале 5–300 К, приведены на рис. 2.

Как видно из рис. 2, зависимости a(T) фторидов кадмия и стронция, а также их взаимных твердых растворов, свободны от каких-либо видимых аномалий. Это свидетельствует об отсутствии фазовых превращений в них в исследуемом интервале температур. Вместе с тем при внимательном рассмотрении оказывается, что зависимость объема элементарной ячейки  $V_u(T)$  растворов отклоняется от расчетных аддитив-



**Рис. 2.** Параметры решетки твердых растворов  $Cd_x Sr_{1-x}F_2$  при 5–300 К. Точки — экспериментальные данные, сплошные линии — расчет в приближении Дебая-Эйнштейна.



**Рис. 3.** Объем элементарной ячейки  $V_u(TC)$  твердого раствора  $Cd_{0.77}Sr_{0.23}F_2$ . *a*) Температурные изменения  $V_u(T)$ . *1* — экспериментальные данные;  $2 - V_{D-E}(T)$ ;  $3 - V_{add}$ . *b*) Отклонение величин объема элементарной ячейки  $V_u(T)$  твердого раствора  $Cd_{0.77}Sr_{0.23}F_2$  от аддитивных значений:  $\Delta V = V_{x=0.23}-V_{add}$ .

ных кривых (например, для раствора состава x = 0.23 $V_{\text{add}}(T) = 0.77V_{\text{CdF}_2}(T) + 0.23V_{\text{SrF}_2}(T)$  (см. рис 3).

Обращают на себя внимание величина и характер зависимости  $\Delta V(T)$ . При комнатной температуре величина  $\Delta V(T)$  составляет около 0.1 Å<sup>3</sup>. При пересчете к параметру решетки получаем  $\Delta a \approx 1.1 \cdot 10^{-3}$  Å. Это на порядок больше погрешности измерений. Следовательно, кривая на рис. 3 отражает закономерность, характерную для растворов изучаемой системы.

Величины  $\Delta V(T)$  отрицательны, их абсолютные значения при повышенных температурах ( $T > 100 \,\mathrm{K}$ ) растут с увеличением температуры. Похожим образом ведет себя ангармоническая составляющая тепловых характеристик (теплоемкость, теплопроводность) веществ.

Параметр	$a_1$	$\theta_D, K$	$a_{1E}$	$\theta_{E1}, \mathrm{K}$	$a_{2E}$	$\theta_{E2}, K$	f'	$g^{\prime\prime}$	b	δ, Κ
$\begin{array}{c} CdF_{2} \\ Cd_{0.77}Sr_{0.23}F_{2} \\ Cd_{0.5}Sr_{0.5}F_{2} \\ SrF_{2} \end{array}$	0.46 0.51 0.5 0.65	255 284 280 320	0.034 0.032 0.03 0.01	116 110 117 70	0.54 0.46 0.465 0.34	460 435 450 460	1.13 0.2	0.48 1	2 2	74 70

Величины fitting-параметров для расчета зависимостей  $V_{\text{calc}}(T)$  изучаемых твердых растворов фторидов

Мы полагаем, что отклонения величин  $V_u(T)$  твердых растворов  $Cd_{1-x}Sr_xF_2$  от правила Вегарда обусловлены неупорядоченностью размещения ионов  $Cd^{2+}$ ,  $Sr^{2+}$  в катионной подсистеме раствора. Неупорядоченность в свою очередь, при повышенных температурах приводит к возрастанию влияния ангармонизма на тепловые свойства [17], а в области низких — гелиевых — температур к стеклоподобному характеру температурных зависимостей тепловых свойств. Рассмотрим эти явления подробнее.

Зависимость ангармонического потенциала от величины смещения иона от положения равновесия в простейшем случае имеет вид [18]

$$U(x) = cx^2 - gx^3 - fx^4.$$
 (1)

Здесь c, g, f — константы, характеризующие доли гармонической (c) и ангармонических (g, f) составляющих.

Для потенциала вида (1) среднее решеточное смещение при температуре T может быть рассчитано так [18]:

$$\langle x \rangle_T = (3g/c^2)(k_{\rm B}T)[1 - G(k_{\rm B}T) - F(k_{\rm B}T)^2],$$
 (2)

где

$$G = \left(\frac{15g^2}{16c^3} - \frac{8f}{c^2}\right),$$

И

где

$$F = \frac{35}{16} \left( \frac{15g^2 f}{4c^5} - \frac{3f^2}{c^4} \right).$$

Заменяя классическую тепловую энергию  $k_{\rm B}T$  на среднюю энергию квантового осциллятора [19], рассматривая один дебаевский вклад акустических фононов и два вклада Эйнштейна для оптических фононов, аналогично [20,21], без учета влияния свободных электронов получаем

$$\langle x \rangle_T = (3g/c^2)(\varepsilon - G\varepsilon^2 - F\varepsilon^3),$$
 (3)

$$\varepsilon = a_D 3k_{\rm B}T \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \int_0^\theta \frac{z^3 dz}{(e^z - 1)} + \sum_{i=1}^2 a_{iE} \frac{k_{\rm B} \theta_i}{e^{\frac{\theta_E}{T}}}$$

Здесь  $a_k$  — доли дебаевского и эйнштейновских вкладов,  $\theta_K$  — соответствующие характеристические температуры.

Относительное изменение объема элементарной ячейки рассчитано так

$$\frac{\Delta V}{V(T_0)} = \left( \langle x \rangle_T - \langle x \rangle T_0 \right) / x_0. \tag{4}$$

На рис. 3 приведена расчетная зависимость  $V_{D-E}(T)$ , полученная подгонкой к экспериментальным данным. Подгоночными параметрами являлись  $g' = g/c^2 x_0$ ,  $f' = f/c^2$ ,  $g'' = g^2/c^3$ ,  $a_D$ ,  $\theta_D$ ,  $a_{E1}$ ,  $\theta_{E1}$ ,  $a_{E1}$ ,  $\theta_D$ .

Задача определения столь большого количества параметров аппроксимации упрощается, если учесть следующие обстоятельства: а) сумма коэффициентов  $a_i$ , определяющих доли дебаевского и эйнштейновских вкладов в полную величину объема  $V_u(T)$ , должна быть близка к 1; b) влияние дебаевского и эйнштейновских вкладов на зависимость  $V_{\mu}(T)$  на разных участках изучаемого температурного интервала различно. При температурах T < 100 К преобладает влияние низкочастотного вклада Эйнштейна, и первичный подбор величин *a*<sub>1E</sub> и  $\theta_{1E}$  осуществляется в этом интервале температур; при более высоких температурах возрастает роль дебаевского вклада и высокотемпературной эйнштейновской компоненты, здесь подбираются величины  $a_D$ ,  $\theta_D$ ,  $a_{2E}$ ,  $\theta_{2E}$  с одновременной корректировкой величин  $a_{1E}$  и  $\theta_{1E}$ ; в) малый по абсолютной величине TLS — вклад  $\Delta V_{\text{TLS}}(T)$  заметен лишь при самых низких температурах эксперимента, T < 100 K; точка перегиба зависимости  $\Delta V_{\text{TLS}}(T)$  соответствует 0.46 — разности энергий двухуровневых систем [22]; г) параметры ангармонической составляющей f', g'' влияют на зависимость  $V_u(T)$  при температурах  $T > 250 \, \text{K}$ . Погрешность определения характеристической температуры  $\theta_{E1}$  по нашим оценкам не превосходит  $\pm 5$  K, для величин  $\theta_D$ ,  $\theta_{E2}$  погрешность составляет около ±10 К.

Величины *fitting*-параметров изучаемых фторидов приведены в таблице.

Как видно из рис. 3, *a*, расчетная кривая  $V_{D-E}(T)$  удовлетворительно воспроизводит экспериментальную зависимость  $V_{\exp}(T)$  в большей части исследованного температурного интервала. Однако в области низких температур (T < 50 K) наблюдается заметное различие между экспериментальной и расчетной зависимостями (рис. 4).

Появление разницы  $\Delta V(T) = V_u(T) - V_{D-E}(T)$  при низких температурах мы приписываем влиянию двухуровневых систем (TLS), которые являются характерным свойством стеклоподобных (неупорядоченных) систем [23].



**Рис. 4.** Разность между экспериментальными характеристиками теплового расширения твердого раствора  $Cd_{0.77}Sr_{0.23}F_2$ и расчетными зависимостями в модели Дебая-Эйнштейна *а*)  $\Delta V^*(T) = V_{\exp}(T) - V_{D-E}(T);$  *b*) I —  $\Delta \beta_{\exp} = \frac{1}{V} \frac{d(\Delta V)}{dT},$  $2 - \beta_{TLS}(T).$ 

Отметим, что экспериментальные температурные зависимости V(T) исходных фторидов (CdF<sub>2</sub>, SrF<sub>2</sub>) удалось удовлетворительно аппроксимировать в приближении Дебая—Эйнштейна во всем исследуемом интервале температур (5–300 K). При этом необходимости вводить в рассмотрение TLS-вклад и учитывать ангармонизм не возникло.

Статистическое размещение ионов стронция и кадмия в катионной подрешетке твердого раствора приводит к неупорядоченности в подрешетке. В отличие от стекол, у которых отсутствует дальний порядок расположения атомов, в кристаллических твердых растворах дальняя упорядоченность имеет место. Этим обусловлено различие поведения свойств стекол и сплавов при изменении температуры. Следствием неупорядоченности в катионной подрешетке сплавов является пространственная асимметрия в расположении атомов, окружающих катионы. Это приводит к возможности занятия катионами пространственно близких, но энергетически неэквивалентных состояний, образуя, таким образом, двухуровневые системы (two-level systems, TLS). Переходы между TLSуровнями с повышением температуры дают характерный шотткиподобный вклад в тепловые характеристики раствора (теплоемкость, тепловое расширение).

Анализ зависимостей  $\Delta V(T)$ ,  $\Delta \beta(T)$  раствора  $Cd_{0.77}Sr_{0.23}F_2$  проведен аналогично [21,24].

Статистическая сумма TLS имеет вид

$$Z_{\text{TLS}} = a_0 e^{-\frac{\delta_0}{T}} + a e^{-\frac{\delta}{T}}.$$
 (5)

Здесь  $a_i$  — весовой множитель *i*-ого состояния,  $\delta_i$  — энергия *i*-ого состояния в кельвинах. Отсчет энергии будем проводить от состояния с наименьшей энергией. В этом случае  $\delta_0 = 0$ , и (5) принимает более простой вид:

$$Z_{\rm TLS} = a_0 + a e^{\frac{\partial}{T}}.$$
 (6)

Как известно, свободная энергия системы связана со статической суммой соотношением:

$$F_{\rm TLS} = -k_{\rm B}T\ln Z. \tag{7}$$

Коэффициент объемного теплового расширения может быть рассчитан, как вторая производная свободной энергии

$$\beta = -\kappa \left(\frac{\partial^2 F}{\partial V \partial T}\right). \tag{8}$$

Здесь  $\kappa$  — изотермическая сжимаемость вещества. Из (6)-(8) следует, что

$$\beta_{\text{TLS}} = \frac{\kappa N k_{\text{B}}}{T^2} \big[ \langle \delta^2 \gamma \rangle - \langle \delta \gamma \rangle \langle \delta \rangle \big]. \tag{9}$$

Здесь *N* — число атомов в единице объема, *γ* — параметр Грюнайзена. Угловые скобки обозначают термодинамические средние величины

$$\langle x \rangle = \sum_{i} a_{i} e^{-\frac{\delta_{i}}{T}} x_{i} / \sum_{i} a_{i} e^{-\frac{\delta_{i}}{T}}.$$
 (10)

После преобразования получаем:

$$\beta_{\text{TLS}} = \frac{\kappa N k_{\text{B}}}{T^2} \frac{\gamma b \delta^2 e^{-\delta/T}}{(1 + b e^{-\delta/T})^2}.$$
 (11)

Здесь  $b = a/a_0$ .

Величины  $\kappa$  раствора рассчитаны, как аддитивные по данным об упругих модулях B для CdF<sub>2</sub> и SrF<sub>2</sub>

$$\kappa_{x=0.23} = (0.77B_{\text{CdF}_2} + 0.27B_{\text{SrF}_2})^{-1}$$

При расчетах мы использовали данные [25,26] об упругих модулях фторидов кадмия и стронция:  $B_{CdF_2} = 97 \text{ GPa}$ ,  $B_{SrF_2} = 70 \text{ GPa}$ . Таким образом,  $\kappa_{x=0.23} = 1.11 \cdot 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$ . На рис. 4 приведены рассчитанные зависимости  $\beta_{TLS}(T)$ ,  $\Delta V_{TLS}(T)$ , полученные в результате *fitting*-процесса, используя соотношение (11). Получены следующие величины *fitting*-параметров:  $\delta = 74$  K, b = 2,  $\gamma = -0.92$ .

Отметим, что полученные в ходе *fitting*-процесса величины  $\delta$  и *b* находятся в хорошем согласии с полученными нами ранее [27] параметрами вклада Шоттки  $C_{\rm sch}(T)$  в теплоемкость твердого раствора Cd<sub>0.77</sub>Sr<sub>0.23</sub>F<sub>2</sub>:  $\delta = 70$  K, b = 2. В работе [27] предполагалось, что низкотемпературный шотткиподобный вклад в теплоемкость также обусловлен влиянием двухуровневых систем.

#### 3.2. Теплопроводность

Теплопроводность твердых растворов  $Cd_{1-x}Sr_xF_2$  мы рассчитали, используя подход [17]. В рамках этого подхода предполагается, что обратные времена релаксации для точечных дефектов и областей локальной деформации, пропорциональны четвертой степени частоты,  $\tau_R^{-1} \sim \omega^4$ , тогда как для нормальных и umklapp трехфононных ангармонических процессов  $\tau_N^{-1} \sim \omega^2$ ,  $\tau_U^- \sim \omega^2$ . Авторами [17] установлено, что большое тепловое сопротивление сплавов (Ga, In)As с замещением в катионной подрешетке обусловлено, главным образом, расеянием на локальных деформациях.

Используя подход [17], а также полученные нами выше параметры модели Дебая—Эйнштейна, (конкретно — дебаевские температуры) мы сделали попытку расчета концентрационной зависимости теплового сопротивления системы твердых растворов  $Cd_{1-x}Sr_xF_2$  для температуры T = 300 К. При расчетах в качестве опорных данных мы использовали литературные величины теплопроводности CdF<sub>2</sub>, SrF<sub>2</sub> [10] и твердого раствора Cd<sub>0.77</sub>Sr<sub>0.23</sub>F<sub>2</sub> [11].

При образовании твердого раствора  $Cd_{1-x}Sr_xF_2$  замещающие атомы распределяются в катионной подрешетке статистически, образуя локальные области концентрационной неоднородности. Таким образом, твердый раствор приобретает свойства неупорядоченной системы, для которой характерна возрастающая роль ангармонизма колебаний решетки в формировании тепловых свойств [17].

Для раствора  $A_x B_{1-x}$  в качестве параметра беспорядка принимается величина

$$\Gamma = x(1-x) \left[ (\Delta M/M)^2 + \varepsilon (\Delta \delta/\delta)^2 \right], \qquad (12)$$

где

$$\Delta M = M_A - M_B, \quad \Delta \delta = \delta_A - \delta_B,$$
$$M = \chi M_A + (1 - x) M_B. \tag{13}$$

Здесь  $M_i$  — грамм-атомная масса *i*-го компонента раствора,  $\delta_i$  — кубический корень из атомного объема.  $\varepsilon$  феноменологический параметр, учитывающий деформацию решетки при замене атома A на атом B. Полагаем, что нормальные (N) и *umklapp*-процессы (U) рассеяния характеризуются временами релаксации, зависящими от частоты  $\omega$  фононов, как

$$\tau_N^{-1} = B_1 \omega^2, \quad \tau_U^{-1} = B_2 \omega^2,$$

так что

 $\tau_U/\tau_N = B_1/B_2 = \alpha$ 

(не зависит от T и  $\omega$ ).

Время релаксации для процессов рассеяния на структурной неупорядоченности

$$\tau_P = \omega^4 \delta^3 \Gamma / 4\pi v^3.$$

Здесь v — скорость дебаевских фононов:  $v = k\hbar^{-1}(4\pi^2)^{-1/3}\theta\delta$  (k — постоянная Больцмана,  $\hbar$  — постоянная Планка,  $\theta$  — дебаевская температура).



**Рис. 5.** Тепловое сопротивление (*I*) и теплопроводность (*2*) твердых растворов  $Cd_{1-x}Sr_xF_2$  при T = 300 К. Сплошная кривая рассчитана по уравнениям (12)–(14) с  $\alpha = 2.8$ ,  $\beta = 6 \cdot 10^{-3}$  K · cm<sup>3/2</sup>,  $\gamma = 2$ ,  $\varepsilon = 45$ . Экспериментальные точ-ки из работ [10,11].

Подставляя выражения для  $\tau_N$ ,  $\tau_U$ ,  $\tau_P$  в уравнения Калауэя (16), (19)–(21) из [28] при  $T \ge \theta$ , для теплового сопротивления раствора получено [17]:

$$W = 9.67 \cdot 10^{5} (1 + (5/9)\alpha)^{1/2} \gamma \beta^{-2} \Gamma^{V_{2}} M^{1/2} \delta^{3} T^{12} 7.08$$
  
+ 10<sup>-2</sup> (1 + (5/9)) \gamma^{2} \beta^{-3} M^{V\_{2}} \delta^{7/2} T, W^{-1} \cdot K \cdot cm. (14)

Рис. 5 иллюстрирует рассчитанную концентрационную зависимость теплового сопротивления W(x) и теплопроводности  $\lambda(x) = 1/W$  растворов  $Cd_{1-x}Sr_xF_2$ .

При расчете принималось, что  $\delta_{CdF_2} = 2.37 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3$ ,  $\delta_{SrF_2} = 2.53 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3$  ( $\delta_A = (a^3/ZN)^{1/3}$ , a — параметр решетки, Z = 4 — количество формульных единиц на ячейку, N = 3 — число атомов в молекуле фторида).

Как видно из рис. 5, расчетные кривые располагаются вблизи экспериментальных точек. Расхождение экспериментальных и расчетных величин теплопроводности не превосходит экспериментальной погрешности.

## 4. Заключение

В проведенном исследовании впервые экспериментально изучены особенности температурных изменений параметров решетки a(T), объема элементарной ячейки V(T) фторидов кадмия и стронция, а также их взаимных твердых растворов  $Cd_{0.77}Sr_{0.23}F_2$ ,  $Cd_{0.5}Sr_{0.5}F_2$ при температурах 5–300 К. Установлено, что тепловое расширение изученных фторидов может быть описано в приближении Дебая–Эйнштейна. Анализ зависимостей V(T) позволил определить параметры модели Дебая–Эйнштейна — характеристические температуры и доли дебаевского и двух эйнштейновских вкладов в тепловое расширение изучаемых фторидов.

Выявлено значительное влияние неупорядоченности размещения ионов  $Cd^{2+}$ ,  $Sr^{2+}$  в катионной подрешетке раствора на их тепловое расширение. При низких температурах пространственная неупорядоченность приводит к появлению у раствора стеклоподобных свойств, а именно — образованию двухуровневых систем, приводящих к характерному низкотемпературному колоколоподобному вкладу в объемный коэффициент теплового расширения раствора.

С повышением температуры все большую роль начинает играть ангармонизм колебаний решетки раствора, также обусловленный неупорядоченностью. Возросшее влияние ангармонизма на тепловое расширение раствора привело к отклонению температурной зависимости  $V_{x=0.23}(T)$  от аддитивного положения по отношению к кривым  $V_{\text{CdF}_2}(T)$  и  $V_{\text{SrF}_2}(T)$ .

Теплопроводность квазибинарных твердых растворов  $Cd_{1-x}Sr_xF_2$  обусловлена, главным образом, неупорядоченностью в кристаллической структуре из-за хаотического распределения замещающих атомов в узлах кристаллической решетки при образовании раствора.

Теплопроводность раствора может быть рассчитана, используя параметры модели Дебая—Эйнштейна, с учетом различия масс исходного и замещающего атомов, а также ангармонизма колебаний решетки.

## Финансирование работы

Исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Администрации Брянской области (проект № 18-42-320002), при поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках выполнения работ по государственному заданию ФНИЦ "Кристаллография и фотоника" РАН в части получения кристаллов для исследований.

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- J. Chable, B. Dieudonné, M. Body, C. Legein, M.-P. Crosnier-Lopez, C. Galven, F. Mauvy, E. Durand, S. Fourcade, D. Sheptyakov, M. Leblanc, V. Maisonneuve, A. Demourgues. Dalton Transactions 44, 19625 (2015).
- [2] F. Wang, S.-W. Kim. D.-H. Seo, K. Kang, L. Wang, D. Su, J.J. Vajo, J. Wang, J. Graetz. Nature Commun. 6, 6668 (2015).
- [3] J.-M. Tarascon, M. Armand. Nature **414**, 359 (2001).
- [4] A.S. Aricò, P. Bruce, B. Scrosati, J.-M. Tarascon, W. Van Schalkwijk. Nature Mater. 4, 366 (2005).
- [5] B. Dieudonné, J. Chable, M. Body, C. Legein, E. Durand, F. Mauvy, S. Fourcade, M. Leblanc, V. Maisonneuve, A. Demourgues. Dalton Transactions 46, 3761 (2017).
- [6] S. Breuer, B. Stanje, V. Pregartner, S. Lunghammer, I. Hanzu, M. Wilkening. Crystals 8, 122 (2018).
- [7] E.A. Ryzhova, V.N. Molchanov, A.A. Artyukhov, V.I. Simonov, B.P. Sobolev. Crystallography Rep. 49, 591 (2004).
- [8] D.M. Hoat, J.F. Rivas Silva, A. Méndez Blas, J.J. Ríos Rámirez. Rev. Mexicana Fís. 64, 94 (2018).
- [9] B.P. Sobolev, D.N. Karimov, S.N. Sul'yanov, Z.I. Zhmurova. Crystallography Rep. **54**, 122 (2009).
- [10] P.A. Popov, P.P. Fedorov, V.V. Osiko. Phys. Solid State 52, 504 (2010).
- [11] Д.Н. Каримов, И.И. Бучинская, Н.И. Сорокин, П.А. Попов, Б.П. Соболев. Неорган. материалы 55, 534 (2019).
- [12] A. Kozak, M. Samuel, A. Chretien. Rev. Chim. Miner. 8, 805 (1971).
- [13] В.С. Урусов, Ю.П. Григораш, М.В. Казакевич, В.В. Карелин. Геохимия **11**, 1700 (1980).
- [14] R.H. Nafziger. J. Am. Ceram. Soc. 54, 467 (1971).
- [15] V.V. Novikov, A.V. Matovnikov, D.V. Avdashchenko, N.V. Mitroshenkov, E. Dikarev, S. Takamizawa, M.A. Kirsanova, A.V. Shevelkov. J. Alloys Compounds 520, 174 (2012).
- [16] V.V. Novikov, D.V. Avdashchenko, S.L. Bud'ko, N.V. Mitroshenkov, A.V. Matovnikov, H. Kim, M.A. Tanatar, R. Prozorov. Phil. Mag. 93, 1110 (2013).
- [17] B. Abeles. Phys. Rev. 131, 1906 (1963).
- [18] C. Kittel. Introduction to Solid State Physics. Wiley New York, N.Y. (1976) 791 p.

- [19] G.D. Mukherjee, C. Bansal, A. Chatterjee. Phys. Rev. Lett. 76, 1876 (1996).
- [20] V.V. Novikov, N.V. Mitroshenkov, A.V. Matovnikov, D.V. Avdashchenko, S.V. Trubnikhov, A.V. Morozov. J. Therm. Anal. Calorim. **120**, 1597 (2015).
- [21] V.V. Novikov, K.S. Pilipenko, A.V. Matovnikov, N.V. Mitroshenkov, M.S. Likhanov, A.S. Tyablikov, A.V. Shevelkov. Dalton Trans. 47, 11219 (2018).
- [22] Р. Карлин. Магнетохимия. Мир, М. (1989) 399 с.
- [23] D.A. Parshin. Phys. Rev. B 49, 9400 (1994).
- [24] S.V. Kuznetsov, A.V. Matovnikov, N.V. Mitroshenkov, A.K. Tolstosheev, V.V. Novikov, S.L. Bud'ko. J. Magn. Magn. Mater. 490, 165527 (2019).
- [25] R. Gaillac, P. Pullumbi, F.-X. Coudert. J. Phys.: Condens. Matter 28, 1 (2016).
- [26] R.B. Roberts, G.K. White. J. Phys. C 19, 7167 (1986).
- [27] В.В. Новиков, Н.В. Митрошенков, А.В. Матовников, С.В. Кузнецов. Неорган. материалы. В печати.
- [28] J. Callaway. Phys. Rev. 113, 1046 (1959).

Редактор Т.Н. Василевская