11,05

Дальний порядок в двумерных $O(n)$-моделях, индуцированный случайными полями, и состояние Имри–Ма

© А.А. Берзин [1], А.И. Морозов [2,¶], А.С. Сигов [1]

[1] МИРЭА — Российский технологический университет,
Москва, Россия
[2] Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
Долгопрудный, Московская обл., Россия
[¶] E-mail: mor-alexandr@yandex.ru

Поступила в Редакцию 6 сентября 2019 г.
В окончательной редакции 6 сентября 2019 г.
Принята к публикации 24 сентября 2019 г.

Рассмотрено влияние дефектов типа „случайное локальное поле“ с анизотропным распределением случайных полей на двумерные модели с непрерывной симметрией векторного параметра порядка. В случае слабой анизотропии случайных полей с понижением температуры имеет место плавный переход от парафазы с динамическими флуктуациями параметра порядка к фазе Имри–Ма со статическими флуктуациями, вызванными флуктуациями случайного поля дефектов. В случае сильной анизотропии случайных полей дефекты приводят к эффективному уменьшению числа компонент параметра порядка и возникновению при конечной температуре фазового перехода в упорядоченное состояние.

Ключевые слова: дефекты типа „случайное локальное поле“; двумерные $O(n)$-модели; фазовая диаграмма; фаза Имри–Ма.

DOI: 10.21883/FTT.2020.02.48880.575

1. Введение

Хорошо известно, что в двумерных системах с непрерывной симметрией n-компонентного векторного параметра порядка ($O(n)$-модели) дальний порядок при конечной температуре отсутствует. В двумерной $X-Y$-модели ($n = 2$) при конечной температуре имеет место фазовый переход из парамагнитной фазы с экспоненциально спадающей корреляционной функцией параметра порядка в фазу Березинского–Костерлица–Таулеса (БКТ) со степенным характером убывания корреляционной функции [1–3]. В двумерной модели Гейзенберга ($n = 3$) парамагнитная фаза существует при всех отличных от нуля температурах [3]. Введение слабой одноионной анизотропии приводит при низкой температуре к изменению критического поведения системы. В случае анизотропии типа „легкая ось“, как показано в работе [4], имеет место фазовый переход в ферромагнитную фазу. В случае анизотропии типа „легкая плоскость“ происходит фазовый переход из парамагнитной фазы в фазу БКТ. Аналогичное рассмотрение влияния слабой анизотропии типа „легкая ось“ на поведение двумерной $X-Y$-модели не проводилось.

Как было показано в наших работах [5–7], введение в систему с $O(n)$ симметрией параметра порядка дефектов типа „случайное локальное поле“ с анизотропным распределением направлений случайных полей дефектов в n-мерном пространстве параметра порядка индуцирует во втором порядке по случайному полю эффективную глобальную анизотропию, которая стремится сориентировать параметр порядка перпендикулярно преимущественному направлению случайных полей. Именно этой анизотропией объясняется появление при конечной температуре дальнего порядка в двумерной $X-Y$-модели в результате введения в систему дефектов с коллинеарными направлениями локальных полей [8,9].

Кроме того, примеси типа „случайное локальное поле“ могут существенно изменить структуру парамагнитной фазы, переведя ее в неоднородное состояние Имри–Ма [10], в котором параметр порядка следует за пространственными флуктуациями направления случайного поля, созданного дефектами.

Данная работа посвящена построению фазовой диаграммы двумерных $X-Y$-модели и модели Гейзенберга со слабой анизотропией, индуцированной анизотропным распределением случайных полей дефектов.

2. Система классических спинов

Энергия обменного взаимодействия n-компонентных локализованных спинов $\mathbf{s}_i$ фиксированной единичной длины (длина вектора может быть включена в соответствующие константы взаимодействия или поля), образующих двумерную квадратную решетку, в приближении взаимодействия ближайших соседей имеет вид

$$W_{ex} = -\frac{1}{2} J \sum_{i,\delta} \mathbf{s}_i \mathbf{s}_{i+\delta}, \tag{1}$$

где J — обменный интеграл, суммирование по i ведется по всей решетке спинов, а по δ — по ближайшим к данному спину соседям.

При наличии в системе одноионной анизотропии соответствующая энергия записывается в виде

$$W_{an} = \frac{1}{2} K \sum_i (s_i^\alpha)^2, \tag{2}$$

где K — константа анизотропии, s_i^α — одна из n компонент i-го спина, суммирование по i ведется по всей решетке спинов.

Энергия взаимодействия спинов со случайными локальными полями дефектов равна

$$W_{def} = -\sum_l \mathbf{s}_l \mathbf{h}_l, \tag{3}$$

суммирование ведется по случайно расположенным в узлах решетки дефектам, $\mathbf{h}_l$ — локальное поле l-дефекта, а плотность распределения случайных локальных полей $\mathbf{h}$ в спиновом пространстве (пространстве параметра порядка) обладает свойством $\rho(\mathbf{h}) = \rho(-\mathbf{h})$, что обеспечивает отсутствие в бесконечной системе среднего поля.

3. Бездефектная двумерная модель Гейзенберга со слабой анизотропией

Эта задача была рассмотрена в работе [4]. В случае анизотропии типа „легкая ось“ ($K < 0$) система переходит в класс моделей Изинга, и в ней возникает дальний порядок при температуре T_c, равной [4]

$$T_c \approx \frac{4\pi J}{\ln\left(\frac{J}{|K|}\right)}. \tag{4}$$

При $T \sim T_c$ происходит эффективное уменьшение n с трех до единицы и в системе возникает дальний порядок.

Выражение (4) легко получить из простых энергетических соображений. Для этого приравняем по абсолютному значению T_c и энергию анизотропии $E_c \sim K\xi^2$ скоррелированной при $T < J$ области с радиусом, равным радиусу корреляции ξ. Радиус корреляции двумерной модели Гейзенберга ξ дается формулой [3]

$$\xi = \exp\left(\frac{2\pi J}{T}\right). \tag{5}$$

Решая получившееся уравнение для переменной T_c

$$T_c = |K| \exp\left(\frac{4\pi J}{T_c}\right). \tag{6}$$

методом итераций и пренебрегая численным множителем порядка единицы под логарифмом, получаем в первом приближении формулу (4).

Данный метод оценки T_c хорошо работает и при исследовании систем с сильно анизотропным обменным взаимодействием, например, для нахождения критической температуры квазиодномерной модели Изинга [11]. В этом случае нужно приравнивать к T_c не энергию анизотропии, а энергию слабого обменного взаимодействия между скоррелированными одномерными областями соседних нитей, вдоль которых имеет место сильное обменное взаимодействие.

Если же в двумерной модели Гейзенберга возникает слабая анизотропия типа „легкая плоскость“, то при температуре T_c, задаваемой формулой (4), происходит фазовый переход в фазу БКТ [4], а эффективное число компонент параметра порядка уменьшается с трех до двух.

4. Бездефектная двумерная $X-Y$-модель со слабой анизотропией

В данной модели с $n = 2$ возможна только анизотропия типа „легкая ось“. Воспользуемся и для данной модели описанным в предшествующем разделе методом оценки T_c. Согласно [3]

$$\xi = \exp(b\tau^{-1/2}), \tag{7}$$

где $\tau = (T - T_{BKT})/T_{BKT}$, а $T_{BKT} = \pi J/2$ — температура перехода из парамагнитной фазы в фазу БКТ в отсутствие анизотропии. Из условия $|E_c| \sim T_c$ находим в первом приближении, считая, что $T_c \sim T_{BKT}$,

$$\tau_c \approx \frac{4b^2}{\ln^2 \frac{J}{|K|}} \ll 1. \tag{8}$$

Таким образом, наличие слабой анизотропии приводит к тому, что при температуре $T_c = (1 + \tau_c)T_{BKT}$ в системе происходит фазовый переход в фазу с дальним порядком, и фаза БКТ не возникает. Поскольку в реальных кристаллических системах всегда присутствует слабая анизотропия, индуцированная симметрией кристаллической решетки, то экспериментальное наблюдение фазы БКТ в таких системах вряд ли возможно.

5. Температура $\tilde{T}$ возникновения фазы Имри–Ма

В отличие от рассмотренных в разделах 3 и 4 систем, в которых одноионная анизотропия присутствовала в бездефектной системе, в данном разделе будет рассмотрен случай, когда анизотропия индуцируется дефектами типа „случайное локальное поле“, то есть в энергии классических спинов присутствуют только слагаемые (1) и (3). Но данные дефекты порождают не только анизотропию, но и флуктуации случайного поля, способствующие разрушению дальнего порядка.

Переход от поведения, присущего парамагнитной фазе чистой системы, к поведению, характерному для неупорядоченной фазы Имри–Ма, происходит при температуре $\tilde{T}$, которая находится из условия равенства радиуса корреляции чистой системы ξ и оптимальной длины L^* статических флуктуаций параметра порядка в фазе Имри–Ма. При $T > \tilde{T}$ выполнено условие $\xi < L^*$ и в системе наблюдаются динамические тепловые флуктуации параметра порядка, характерные для чистой системы. При $T < \tilde{T}$ справедливо соотношение $\xi > L^*$ и статические флуктуации случайного поля „замораживают" эти динамические флуктуации. Имеет место явление, родственное явлению стеклования.

Согласно работе [12], в случае двумерной системы по порядку величины

$$L^* \approx \left(\frac{J^2}{x\langle \mathbf{h}_l^2\rangle}\right)^{1/2}. \tag{9}$$

Здесь x — безразмерная концентрация примесей (их число на одну ячейку), а угловые скобки обозначают усреднение по полям всех дефектов.

В случае двумерной модели Гейзенберга из условия $\xi = L^*$ получаем оценку для величины $\tilde{T}$

$$\tilde{T} \approx \frac{2\pi J}{\ln L^*} \approx \frac{4\pi J}{\ln\left(\frac{J^2}{x\langle \mathbf{h}_l^2\rangle}\right)} = \frac{4\pi J}{\ln\left(\frac{J}{K_{cr}}\right)}, \tag{10}$$

где $K_{cr} \sim x\langle \mathbf{h}_l^2\rangle/J$ — критическое значение глобальной анизотропии типа „легкая ось", делающее существование фазы Имри–Ма энергетически невыгодным [12].

В случае двумерной $X{-}Y$-модели из этого же условия находим соответствующее замораживанию флуктуаций значение τ

$$\tilde{\tau} \approx \frac{4b^2}{\ln\left(\frac{J^2}{x\langle \mathbf{h}_l^2\rangle}\right)} \approx \frac{4b^2}{\ln^2\left(\frac{J}{K_{cr}}\right)} \ll 1. \tag{11}$$

Сама температура перехода в состояние Имри–Ма $\tilde{T} = (1+\tilde{\tau})T_{BKT} \sim T_{BKT}$ оказывается близка к температуре перехода в чистой системе. Аналогичная ситуация имеет место в трехмерных $O(n)$-моделях, где $\tilde{T}$ порядка температуры возникновения дальнего порядка в чистой системе.

6. Фазовая диаграмма двумерной модели Гейзенберга с дефектами типа „случайное локальное поле"

Сравнивая формулы (4) и (10), легко увидеть, что полученное в работе [12] условие подавления неупорядоченного состояния Имри–Ма $|K| > K_{cr}$ эквивалентно условию $T_c > \tilde{T}$. В противном случае с понижением температуры при $T \sim \tilde{T}$ происходит переход из парафазы в фазу Имри–Ма, описанный в предшествующем разделе. Рассмотрим фазовую диаграмму в области $T_c > \tilde{T}$.

С понижением температуры в случае индуцированной дефектами анизотропии типа „легкая ось" при $T = T_c$ происходит переход к эффективно однокомпонентному параметру порядка, а в случае анизотропии типа „легкая плоскость" — переход к эффективно двухкомпонентному параметру порядка. Поскольку, как показано в работе [13] (смотри также обзор [14]), низшая критическая размерность для модели Изинга с дефектами типа „случайное локальное поле" равна двум, то переход к однокомпонентному параметру порядка в двумерной системе сопровождается возникновением ферромагнитной фазы, то есть имеет место фазовый переход парамагнетик–ферромагнетик.

Если при $T = T_c$ переход произошел к эффективно двухкомпонентному параметру порядка, то для изучения поведения возникшей системы нужно спроектировать случайные поля дефектов на легкую плоскость, рассчитать параметры $|K'|$, K'_{cr}, T'_c и $\tilde{T}'$ в системе с меньшим числом компонент параметра порядка и исследовать часть фазовой диаграммы $X{-}Y$-модели с дефектами типа „случайное локальное поле", отвечающую области температур $T < T_c$.

В работе [7] было получено уравнение самосогласования для глобальной эффективной анизотропии, создаваемой анизотропным распределением случайных полей в пространстве параметра порядка двумерной системы

$$|K| = \frac{x}{4\pi J}\left(p^{\max} - p^{\min}\right)\ln\frac{4\pi J}{|K|}, \tag{12}$$

где p — квадратичная форма относительно компонент единичного вектора $\mathbf{s}_0$, параллельного среднему значению спина,

$$p = \sum_{\alpha=1}^{n} s_{0\alpha}^2 \langle h_{l\alpha}^2\rangle, \tag{13}$$

а $p^{\max}$, $p^{\min}$ — максимальное и минимальное значение этой формы относительно всех возможных ориентаций $\mathbf{s}_0$ в n-мерном пространстве параметра порядка.

В случае компланарного и изотропного в выделенной плоскости распределения случайных полей в системе возникает легкая ось, перпендикулярная этой плоскости. Уравнение самосогласования для константы анизотропии (12) принимает вид [7]

$$|K| = \frac{x\langle \mathbf{h}_l^2\rangle}{8\pi J}\ln\frac{4\pi J}{|K|}. \tag{14}$$

Решая его методом итераций, получаем в первом приближении

$$|K| = \frac{x\langle \mathbf{h}_l^2\rangle}{8\pi J}\ln\frac{32\pi^2 J^2}{x\langle \mathbf{h}_l^2\rangle}. \tag{15}$$

В случае $T_c > \tilde{T}$ параметр порядка в ферромагнитной фазе ориентирован коллинеарно легкой оси, его крупномасштабные статические флуктуации подавлены, имеют место только локальные отклонения спинов вблизи дефектов. При $T_c < \tilde{T}$ в фазе Имри–Ма спины лежат в той же плоскости, что и случайные поля.

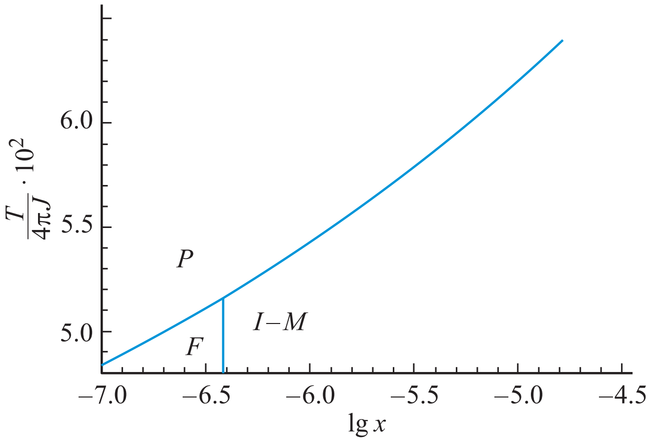

Рис. 1. Фазовая диаграмма двумерной модели Гейзенберга с анизотропией типа „легкая ось“, индуцированной дефектами типа „случайное локальное поле“, при $J^2/\langle \mathbf{h}_l^2 \rangle = 100$: P — парамагнитная фаза, F — ферромагнитная фаза, $I{-}M$ — неупорядоченная фаза Имри–Ма.

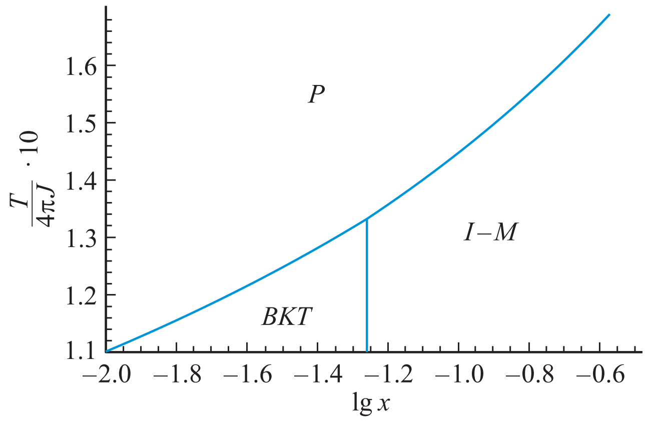

Рис. 2. Фазовая диаграмма двумерной модели Гейзенберга с анизотропией типа „легкая плоскость“, индуцированной дефектами типа „случайное локальное поле“, при $J^2/\langle \mathbf{h}_l^2 \rangle = 100$: P — парамагнитная фаза, BKT — фаза БКТ, $I{-}M$ — неупорядоченная фаза Имри–Ма.

Условию $T_c > \tilde{T}$ при $J^2/\langle \mathbf{h}_l^2 \rangle = 100$ соответствует область концентраций $x < x_c = 4 \cdot 10^{-7}$. Таким образом, даже при данном распределении направлений случайных полей, оптимальном для создания глобальной анизотропии, для всех реальных концентраций дефектов будет наблюдаться фаза Имри–Ма. Фазовая диаграмма двумерной модели Гейзенберга с дефектами типа „случайное локальное поле“ и анизотропией типа „легкая ось“ приведена на рис. 1.

В случае, когда все случайные поля коллинеарны оси z декартовой ортогональной системы координат, в спиновом пространстве возникает легкая плоскость xy. При этом проекции случайных полей на легкую плоскость равны нулю, что делает возникшую систему с двухкомпонентным параметром порядка эквивалентной чистой $X{-}Y$-модели. Поэтому при температуре T_c, задаваемой формулой (4) со значением $|K|$, равным [7]

$$|K| = \frac{x\langle \mathbf{h}_l^2 \rangle}{4\pi J} \ln \frac{16\pi^2 J^2}{x\langle \mathbf{h}_l^2 \rangle}, \tag{16}$$

происходит фазовый переход в фазу БКТ, в которой спины лежат в легкой плоскости.

Условию $T_c > \tilde{T}$ при $J^2/\langle \mathbf{h}_l^2 \rangle = 100$ соответствует область концентраций $x < x_c = 5.5 \cdot 10^{-2}$. Таким образом, переход из фазы БКТ в фазу Имри–Ма по мере роста концентрации дефектов происходит при заметной критической концентрации. Фазовая диаграмма двумерной модели Гейзенберга с дефектами типа „случайное локальное поле“ и анизотропией типа „легкая плоскость“ приведена на рис. 2.

7. Фазовая диаграмма двумерной $X{-}Y$-модели с дефектами типа „случайное локальное поле“

Аналогично рассмотрению, проведенному в предшествующем разделе, условие подавления неупорядоченного состояния Имри–Ма $|K| > K_{cr}$ эквивалентно соотношению $\tau_c > \tilde{\tau}$. Если же $|K| < K_{cr}$, то при $\tau \sim \tilde{\tau}$ парамагнитная фаза переходит в состояние Имри–Ма.

В случае анизотропного распределения направлений случайных полей, при котором все $\mathbf{h}_l$ коллинеарны, в системе появляется легкая ось, перпендикулярная направлению случайных полей, а значение константы анизотропии дается формулой (16). Поскольку проекции случайных полей на легкую ось равны нулю, то возникающая система с однокомпонентным параметром порядка эквивалентна чистой двумерной модели Изинга. Поэтому при $\tau = \tau_c$ в системе происходит фазовый переход из парамагнитной фазы в ферромагнитную, структура которой аналогична структуре ферромагнитной фазы, описанной в предшествующем разделе. Условие $\tau_c > \tilde{\tau}$ выполнено в области концентраций $x < x_c = 5.5 \cdot 10^{-2}$. Однако и при больших концентрациях, когда $\tau_c < \tilde{\tau}$ и разупорядочивающее действие случайных полей преобладает, в системе существует дальний порядок. Причины этого рассмотрены нами в работе [15]. Поскольку все случайные поля коллинеарны некоторой прямой в двумерном пространстве параметра порядка (выберем ее в качестве оси ξ декартовой ортогональной системы координат (ξ, η)), то флуктуация случайного поля в области с характерным линейным размером L^* направлена либо параллельно, либо антипараллельно оси ξ. При переходе от области с одним направлением поля к соседней области с противоположным направлением поля параметр порядка совершает разворот на 180°. Энергия неоднородного обмена будет заведомо меньше, если этот разворот во всей решетке спинов будет происходить по одной и той же дуге, проходящей, например, через положительную полуось η. При этом в системе возникнет

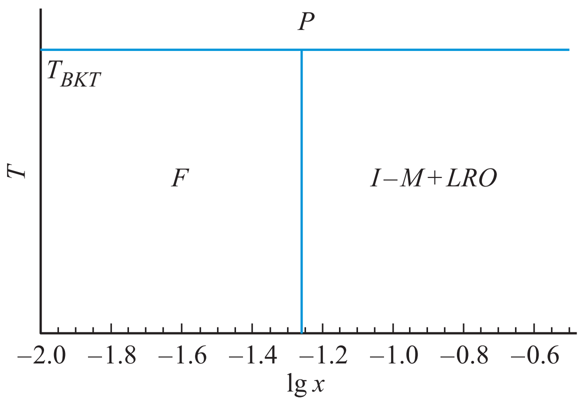

Рис. 3. Фазовая диаграмма двумерной $X-Y$-модели с коллинеарными направлениями случайных полей дефектов при $J^2/\langle \mathbf{h}_l^2 \rangle = 100$: P — парамагнитная фаза, F — ферромагнитная фаза, $I-M+LRO$ — фаза Имри–Ма с дальним порядком.

среднее значение векторного параметра порядка, параллельное оси η. Это объясняет результаты моделирования работ [8,9], авторы которых ввели случайное поле в каждую ячейку ($x = 1$) и продемонстрировали наличие дальнего порядка, индуцированного случайными полями (random field induced order). Среднее значение параметра порядка даже в основном состоянии далеко от насыщения, так как флуктуации случайного поля приводят к существенным статическим флуктуациям параметра порядка. Имеет место сосуществование фазы Имри–Ма и ферромагнитной фазы. Следует отметить, что данная комплексная фаза представляется нам уникальной. Во всей области концентраций дефектов фазовый переход в ферромагнитную фазу или фазу Имри–Ма с дальним порядком происходит при $T \sim T_{BKT}$. Фазовая диаграмма двумерной $X-Y$-модели с дефектами типа „случайное локальное поле“ приведена на рис. 3.

8. Выводы

В заключение сформулируем основные выводы работы:

1. Анизотропное распределение случайных полей дефектов, создавая глобальную анизотропию, эффективно уменьшает число компонент параметра порядка. В случае двумерных $O(n)$-моделей это может привести к возникновению в системе дальнего порядка при конечной температуре.

2. В случае бездефектной двумерной $X-Y$-модели появление сколь угодно слабой анизотропии в двумерном пространстве параметра порядка полностью исключает появление фазы Березинского–Костерлица–Таулеса и приводит к появлению фазы с дальним порядком.

3. Поскольку дефекты типа „случайное локальное поле“ создают статические флуктуации случайного поля, способствующие разупорядочению системы спинов, то в двумерной модели Гейзенберга с указанными дефектами и анизотропией типа „легкая ось“ при их концентрации, превышающей $4 \cdot 10^{-7}$, с понижением температуры происходит плавный переход от динамических флуктуаций параметра порядка, характерных для чистой системы, к фазе Имри–Ма со статическими флуктуациями параметра порядка, следующими за флуктуациями направления случайного поля.

4. В случае двумерной $X-Y$-модели и коллинеарных случайных полей дефектов при температуре $T \sim T_{BKT}$ и концентрации дефектов, меньшей $5.5 \cdot 10^{-2}$, происходит фазовый переход из парамагнитной фазы в ферромагнитную, а при большей концентрации дефектов — в фазу Имри–Ма с дальним порядком.

Финансирование работы

Работа поддержана Министерством науки и высшего образования РФ (госзадание, проект № 8.1183.2017ПЧ).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] В.Л. Березинский. ЖЭТФ **59**, 907 (1971); **61**, 1144 (1972).
[2] J.M. Kosterlitz, D.G. Thouless. J. Phys. C **6**, 1181 (1973).
[3] Ю.А. Изюмов, Ю.Н. Скрябин. Статистическая механика магнитоупорядоченных систем. Наука, М. (1987). 268 с.
[4] С.Б. Хохлачев. ЖЭТФ **70**, 265 (1976).
[5] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. ФТТ **58**, 1614 (2016).
[6] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. ФТТ **58**, 1783 (2016).
[7] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. ФТТ **59**, 1992 (2017).
[8] B.J. Minchau, R.A. Pelcovits. Phys. Rev. B **32**, 3081 (1985).
[9] J. Wehr, A. Niederberger, L. Sanchez-Palencia, M. Lewenstein. Phys. Rev. B **74**, 224448 (2006).
[10] Y. Imry, S.-K. Ma. Phys. Rev. Lett. **35**, 1399 (1975).
[11] D.J. Scalapino, Y. Ymry, P. Pincus. Phys. Rev. B **11**, 2042 (1978).
[12] А.И. Морозов, А.С. Сигов. Письма в ЖЭТФ **90**, 818 (2009).
[13] J. Imbrie. Phys. Rev. Lett. **53**, 1747 (1984).
[14] Вик. С. Доценко. УФН **165**, 481 (1995)
[15] А.А. Берзин, А.И. Морозов. ФТТ **57**, 2155 (2015).

Редактор К.В. Емцев