### 03

# Численное исследование вихревых структур и теплообмена при сверхзвуковом обтекании области сопряжения затупленного тела и пластины

#### © Е.В. Колесник, Е.М. Смирнов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 195251 Санкт-Петербург, Россия e-mail: kolesnik\_ev@mail.ru

Поступило в Редакцию 5 июля 2019 г. В окончательной редакции 5 июля 2019 г. Принято к публикации 11 августа 2019 г.

Приведены результаты численного моделирования сверхзвукового ламинарного обтекания области сопряжения затупленного тела и пластины. Проанализированы газодинамическая и вихревая структуры потока, определяемые вязко-невязким взаимодействием. Представлены данные, показывающие качественное и количественное влияние на структуру потока и теплообмен таких определяющих параметров, как число Маха, число Рейнольдса, температурный фактор и длина пластины.

Ключевые слова: высокоскоростные течения, вязко-невязкое взаимодействие, подковообразные вихри, численное моделирование.

DOI: 10.21883/JTF.2020.02.48807.263-19

### Введение

Необходимость проведения исследований структуры течения при обтекании сверхзвуковыми потоками какихлибо конструктивных элементов, закрепленных на обтекаемой поверхности, возникает во многих практических задачах авиакосмической отрасли и турбомашиностроения. В аэрокосмической отрасли задачи данной направленности встречаются, в частности, при конструировании таких элементов летательных аппаратов, как соединения фюзеляжа и крыла, хвостового оперения и других элементов. В этом случае наиболее важной характеристикой является интенсивность теплообмена в области перед обтекаемым телом. Результаты исследований показывают, что натекание пограничного слоя на препятствие приводит к сложным эффектам вязконевязкого взаимодействия, характеризующимся сильно неоднородным распределением теплового потока в области перед обтекаемым телом, значения которого могут в несколько раз превышать значения в невозмущенном пограничном слое. Поэтому получение детальных знаний о структуре потока в области перед обтекаемым телом, а также исследования влияние различных параметров на теплообмен в этой области, является актуальной задачей.

Структура потока и картина локального теплообмена в подобных конфигурациях зависят от большого числа параметров, таких как свойства среды, характеристики набегающего пограничного слоя, геометрия рассматриваемой конфигурации. Исследованиям по данной теме посвящено довольно много публикаций начиная с середины прошлого века. В то время особый интерес к этим задачам возник в связи с развитием сверхзвуковых и гиперзвуковых летательных аппаратов. Первые исследования были в основном экспериментальными [1–5]. Появившиеся следом расчетные работы (см., например, [6,7]) использовали недостаточно подробные сетки и, кроме того, существующие на тот момент численные методы не позволяли получить достаточно аккуратные разрешения особенностей вязко-невязкого взаимодействия.

Недавние публикации [8–15] показывают, что интерес к данной тематике возрос с выраженным уклоном в сторону проведения расчетных работ [8–14]. Исследования проводятся как для ламинарных режимов течения [9–13], так и турбулентных режимов [8,14,15], в последнем случае обычно решаются осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса (RANS подход) [14], однако имеются и попытки применения метода моделирования крупных вихрей (метод LES) для расчета течений данного класса [8].

За последние годы был получен значительный объем информации об особенностях течения, возникающего при взаимодействии отрывающегося пограничного слоя с головным скачком уплотнения. Обзоры литературы на данную тему можно найти, например, в работах [16–18].

В работе [9] представлены результаты экспериментального и численного исследований обтекания затупленного тела, установленного на расстоянии 15D (D диаметр затупленной части) от начала пластины при числе Маха M = 6.7. Дан анализ влияния диаметра Dна теплообмен перед обтекаемым телом. Показано, что расстояние от передней кромки тела до точки отрыва пограничного слоя, отнесенное к диаметру, остается постоянным. Авторами работы [10] проведено численное моделирование для тех же параметров, что и в

Рис. 1. Схематическое представление постановки задачи.



Рис. 2. Расчетная область.

работе из [9], и показано, что возникающее течение является нестационарным: в потоке возникают квазипериодические колебания, соответственно распределение теплового потока на поверхности пластины также имеет квазипериодический характер.

В работе [11] исследуется течение при числе Маха 14 и Re = 8000, проводится сравнение с экспериментальными данными. В дальнейших последующих работах тех же авторов [12,13] проводится детальное исследование влияния угла скоса (sweep angle) на структуру потока и теплообмен. Показано, что при обтекании наклонного тела (угол скоса 22.5°) область отрыва уменьшается примерно в 2 раза, и примерно в 3 раза уменьшается значение локального максимума давления на поверхности обтекаемого тела.

Основная часть опубликованных работ по данной тематике посвящена исследованиям гиперзвукового течения. Случай с умеренными числами Маха изучен недо-

статочно. В настоящей работе представляются результаты численного моделирования обтекания сверхзвуковым потоком модельной конфигурации — полубесконечного удлиненного цилиндрического тела с диаметром затупленной части *D*, установленного на пластине длиной *L*, вдоль которой развивается пограничный слой (рис. 1). Проводится исследование влияния определяющих параметров задачи на структуру течения и теплообмен, а именно влияния числа Маха, числа Рейнольдса, температурного фактора и длины пластины.

# 1. Параметры постановки задачи

Расчетная область для рассматриваемой задачи сверхзвукового обтекания удлиненного цилиндрического тела, установленного на пластине, вдоль которой развивается ламинарный пограничный слой, показана на рис. 2. Течение предполагается симметричным, и расчетная область охватывает только половину исходной конфигурации. Размеры области: R = 15D, H = 10D, L = 8D, где D диаметр затупленной части тела. Основная серия расчетов проводилась для пластины длиной  $L_{plate} = 30D$ , для исследования влияния толщины набегающего пограничного слоя рассматривались также пластины длинами 12D и 50D.

В рамках используемой модели вязкого совершенного газа рассматриваемое течение определяется следующим набором безразмерных параметров: числом Маха набегающего потока М, числом Рейнольдса Re, числом Прандтля Pr, температурным фактором  $T_w/T_\infty$ , относительной длиной пластины  $L_{plate}/D$  и показателем адиабаты  $\gamma$ .

В настоящей работе численные решения получены при задании теплофизических параметров воздуха:  $\Pr = 0.71, y = 1.4$ , остальные параметры варьировались; в табл. 1 приведены наборы параметров, для которых проводились расчеты.

На входной границе расчетной области задается однородный поток, на поверхности тела и пластине задаются условия прилипания. Поверхность тела и пластины поддерживаются при постоянной температуре  $T_w$ . При расчетах с разными числами Маха температура стенки задавалась равной половине адиабатической температуры. На боковых и верхних границах задаются неотражающие граничные условия, на выходе — условие нулевого градиента.

## 2. Вычислительные аспекты

Для расчетов использовался конечно-объемный неструктурированный программный код SINF/Flag-S, разрабатываемый на кафедре "Гидроаэродинамика, горение и теплообмен" Санкт-Петербургского политех-нического университета Петра Великого.

Решались полные трехмерные уравнения Навье-Стокса для термически и калорически совершенного газа.

N⁰	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
M	5	5	5	5	4	6	5	5	5	5
Re	2000	4000	8000	12 000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
$L_{plate}/D \ T_{\mathrm{w}/T_{\infty}}$	30	30	30	30	30	30	12	50	30	30
	2.59	2.59	2.59	2.59	1.84	3.51	2.59	2.59	1.5	4

Таблица 1. Значения определяющих параметров

Зависимость коэффициента вязкости от температуры определялась формулой Сазерленда.

Детально численный метод для решения рассматриваемой задачи описан в [19]. Для расчетов конвективных потоков на гранях контрольных объемов использовалась схема AUSM [20]. Второй порядок точности достигался за счет использования MUSCL-похода [21], с применением TVD [22] ограничителя van Albada [23] для монотонизации решения. Обобщение TVD-подхода на случай неструктурированных сеток реализовано на основе подхода, развитого в работах [24,25].

Для получения стационарного сошедшегося решения использовался метод установления по псевдовремени в сочетании с неявной схемой "в приращениях".

Для расчетов использовалась квазиструктурированная сетка, содержащая 8.75 млн. ячеек (для пластины длиной 30*D*). Сведения о параметрах сетки, обеспечивающих получение аккуратного, практически не зависящее от сетки решения, даны в [19].

Для проведения расчетов использовались вычислительные ресурсы суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (www.scc.spbstu.ru).

# 3. Результаты расчетов и их обсуждение

#### 3.1. Характерная структура потока

Общий вид численного решения, полученного для набора параметров под номером 2 (табл. 1), представлен на рис. 3: показаны объемные линии тока и распределение числа Стэнтона на поверхности обтекаемого тела и пластины. Число Стэнтона вычисляется по формуле

$$St = \frac{q_w}{\rho V C_p (T_{aw} - T_w)}, \quad T_{aw} = T_\infty \left(1 + r \, \frac{\gamma - 1}{2} \, M^2\right),\tag{1}$$

где  $r = \sqrt{\Pr}$  коэффициент восстановления.

В целом структура рассчитанного поля течения аналогична описанной ранее авторами работ [9–13], в которых решения получены для больших значений числа Маха. Перед телом образуется головной скачок уплотнения, который, взаимодействуя с пограничным слоем, вызывает отрыв последнего. Зона отрыва индуцирует косые волны сжатия, которые пересекаются с головным скачком. Внутри отрывной области возникают зоны



Рис. 3. Картина линий тока и распределение числа Стэнтона на поверхности тела и пластины.

сверхзвуковых скоростей и местные волны уплотнения, приводящие к повторному отрыву пристенного течения. В результате перед телом формируется протяженная отрывная область с цепочкой вихревых образований, каждое из которых становится "головой" огибающего тело подковообразного вихря.

Вследствие данной структуры потока на поверхности пластины и тела возникают области локального повышения теплоотдачи. Приведенное на рис. З распределение числа Стэнтона показывает, что максимум теплоотдачи наблюдается на поверхности тела в точке растекания потока. На поверхности пластины также формируется неоднородное распределение теплового потока, здесь локальные максимумы теплоотдачи наблюдаются в области между подковообразными вихрями — там, где поток натекает на пластину.

Детальная структура потока в плоскости симметрии показана на рис. 4, где приведено поле модуля градиента плотности в сочетании с картиной линий тока, а также представлены распределения числа Стэнтона вдоль линии симметрии на поверхности пластины и вдоль лобовой линии на теле.

В отрывной области отчетливо видно формирование четырех подковообразных вихрей: углового вихря *a*, основного и вторичного подковообразных вихрей *b* и *c*, между которыми образуется еще один вихрь *d* с противоположным направлением вращения, при этом его ось расположена ближе к пластине. Распределение числа Стэнтона вдоль линии симметрии на пластине содержит



**Рис. 4.** Поле градиента плотности и линии тока в плоскости симметрии, распределение числа Стэнтона вдоль линии симметрии на пластине и на лобовой линии на теле.

два локальных максимума, положение которых определяется общей вихревой структурой отрывной области. При взаимодействии с телом часть потока разворачивается по направлению к пластине, что приводит к формированию основного подковообразного вихря *b*, при этом поток здесь достигает сверхзвуковых скоростей. В результате в области между вихрями *a* и *b*, там, где происходит натекание этой части потока на пластину, наблюдается резкое увеличение теплоотдачи.

Вихри, заполняющие отрывную область, индуцируют возникновение косых волн уплотнения, которые при взаимодействии с головным скачком уплотнения приводят к изгибу его фронта в сторону обтекаемого тела. На рис. 4 отчетливо видно формирование двух косых волн уплотнения, которые взаимодействуют с головным скачком уплотнения на высоте  $Z/D \approx 1.75$  и  $Z/D \approx 1.25$ , и примерно на той же высоте наблюдаются локальные максимумы теплоотдачи на поверхности.

# 3.2. Изменения в структуре потока при варьировании параметров задачи

Проведенные расчеты для различных наборов определяющих параметров показывают, что общая картина течения в области соединения тела и пластины получается схожей по структуре для всех вариантов: наблюдается обширная отрывная область перед телом, головной скачок уплотнения, а также косые волны уплотнения, формирующиеся при обтекании отрывной области. Аналогично работе [14] данная общая структура течения в плоскости симметрии может быть изображена схематично в виде, представленном на рис. 5.

Однако в деталях картины течения, рассчитанные при различных наборах параметров, могут отличаться весьма существенно как в отношении вихревой структуры в отрывной области, так и по ударно-волновой картине. На рис. 6, *а-е* приведены поля модуля градиента плотности и картины линий тока в плоскости симметрии для десяти рассмотренных вариантов. В табл. 2 приведены отдельные представительные характеристики полученных решений. Согласно обобщенной схеме (рис. 5), рассчитанное течение может характеризоваться следующими величинами: относительным расстоянием головного скачка уплотнения до тела (B/D), высотой расположения "тройной точки" (h<sub>tp</sub>/D), являющейся точкой пересечения головного скачка уплотнения и первого косого скачка, толщиной пограничного слоя, которая наблюдалась бы в месте присоединения тела к пластине в случае его отсутствия  $(\delta/D)$ , длиной отрывной области L<sub>s</sub>/D и количеством явно выраженных подковообразных вихрей  $(N_{\text{vortex}})$ .

Положение головного скачка уплотнения на удалении от пластины (B/D) зависит только от числа Маха. Полученные нами результаты хорошо согласуются с зависимостью (2) из [26], при этом наилучшее совпадение наблюдается для наибольшего числа Рейнольдса:

$$\frac{B}{D} = 0.19 + \frac{1.2}{M^2 - 1} + \frac{0.7}{(M^2 - 1)^2}.$$
 (2)

Из рис. 6, a-d можно видеть, что увеличение числа Рейнольдса приводит к повышению интенсивности косых волн уплотнения. Отрывная область при этом становится тоньше, т.е. больше "прижимается" к поверхности пластины, и в результате уменьшается высота расположения тройной точки. Длина отрывной области увеличивается, так же как и количество подковообразных вихрей. Основной подковообразный вихрь, отчетливо наблюдаемый при Re = 2000 и 4000, при увеличении Re отодвигается дальше от тела, и на его месте возникает еще один вихрь, а также между ними начинает формироваться вихрь с противоположным направлением



**Рис. 5.** Обобщенная схема течения в плоскости симметрии для области перед обтекаемым телом.

N⁰	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B/D	0.258	0.252	0.246	0.242	0.276	0.24	0.252	0.252	0.246	0.258
$\delta/D$	1.36	0.98	0.68	0.55	0.71	1.29	0.63	1.26	0.766	1.23
$h_{ m tp}/D$	1.92	1.8	1.79	1.75	1.88	1.9	1.3	2.1	1.6	2.12
$L_{\rm s}/D$	3.44	4.06	4.95	5.28	4.31	3.91	3.22	4.45	4.05	4.18
$N_{\rm vortex}$	3	4	6	7	5	4	4	4	4	4

Таблица 2. Характеристики течения, рассчитанные при разных наборах определяющих параметров



**Рис. 6.** Поле модуля градиента плотности и линии тока в плоскости симметрии; *а*-*j* соответствуют вариантам расчета 1–10 из табл. 1.



**Рис. 7.** Распределение числа Стэнтона вдоль линии симметрии (слева) и на поверхности тела (справа): влияние числа Рейнольдса (*a*), влияние числа Маха (*b*), влияние температурного фактора (*c*), влияние длины пластины (*d*).

вращения. Здесь следует отметить, что при дальнейшем увеличении числа Рейнольдса такая вихревая структура становится неустойчивой, и сошедшегося стационарного решения получить не удается.

При фиксированной длине пластины уменьшение числа Маха приводит к тому же результату, что и увеличение числа Рейнольдса: длина отрывной области увеличивается, при этом сама область становится тоньше и основной подковообразный вихрь отодвигается дальше от тела. Это можно объяснить тем, что в обоих случаях варьирование чисел Маха и Рейнольдса приводит в первую очередь к изменению толщины пограничного слоя. При дальнейшем уменьшении числа Маха вихревая структура становится неустойчивой, реализуется нестационарный режим обтекания.

При уменьшении температурного фактора в целом наблюдаются аналогичные тенденции, поскольку в этом случае толщина пограничного слоя также уменьшается. Однако механизм перестроения отрывной области в данном случае другой. Несмотря на то, что длина отрывной области увеличивается, и область становится тоньше, число вихрей, наоборот, уменьшается. Отчетливо наблюдаемый для больших значений температурного фактора вихрь, расположенный между основным и вторичным вихрями (аналогичный вихрю *d* на рис. 4), исчезает в случае  $T_w/T_{\infty} = 1.5$ . Таким образом, зависимость между длиной отрывной области и количеством вихрей не является монотонной.

Изменение длины пластины приводит к тому, что меняется толщина натекающего на препятствие пограничного слоя. Однако в этом случае структура потока, получающаяся для всех вариантов, очень похожа: сохраняется число вихрей и их размеры относительно друг друга, меняются только размеры отрывной области и положение тройной точки  $h_{\rm tp}$ , в соответствии с этим меняется положение косых волн уплотнения.

#### 3.3. Характеристики теплообмена

На рис. 7 приведены распределения числа Стэнтона вдоль линии симметрии на пластине и вдоль лобовой линии на теле для всех рассмотренных вариантов. Иллюстрируется влияние на локальный теплообмен числа Рейнольдса (рис. 7, a), числа Маха (рис. 7, b), температурного фактора (рис. 7, c) и длины пластины (рис. 7, d). С другой стороны, общий анализ рис. 7 подтверждает выводы о структуре течения, сделанные ранее на основе анализа полей.

Как отмечалось выше, наличие локальных максимумов в распределении числа Стэнтона на пластине вдоль линии симметрии связано с формированием вихрей в отрывной области — локальное увеличение теплообмена наблюдается в области между вихрями, там, где поток "прижимается" к пластине. Можно отметить, что положение наибольшего локального максимума слабо зависит от числа Рейнольдса. Несмотря на то что при увеличении числа Рейнольдса главный подковообразный вихрь смещается дальше от тела, в том же месте образуется другой вихрь, который приводит к такому же повышению теплоотдачи. В соответствии с количеством вихрей при Re = 8000 и 12000 наблюдается больше локальных максимумов. В распределении числа Стэнтона вдоль лобовой линии для Re = 2000 наблюдается один локальный максимум, для больших чисел Рейнольдса локальных максимумов два, и чем больше число Рейнольдса, тем меньше величина этих максимумов и тем ближе к пластине они располагаются; это соответствует и тому, что уменьшается высота расположения тройной точки.

Как видно из рис. 7, b, c, аналогичные тенденции наблюдаются при уменьшении числа Маха и уменьшении температурного фактора, что подтверждает сделанные ранее выводы. Положение наибольшего локального максимума на пластине слабо зависит от параметров задачи. Однако можно отметить некоторую тенденцию, а именно — во всех случаях положение максимума смещается в сторону от тела при изменении параметров, соответствующих увеличению толщины пограничного слоя, при этом величина максимума может как уменьшаться (рис. 7, b), так и не меняться (рис. 7, c). Анализ распределений числа Стэнтона вдоль лобовой линии на теле показывает, что при увеличении толщины набегающего пограничного слоя величина локального максимума увеличивается и его положение смещается дальше от пластины.

191

В случае, когда при сохранении всех параметров меняется только длина пластины, полученные распределения числа Стэнтона оказываются подобными, т.е. имеют очень схожую форму и одинаковое количество локальных максимумов. Для пластины L = 12D на поверхности тела наблюдается максимум, соответствующий взаимодействию косого скачка уплотнения, формирующегося от начала пластины при обтекании пограничного слоя, с головным скачком уплотнения.

#### Заключение

Рассмотрена задача о взаимодействии сверхзвукового течения вязкого газа с удлиненным затупленным телом, установленным на пластине, вдоль которой развивается ламинарный пограничный слой. Проанализирована структура течения, формирующегося при обтекании рассмотренной конфигурации. Существенно трехмерное течение характеризуется ярким проявлением эффектов вязко-невязкого взаимодействия. Возникающая перед телом отрывная область имеет сложную вихревую структуру: вокруг тела формируется семейство подковообразных вихрей, что приводит к сильно неоднородному распределению теплового потока на пластине. Обтекание отрывной области сверхзвуковым потоком индуцирует возникновение косых волн уплотнения, взаимодействие которых с головным скачком приводит к формированию струи газа, вызывающей локальное увеличение теплового потока на поверхности тела.

Получено семейство решений для различных значений определяющих параметров. Проанализировано влияние на вихревую структуру и теплообмен изменения числа Рейнольдса, числа Маха, температурного фактора, длины пластины перед обтекаемым телом.

В случае пластины неизменной длины определяющим параметром, влияющим на структуру потока, является толщина натекающего на препятствие пограничного слоя. При варьировании параметров, которое приводит к уменьшению толщины набегающего пограничного слоя, длина отрывной области перед телом увеличивается, поток больше "прижимается" к поверхности пластины, т. е. отрывная область становится тоньше. Вихревая структура при этом зависит от факторов, под действием которых набегающий пограничный слой становится тоньше. В случае изменения чисел Маха и Рейнольдса тенденции схожи: количество вихрей увеличивается, а в случае изменения температурного фактора, наоборот, уменьшается, и они становятся более вытянутыми. Расчеты при фиксированных динамических параметрах, но для пластины разной длины, показывают, что картина качественно получается весьма схожей: сохраняется число вихрей и их размеры друг относительно друга, меняются только размеры отрывной области в целом.

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

#### Список литературы

- [1] Войтенко Д.М., Зубков А.И., Панов Ю.А. // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1966. № 1. С. 121.
- [2] Адуевский В.С., Медведев К.И. // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1967. № 1. С. 25–34.
- [3] *Тетерин М.П.* // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1967. № 2. С. 143–147.
- [4] Dolling D.S., Bogdonoff S.M. // AIAA J. 1982. Vol. 20. N 12.
   P. 1674–1680.
- [5] Ozcan O., Holt M. // AIAA J. 1984. Vol. 22. N 5. P. 611-617.
- [6] Lakshmanan B., Tiwari S.N. // J. Aircraft. 1994. Vol. 31. N 1. P. 64–71.
- [7] Wiedermann A. // Fluid Dynamics Res. 1997. Vol. 21. P. 221– 232.
- [8] Oliveira M., Liu C. // 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. 2010. DOI: 10.2514/6.2010-874
- [9] Tutty O.R., Roberts G.T., Schuricht P.H. // J. Fluid Mechan. 2013. Vol. 737. P. 19–55.
- [10] Zhuanga Y.Q., Lua X.Y. // Proced. Engineer. 2015. Vol. 126.
   P. 134–138. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.11.195
- [11] Mahsa Mortazavi // AIAA 2017-0536. 2017. DOI: 10.2514/6.2017-0536
- [12] Mahsa Mortazavi. Doyle Knight. Numerical Simulation of Shock Wave/Laminar Boundary Layer Interaction Over a Blunt Geometry // EUCASS2017-65. 2017.
- [13] Mahsa Mortazavi, Doyle Knight. Numerical Investigation of the Effect of the Sweep Angle of a Cylindrical Blunt Fin on the Shock Wave/Laminar Boundary Layer Interaction in a Hypersonic Flow // 47th AIAA Fluid Dynamics Conference. 2017.
- [14] Lindörfer S.A., Combs C.S., Kreth P.A., Schmisseur J.D. // AIAA. Paper 2017-0534. 2017.
- [15] Borovoy V., Mosharov V., Radchenko V., Skuratov A. // 7th European Conference for Aeronautics and Space Sciences (EUCASS). 2017. Report 2017-63. P. 1–8.
- [16] Babinsky H., Harvey J.K. Shock wave/boundary-layer interactions. Cambridge: Cambridge University Press, 2011. 461 p.
- [17] Gaitonde D.V. // Prog. Aerosp. Sci. 2015. Vol. 72. P. 80-99.
- [18] Dolling D.S. // AIAA J. 2001. Vol. 39. N 8. P. 1517–1531.

- [19] Колесник Е.В., Смирнов Е.М., Смирновский А.А. // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физ.-мат. науки. 2019. Т. 12. № 2. С. 7–22. DOI: 10.18721/JPM.12201
- [20] Liou M.S., Steffen C.J. // J. Comput. Phys. 1993. Vol. 107. N 1. P. 23–39.
- [21] Van Leer B. // J. Comput. Phys. 1979. Vol. 32. N 1. P. 101– 136.
- [22] Harten A. // J. Comput. Phys. 1983. Vol. 49. N 3. P. 357–393.
- [23] Van Albada G.D., Van Leer B., Roberts W.W. // Astronom. Astrophys. 1982. Vol. 108. N 1. P. 76–84.
- [24] Le Touze C., Murrone A., Guillard H. // J. Comput. Phys. 2015. Vol. 284. P. 389–418.
- [25] Бахвалов П.А., Козубская Т.К. // Математическое моделирование. 2016. Т. 28. № 3. С. 79–95.
- [26] Amick J.L. Pressure measurements on sharp and blunt 50 and 150 half cone at Mach number 3.86 and angles of attack to 1000. // NASA TN D-173. 1961.