

Характеристики поглощения электромагнитных волн в цилиндрических черных дырах с положительным и отрицательным показателями преломления

© Я.И. Чижевская¹, С.П. Скобелев^{1,2,†}

¹ Московский физико-технический институт (ГУ),
141700 Долгопрудный, Россия

² ПАО „Радиофизика“,
125363 Москва, Россия

† e-mail: s.p.skobelev@mail.ru

Поступила в редакцию 11.03.2019 г.

В окончательной редакции 28.05.2019 г.

Принята к публикации 11.06.2019 г.

Рассмотрена задача рассеяния плоской электромагнитной волны на цилиндрических „черных дырах“ с радиальным профилем диэлектрической и магнитной проницаемостей оболочки в виде $\varepsilon(\rho) = \mu(\rho) \sim 1/\rho^2$ и постоянными проницаемостями в центральной области. Задача в строгой постановке решается как аналитически для основной модели поглотителя, так и численно с использованием одномерного метода конечных элементов для модифицированной модели. Приведены результаты, полученные для эффективности поглощения, радиолокационного поперечного сечения рассеяния и распределения поля в цилиндре. Показано, что эффективность поглощения цилиндра с отрицательным показателем преломления при реалистичных значениях параметров цилиндра остается выше эффективности поглощения аналогичного цилиндра с положительным показателем преломления. Однако указанное преимущество не так велико, как преимущество по сравнению с эффективностью поглощения черного тела, предсказанное в предыдущих публикациях при экстремально низких потерях у поверхности цилиндра и экстремально высоких значениях отрицательных проницаемостей и потерь в центральной области, радиус которой стремится к нулю.

Ключевые слова: уравнения Максвелла, функции Бесселя, рассеяние, черное тело.

DOI: 10.21883/OS.2019.12.48698.100-19

Введение

Разработка широкополосных поглощающих элементов, обладающих высокой эффективностью поглощения для любого направления прихода электромагнитной волны, представляет большой интерес для ряда технических приложений, включая средства ослабления перекрестных помех между оптоэлектронными устройствами и радиоканалами, фотоэлектрические солнечные батареи и радиопоглощающие покрытия для безэховых камер.

Одним из перспективных типов поглощающих элементов, обладающих свойствами, указанными выше, является так называемая оптическая (или электромагнитная) черная дыра, предложенная в [1]. Цилиндрический вариант [1] состоит из центрального однородного диэлектрического цилиндра с комплексной диэлектрической проницаемостью и неоднородной диэлектрической оболочки без потерь с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\rho) = (a/\rho)^2$, где a — внешний радиус цилиндра и ρ — радиальная координата. Последующие исследования поглотителя такого типа были проведены в работах [2–5]. В недавней работе [6] был рассмотрен модифицированный вариант поглотителя, в котором обеспечивается непрерывность проницаемости на

границе оболочки и центральной части при сохранении непрерывности проницаемости на внешней границе.

Еще один вариант, названный его авторами фотонной черной дырой, с проницаемостью $\varepsilon(\rho) = (a/\rho)^\alpha$ в общем виде был исследован в работе [7], где, в частности, была рассмотрена фотонная ловушка, соответствующая параметру $\alpha > 2$.

Наконец, авторы работы [8] предложили радикально неоднородный поглотитель, который в отличие от предыдущих чисто диэлектрических поглотителей (с относительной магнитной проницаемостью $\mu = 1$) использует оболочку с проницаемостями $\varepsilon(\rho) = \mu(\rho) = (-1 + i\delta)a^2/\rho^2$, где δ — параметр, определяющий потери (соответствующий зависимости от времени $e^{-i\omega t}$). Как мы видим, действительные части диэлектрической и магнитной проницаемости среды указанного поглотителя являются отрицательными. Такие среды, показатель преломления которых также является отрицательным, обладают рядом свойств, описанных в работе [9]. Как показано в [8], применение такой среды в предположении очень малых значений δ и очень малого радиуса центральной области позволяет теоретически получать эффективную площадь сечения поглощения, многократно превышающую классический предел для черных тел больших размеров.

Цель настоящей работы — исследование цилиндрического поглотителя с проницаемостями [8] при реалистических значениях параметра потерь и радиуса центральной области, а также его модификации, в которой обеспечивается непрерывность мнимой части проницаемостей на внешней поверхности, как это сделано в [6]. Кроме того, результаты для черной дыры типа [8] будут сопоставлены с результатами для аналогичной черной дыры из материала с положительным показателем преломления.

Геометрооптический анализ

Прежде чем приступить к строгому электродинамическому анализу цилиндрического поглотителя типа [8], представляется полезным рассмотреть его свойства с точки зрения геометрической оптики. Рассмотрим радиально неоднородный цилиндр с показателем преломления $n(\rho) = a^2/\rho^2$, расположенный в декартовых координатах x, y и z , как показано на рис. 1. Пусть один из лучей, параллельных оси x , приходит на поверхность цилиндра в точке A . Траекторию дальнейшего прохождения луча в цилиндре можно определить из уравнения [10,11]

$$\varphi(\rho) = \varphi_A - \int_{\rho}^a \frac{h dr}{r \sqrt{r^2 n^2 - h^2}}, \quad (1)$$

где $h = a \sin \psi$ — постоянная луча [10,11] и $\psi = \pi - \varphi_A$ (рис. 1). Подставляя функцию показателя преломления, указанную выше, в (1), получим уравнение траектории в виде

$$\rho = -a \frac{\sin(\varphi + 2\psi)}{\sin \psi}. \quad (2)$$

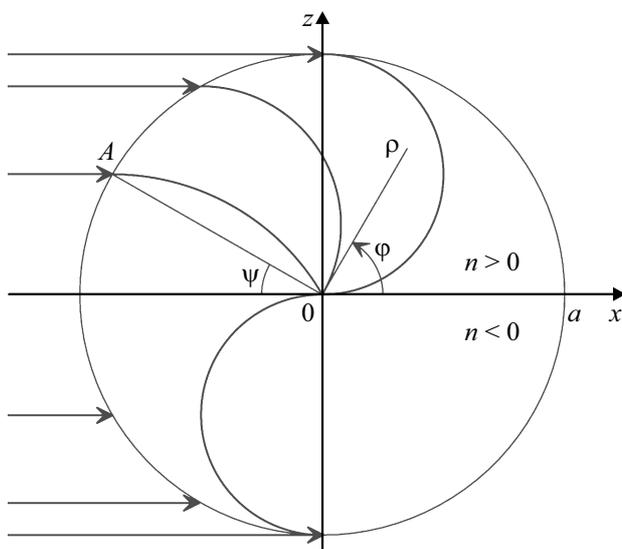


Рис. 1. Траектории лучей в цилиндре с положительным и отрицательным показателем преломления без потерь.

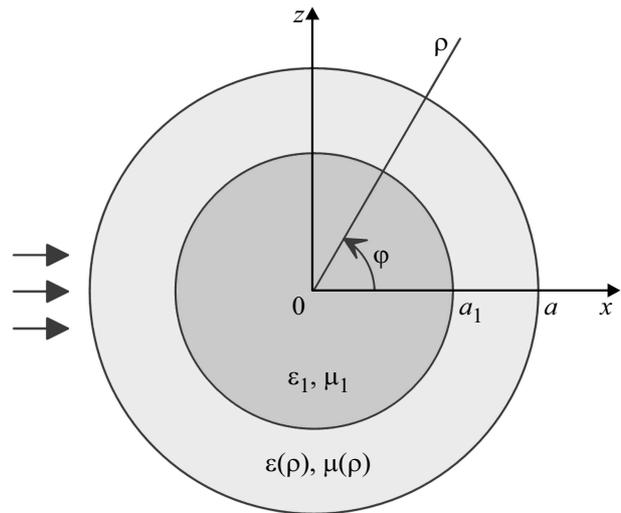


Рис. 2. Поперечное сечение цилиндра.

Учитывая, что $\sin \varphi = z/\rho$, $\cos \varphi = x/\rho$ и $\rho^2 = x^2 + z^2$, преобразуем (2) в выражение

$$\left(\frac{x}{a} + \cos \psi\right)^2 + \left(\frac{z}{a} + \frac{\cos 2\psi}{2 \sin \psi}\right)^2 = \frac{1}{4 \sin^2 \psi}, \quad (3)$$

которое представляет собой уравнение окружности, радиус и координаты центра которой определяются формулами

$$\frac{\rho_0}{a} = \frac{1}{2 \sin \psi}, \quad \frac{x_0}{a} = -\cos \psi, \quad \frac{z_0}{a} = -\frac{\cos 2\psi}{2 \sin \psi} \quad (4)$$

соответственно.

Примеры траекторий лучей, описываемых уравнением (3), для $\psi = \pi/6, \pi/3$ и $\pi/2$ показаны на рис. 1 выше оси x . Они соответствуют цилиндру с положительным показателем преломления. Траектории для случая отрицательного показателя преломления легко получить путем зеркального отражения траекторий для положительного показателя относительно прямых, проходящих через точки входа лучей и ось цилиндра. Можно заметить, что круговые траектории, построенные указанным образом, приходят к оси цилиндра по касательной к оси x . Таким образом, в отличие от случая положительного показателя преломления лучи приходят в центр цилиндра с одного направления, а центры их круговых траекторий лежат на оси z . Примеры траекторий для случая отрицательного показателя преломления показаны на рис. 1 ниже оси x .

Строгая постановка задачи, представление полей и сшивание полей на границах

Рассмотрим теперь поглощающий элемент в виде бесконечного кругового цилиндра, поперечное сечение

которого показано на рис. 2. Цилиндр имеет внешний радиус a и считается однородным в направлении оси $у$. Он состоит из центральной цилиндрической части радиуса a_1 и неоднородной внешней оболочки. Профиль относительной диэлектрической проницаемости и относительной магнитной проницаемости последней зададим в виде

$$\varepsilon(\rho) = \mu(\rho) = \alpha \frac{a^2}{\rho^2} + \beta, \quad (5)$$

где $\alpha = \alpha_1 + i\delta$ и β — параметры, определяемые так, что $\alpha_1 = 1$ для обычной среды с положительным показателем преломления, $\alpha_1 = -1$ для среды с отрицательным преломлением как в [8], $\beta = 0$ соответствует наличию скачка мнимой части (5) на границе цилиндра со свободным пространством как в [8] и $\beta = -i\delta$ обеспечивает непрерывность мнимой части проницаемостей на границе как в [6]. Диэлектрическая и магнитная проницаемости в центральной области считаются постоянными и определяются как

$$\varepsilon_1 = \mu_1 = \alpha \frac{a^2}{a_1^2} + \beta, \quad (6)$$

что обеспечивает непрерывность проницаемостей на границе оболочки и центральной области.

Предполагается, что цилиндр возбуждается электромагнитной плоской волной единичной амплитуды с гармонической зависимостью от времени $e^{-i\omega t}$, распространяющейся в положительном направлении оси x . Падающая волна может быть поляризована как параллельно оси цилиндра, что соответствует случаю E -поляризации, так и перпендикулярно оси цилиндра, что соответствует случаю H -поляризации. Однако, поскольку относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости цилиндра согласно (5) и (6) считаются одинаковыми, решение для одной поляризации можно сразу использовать как решение для другой поляризации согласно хорошо известному принципу перестановочной двойственности. Поэтому ниже мы рассмотрим только один случай — случай E -поляризации, когда напряженность электрического поля падающей волны задается формулой

$$E_y(x, z) = e^{ikx} = e^{ik\rho \cos \varphi}, \quad (7)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число и λ — длина волны в свободном пространстве, и требуется определить поле, рассеянное цилиндром в свободном пространстве, поле внутри цилиндра, а также эффективность поглощения и эффективную площадь рассеяния цилиндра, которые представляют основной интерес.

Решение поставленной задачи начнем с представления полей. Напряженность полного электрического поля в свободном пространстве и в центральной области представим в виде суперпозиции цилиндрических волн

$$E_y(\rho, \varphi) = \sum_{q=0}^{\infty} [A_q J_q(k\rho) + R_q H_q^{(1)}(k\rho)] \cos(q\varphi) \quad (8)$$

для $\rho \geq a$, где $A_q = i^q(2 - \delta_{q0})$ — коэффициенты разложения поля падающей волны (7) по цилиндрическим волнам, δ_{q0} — символ Кронекера, R_q — неизвестные постоянные коэффициенты разложения рассеянного поля, $J_q(\dots)$ — функции Бесселя и $H_q^{(1)}(\dots)$ — функции Ханкеля первого рода порядка q , и

$$E_y(\rho, \varphi) = \sum_{q=0}^{\infty} T_q J_q(k_1\rho) \cos q\varphi \quad (9)$$

для $0 \leq \rho \leq a_1$, где T_q — неизвестные постоянные коэффициенты и $k_1 = k\varepsilon_1$ — волновое число в материале центральной части, записанное с учетом равенства проницаемостей (7).

Электрическое поле в неоднородной оболочке ($a_1 \leq \rho \leq a$) ищем в виде разложения в ряд Фурье

$$E_y(\rho, \varphi) = \sum_{q=0}^{\infty} E_q(\rho) \cos(q\varphi) \quad (10)$$

с неизвестными коэффициентами $E_q(\rho)$, зависящими от радиальной координаты. Электрические поля (8)–(10), а также поперечные составляющие напряженности соответствующих магнитных полей, определяемые из уравнений Максвелла по формуле

$$H_\varphi(\rho, \varphi) = -\frac{1}{i\omega\mu_a} \frac{\partial E_y(\rho, \varphi)}{\partial \rho}, \quad (11)$$

где $\mu_a = \mu_0$ для свободного пространства, $\mu_a = \mu_0\mu$ для оболочки, $\mu_a = \mu_0\mu_1$ для центральной части и μ_0 — магнитная постоянная для свободного пространства, должны быть непрерывны на цилиндрических поверхностях при $\rho = a$ и $\rho = a_1$. Указанные граничные условия дают следующие соотношения для коэффициентов разложения

$$E_q(a) = A_q J_q(ka) + R_q H_q^{(1)}(ka), \quad (12)$$

$$\frac{1}{\mu(a)} E_q'(a) = A_q k J_q'(ka) + R_q k [H_q^{(1)}(ka)]', \quad (13)$$

$$E_q(a_1) = T_q J_q(k_1 a_1), \quad (14)$$

$$E_q'(a_1) = T_q k_1 J_q'(k_1 a_1), \quad (15)$$

где штрихи у цилиндрических функций означают производные по всему аргументу. Кроме того, при выводе (15) учтено, что $\mu(a_1) = \mu_1$ согласно (5) и (6).

Аналитическое решение

Электрическое поле (10) в оболочке должно удовлетворять уравнению Гельмгольца, следующему из уравнений Максвелла. Подставляя (10) в указанное уравнение, получаем следующее обыкновенное дифференциальное уравнение для переменных коэффициентов

$$\frac{d}{d\rho} \left(\frac{\rho}{\mu(\rho)} \frac{dE_q}{d\rho} \right) + \left[k^2 \rho \varepsilon(\rho) - \frac{q^2}{\rho \mu(\rho)} \right] E_q = 0, \quad (16)$$

решение которого зависит от проницаемостей (5). В этом разделе мы рассмотрим вариант поглотителя с $\beta = 0$ в (5) и (6), который назовем базовым. Подставляя (5) в (16) и учитывая последнее равенство, получим уравнение

$$x^2 \frac{d^2 E_q}{dx^2} + 3x \frac{dE_q}{dx} + \left(\frac{\kappa^2}{x^2} - q^2 \right) E_q = 0, \quad (17)$$

где $x = \rho/a$ и $\kappa = \kappa a$. Делая в (17) замену переменной по формуле $x = 1/z$ и представляя решение в форме $E_q = zF(z)$, сводим (17) к уравнению Бесселя

$$\frac{d^2 F}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{dF}{dz} + \left(\kappa^2 - \frac{\nu^2}{z^2} \right) F = 0, \quad (18)$$

в котором $\nu = \sqrt{q^2 + 1}$. Представляя решение (18) в виде суммы функций Бесселя $J_\nu(z)$ и функций Неймана $Y_\nu(z)$ и делая обратную замену переменной, получим аналитическое решение уравнения (16) в виде

$$E_q(\rho) = \frac{a}{\rho} \left[C_q J_\nu \left(\frac{\kappa a}{\rho} \right) + D_q Y_\nu \left(\frac{\kappa a}{\rho} \right) \right], \quad (19)$$

где C_q и D_q — постоянные коэффициенты, подлежащие определению. Заметим, что хотя здесь и в одном из вариантов в [7] профили коэффициентов преломления цилиндра являются одинаковыми, соответствующие уравнения и их решения оказываются различными, так как в отличие от $\varepsilon(\rho) = a^4/\rho^4$ и $\mu(\rho) = 1$ в [7] мы рассматриваем случай одинаковых проницаемостей (5).

Используя теперь решение (19) в граничных соотношениях (12)–(15), получим систему четырех алгебраических уравнений с четырьмя неизвестными

$$-H_q^{(1)}(\kappa a)R_q + J_\nu(\kappa)C_q + Y_\nu(\kappa)D_q = A_q J_q(\kappa a), \quad (20)$$

$$[H_q^{(1)}(\kappa a)]'R_q + \frac{u_q(a)}{\kappa} C_q + \frac{w_q(a)}{\kappa} D_q = -A_q J_q'(\kappa a), \quad (21)$$

$$\frac{a}{a_1} J_\nu(\kappa_1)C_q + \frac{a}{a_1} Y_\nu(\kappa_1)D_q - J_q(k_1 a_1)T_q = 0, \quad (22)$$

$$u_q(a_1)C_q + w_q(a_1)D_q + k_1 a_1 J_q(k_1 a_1)T_q = 0, \quad (23)$$

где $\kappa_1 = \kappa a/a_1$,

$$u_q(\rho) = \frac{a}{\rho} \left[J_\nu \left(\frac{\kappa a}{\rho} \right) + \frac{\kappa a}{\rho} J_\nu' \left(\frac{\kappa a}{\rho} \right) \right], \quad (24)$$

$$w_q(\rho) = \frac{a}{\rho} \left[Y_\nu \left(\frac{\kappa a}{\rho} \right) + \frac{\kappa a}{\rho} Y_\nu' \left(\frac{\kappa a}{\rho} \right) \right]. \quad (25)$$

Аналитическое решение системы (20)–(23) здесь не приводится из-за его громоздкости. Указанную систему удобнее решать численно, например, в среде МАТЛАБ, запрограммировав ее матричные элементы и элементы правой части. Определив неизвестные коэффициенты разложения R_q, C_q, D_q и T_q в результате решения системы (20)–(23), мы можем далее рассчитать поля во

всех областях и, в частности, рассчитать эффективное поперечное сечение рассеяния [10]

$$\sigma(\varphi) = \lim_{\rho \rightarrow \infty} \left[2\pi\rho \frac{|E_y^s|^2}{|E_y^i|^2} \right] = \frac{2\lambda}{\pi} \left| \sum_{q=0}^{\infty} (-i)^q R_q \cos(q\varphi) \right|^2, \quad (26)$$

где E_y^i и E_y^s — падающее и рассеянное поля, соответствующие первому и второму слагаемым в сумме (1), а также эффективность поглощения [3]

$$Q_{abs} = -\frac{2}{ka} \left[\operatorname{Re} \left\{ \sum_{q=0}^{\infty} (-i)^q R_q \right\} + |R_0|^2 + \frac{1}{2} \sum_{q=0}^{\infty} |R_q|^2 \right], \quad (27)$$

где первое слагаемое в квадратных скобках соответствует сечению экстинкции (с обратным знаком), а остальные — сечению рассеяния.

Численное решение

В общем случае произвольного β в (5) и (6) задача может быть решена численно с использованием гибридного проекционного метода [6,11], включающего одномерный метод конечных элементов. Согласно [6,11], представим неизвестные переменные коэффициенты в (10) в виде разложений по конечному числу треугольных функций:

$$E_{1q}(\rho) = \sum_{n=1}^N E_{qn} f_n(\rho), \quad (28)$$

где E_{qn} — неизвестные постоянные коэффициенты разложения, N — число узлов, с координатами $\rho_n = a_1 + (n-1)\Delta$, $\Delta = (a-a_1)/(N-1)$ и $f_n(\rho)$ — треугольные функции с вершинами, расположенными в указанных узловых точках. Далее мы подставляем (28) в (16) и проектируем (16) на треугольные функции, т.е. умножаем (16) на и интегрируем произведение по ρ от a_1 до a . Интегрирование первого слагаемого в (16) по частям приводит к появлению слагаемых, содержащих $E_q'(a)$ и $E_q'(a_1)$, вместо которых мы подставляем выражения, полученные из (13) и (15) соответственно. В результате, учитывая (12) и (14), мы получаем следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$J_q(k_1 a_1)T_q - E_{q1} = 0, \quad (29)$$

$$-\frac{k_1 a_1}{\mu_1} J_q'(k_1 a_1)T_q \delta_{m1} + \sum_{n=1}^N Z_{mn} E_{qn} + ka [H_q^{(1)}(\kappa a)]' R_q \delta_{mN} = -ka J_q'(\kappa a) A_q \delta_{mN}, \quad (30)$$

$$E_{qN} - H_q^{(1)}(\kappa a)R_q = A_q J_q(\kappa a), \quad (31)$$

где $E_{q1} = E_q(a_1)$ и $E_{qN} = E_q(a)$, с матричными элементами

$$Z_{mn} = I_{mn}^{(1)} - q^2 I_{mn}^{(2)} - I_{mn}^{(3)}, \quad (32)$$

определяемыми интегралами

$$I_{mn}^{(1)} = k^2 \int_{a_1}^a f_m f_n \varepsilon(\rho) \rho d\rho, \quad (33)$$

$$I_{mn}^{(2)} = \int_{a_1}^a \frac{f_m f_n}{\rho \mu(\rho)} d\rho, \quad (34)$$

$$I_{mn}^{(3)} = \int_{a_1}^a \frac{df_m}{d\rho} \frac{df_n}{d\rho} \frac{\rho}{\mu(\rho)} d\rho \quad (35)$$

для $m = 1, 2, \dots, N$. Интегралы (33)–(35) для проницаемостей (5) допускают аналитические выражения, не приведенные здесь из-за громоздкости. Уравнения (29)–(31) составляют полную алгебраическую систему $N + 2$ -го порядка с трехдиагональной матрицей для каждого q . После ее численного решения для заданного числа фурье-гармоник, которое обычно должно быть порядка $2ka$ для обеспечения достаточно высокой точности решения, мы можем рассчитать поля в центральной области и в оболочке, а также рассеянное поле вне цилиндра, включая поперечное сечение рассеяния (26) и эффективность поглощения (27).

Реализация алгоритмов и результаты расчетов

Алгоритмы, описанные выше, были реализованы в нескольких компьютерных программах на языке МАТ-ЛАБ. Работа программ была проверена различными способами, описанными в [11]. Кроме того, программы, соответствующие аналитическому алгоритму и численному алгоритму для случая $\beta = 0$, дают одинаковые результаты при задании одинаковых параметров указанных цилиндров. Программы далее были использованы для моделирования поглощающих элементов при различных параметрах. Основное внимание было уделено расчетам эффективного сечения рассеяния (26) и эффективности поглощения (27). Результаты, полученные для эффективности поглощения (27) как функции радиуса цилиндра, представлены на рис. 3, *a* для $a_1/a = 0.5$ и на рис. 3, *b* для $a_1/a = 0.25$ при $\beta = 0$ и различных значений параметра δ , а также при $\alpha_1 = -1$ (поглотитель с отрицательным показателем преломления) и при $\alpha_1 = +1$ (поглотитель с положительным показателем преломления). Как мы видим, эффективность поглощения при меньших значениях δ и меньших значениях a характеризуется осцилляциями, объясняемыми переотражением волн между внутренней и внешней границами оболочки. Аналогичное поведение наблюдается и в других типах цилиндрических поглотителей [6]. Указанное взаимодействие уменьшается при увеличении a и уменьшении a_1/a из-за увеличения расстояния, которое проходят волны в среде с потерями. Можно

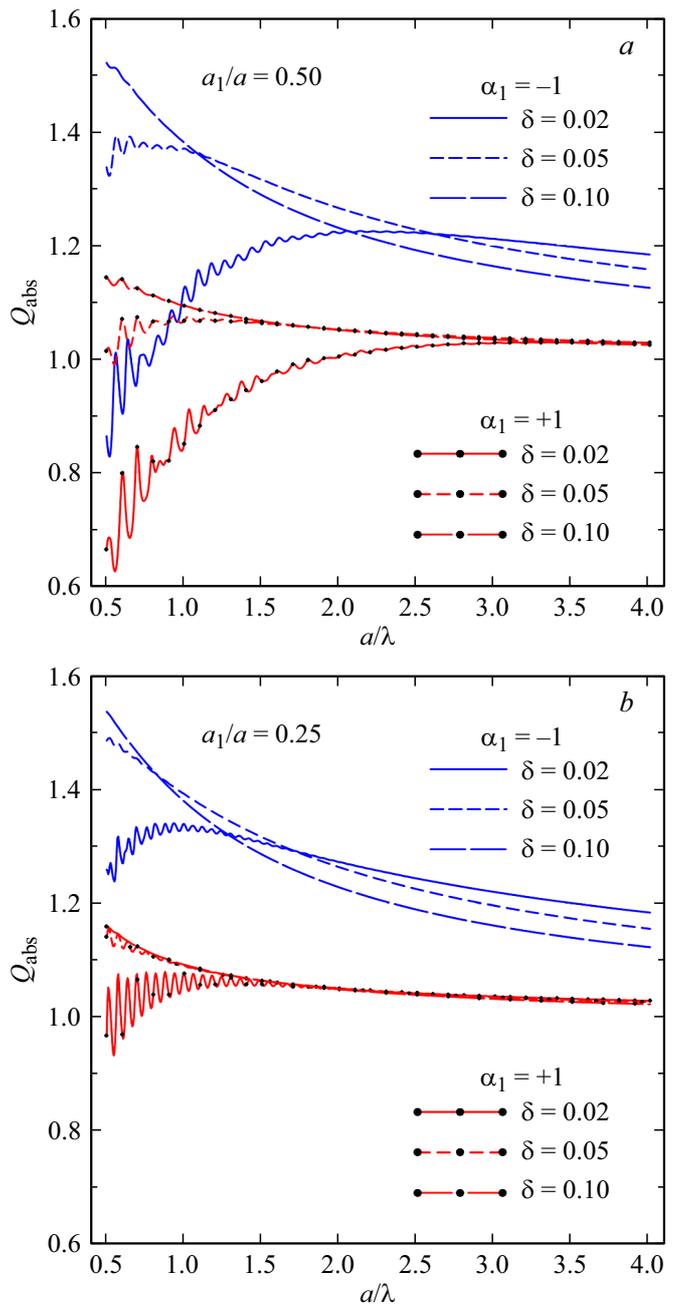


Рис. 3. Эффективность поглощения цилиндра с положительным и отрицательным показателем преломления для (а) $a_1/a = 0.5$ и (б) $a_1/a = 0.25$ при $\beta = 0$ и различных значениях параметра δ .

также заметить, что уменьшение δ в поглотителе с отрицательным показателем преломления приводит к повышению эффективности поглощения при увеличении радиуса цилиндра.

Мы также наблюдаем более высокую эффективность поглощения цилиндра с отрицательным показателем преломления по сравнению со случаем цилиндра с положительным показателем. Однако указанное преимущество при реалистических значениях δ и a_1/a , указанных

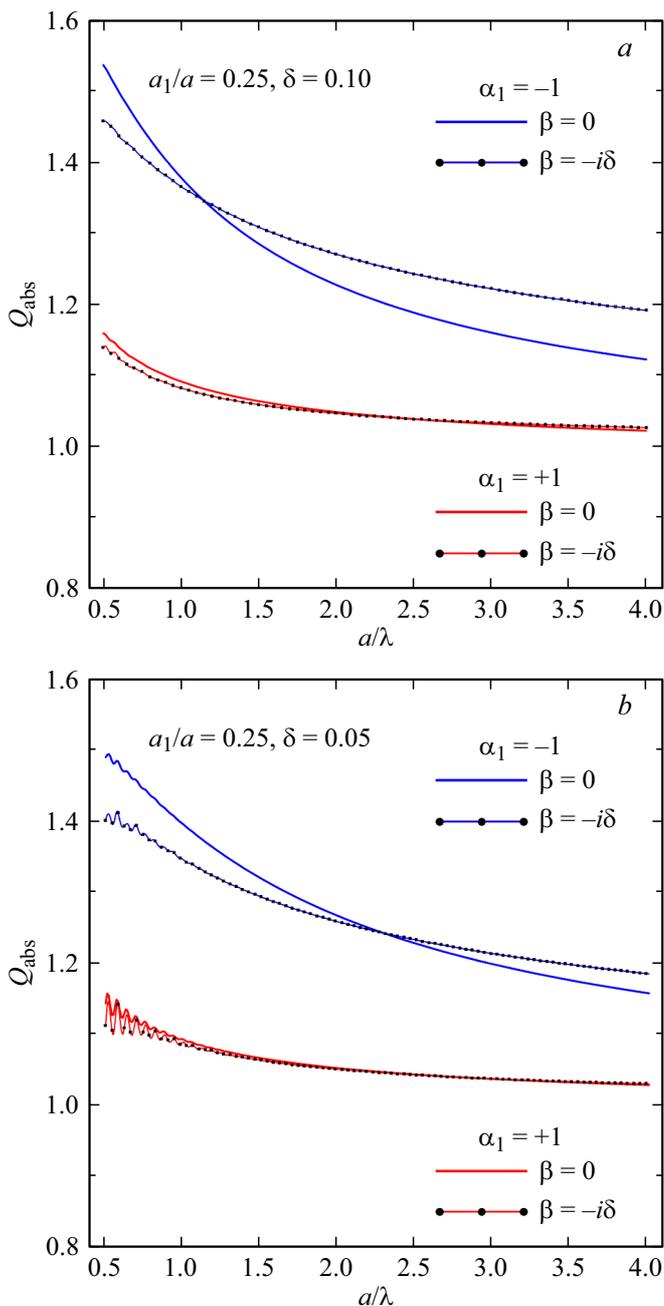


Рис. 4. Влияние согласования внешней поверхности на эффективность поглощения цилиндра при $\delta = 0.01$ (а) и $\delta = 0.05$ (б).

на рис. 3, не так существенно, как это может иметь место при очень малых значениях δ и a_1/a (10^{-4} и меньше) [8], которые трудно реализовать на практике.

Влияние согласования внешней поверхности оболочки со свободным пространством, достигаемого при $\beta = -i\delta$, на эффективность поглощения иллюстрируется на рис. 4, а для $\delta = 0.1$ и на рис. 4, б для $\delta = 0.05$ при $a_1/a = 0.25$. Полученные результаты показывают, что указанное влияние аналогично уменьшению δ при $\beta = 0$ (рис. 3). Мы также видим, что согласование внешней

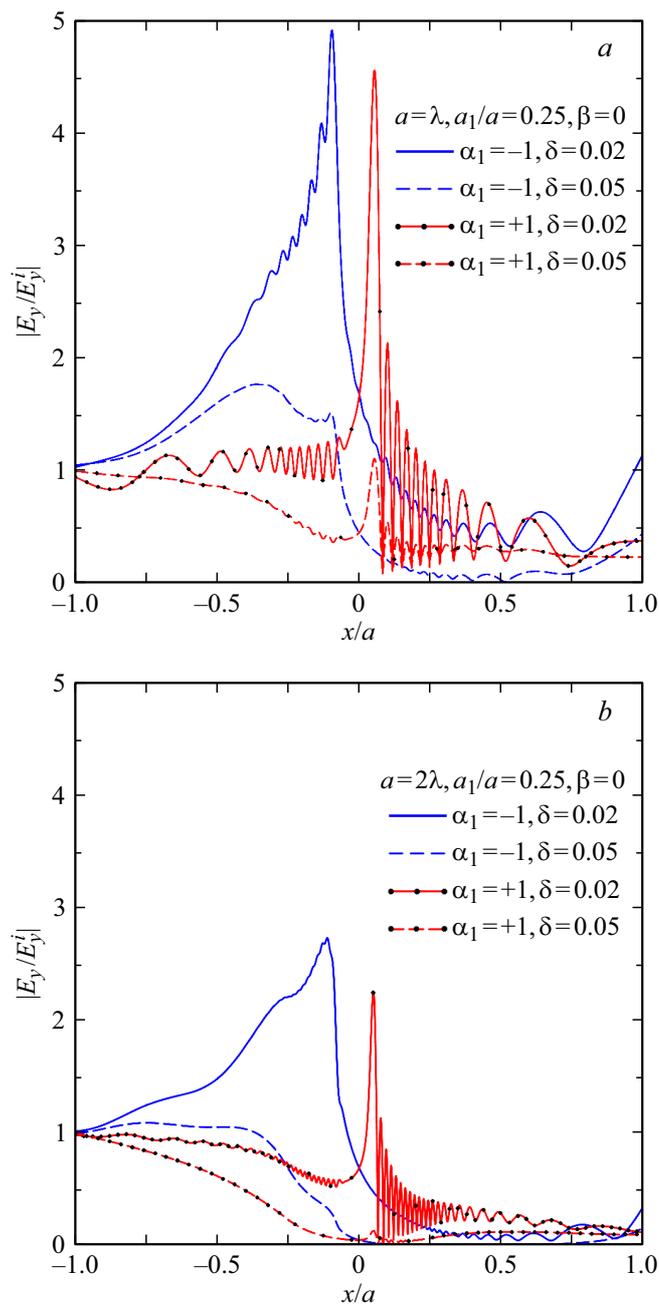


Рис. 5. Распределение поля на оси x в цилиндре радиуса $a = \lambda$ (а) и $a = 2\lambda$ (б) для $a_1/a = 0.25$, $\beta = 0$ и различных значений δ .

границы в случае цилиндра с положительным показателем преломления оказывает менее заметное влияние на эффективность поглощения.

Примеры распределения поля вдоль оси x в поглотителе приведены на рис. 5, а для $a = \lambda$ и на рис. 5, б для $a = 2\lambda$ при $a_1/a = 0.25$, $\beta = 0$ и различных значениях δ . Видно, что при $a = \lambda$ (рис. 5, а) и при малых потерях поле успевает сконцентрироваться в центральной области в соответствии с траекториями лучей, показанными на рис. 1. Увеличение радиуса цилиндра (рис. 5, б)

и потерь приводит к увеличению затухания волны в цилиндре и тем самым к снижению уровня поля в центральной области. Мы также видим, что уровень поля в левой части цилиндра с отрицательным показателем преломления оказывается выше, чем в случае аналогичного цилиндра с положительным показателем. Этот эффект объясняется более высокой плотностью лучевых траекторий вблизи оси x в первом случае по сравнению со вторым, как видно из рис. 1. Результаты, соответствующие случаю $\beta = -i\delta$, не сильно отличаются от результатов, показанных на рис. 5, и поэтому не приводятся.

Примеры диаграмм рассеяния (26), нормированных на λ и выраженных в децибелах, т.е. $10 \lg[\sigma(\varphi)/\lambda]$, для цилиндра с отрицательным и положительным показателем преломления при $a = 2\lambda$, $a_1/a = 0.25$, $\beta = 0$ и $\delta = 0.05$, приведены на рис. 6. Как мы видим, максимум, соответствующий сечению рассеяния вперед в случае цилиндра с отрицательным показателем преломления, имеет несколько более высокий уровень по сравнению со случаем цилиндра с положительным показателем. Уровни указанных максимумов как функции от радиуса цилиндра при значениях остальных параметров, указанных выше, приведены на рис. 7, где кривая, соответствующая цилиндру с отрицательным показателем преломления, идет примерно на 1.5 dB выше кривой, соответствующей цилиндру с положительным показателем. Приведенные результаты находятся в полном соответствии с результатами, полученными для эффективности поглощения (рис. 3), так как поглотитель с более высокой эффективностью поглощения создает более широкую тень [8] и, следовательно, более высокий теневой лепесток.

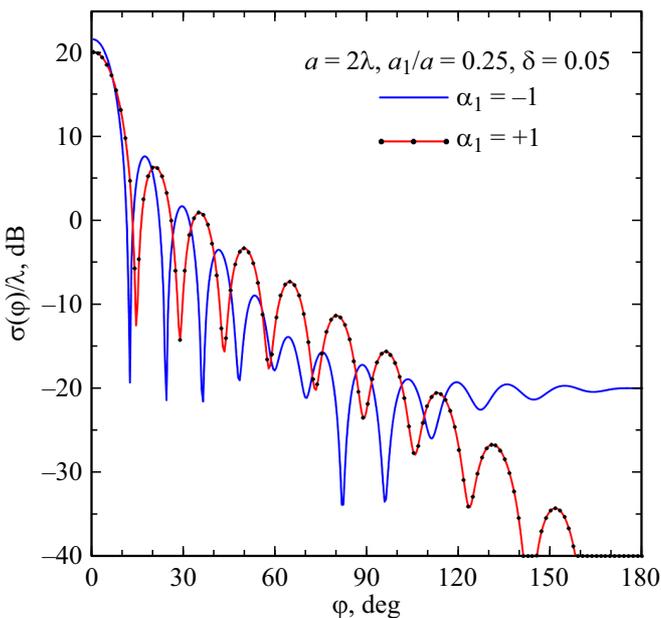


Рис. 6. Эффективное поперечное сечение рассеяния цилиндра (26) радиуса $a = 2\lambda$ с положительным и отрицательным показателем преломления при $a_1/a = 0.25$, $\beta = 0$ и $\delta = 0.05$.

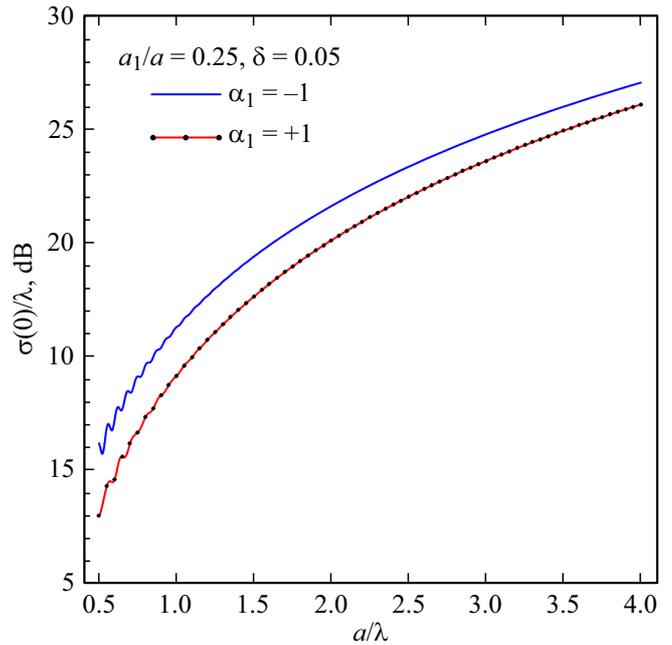


Рис. 7. Уровень сечения рассеяния вперед как функция радиуса цилиндра с положительным и отрицательным показателем преломления при $a_1/a = 0.25$, $\beta = 0$ и $\delta = 0.05$.

Заключение

В работе рассмотрена задача рассеяния электромагнитной плоской волны на цилиндрической черной дыре с отрицательным и положительным показателем преломления, состоящей из однородной центральной части и неоднородной оболочки с радиальной зависимостью диэлектрической и магнитной проницаемостей, обратно пропорциональных квадрату радиальной координаты. Задача в строгой постановке решена как аналитически для базового варианта профиля проницаемостей, известного в литературе, так и численно с использованием гибридного проекционного метода для более общего случая, включающего возможность обеспечивать согласование внешней поверхности со свободным пространством.

Получены результаты численного исследования влияния параметров цилиндра на эффективность поглощения и эффективное поперечное сечение рассеяния последнего. Основное внимание уделено случаям, когда отношения внутреннего и внешнего радиусов оболочки равны 0.5 и 0.25. Значения действительных и мнимых частей проницаемостей цилиндра вблизи и внутри центральной области в этих случаях оказываются не слишком большими, что облегчает практическую реализацию поглотителя. Эффективность поглощения цилиндра с отрицательным показателем преломления в этих случаях остается выше, чем для аналогичного цилиндра с положительным показателем преломления. Однако указанное преимущество оказывается не таким большим, как преимущество цилиндра с отрицательным показателем преломления, достигаемое при экстремально

низких потерях у поверхности цилиндра и экстремально высоких значениях отрицательных проницаемостей и потерь в центральной области, по сравнению со случаем классического черного тела такого же размера [8].

Показано, что обеспечение согласования внешней поверхности цилиндра с отрицательным показателем преломления приводит к заметному повышению эффективности поглощения при увеличении радиуса цилиндра, что проявляется в меньшей степени в случае цилиндра с положительным показателем преломления. Расчеты распределения поля в цилиндре показали, что в случае малых потерь и сравнительно небольших значениях радиуса цилиндра имеет место концентрация поля в центральной области в соответствии с результатами анализа цилиндра в приближении геометрической оптики, также приведенного в работе. Аналогичный эффект туннелирования электромагнитной энергии в центральную область цилиндра демонстрируется в [7,8]. Проявление указанного эффекта снижается с увеличением радиуса цилиндра и повышением уровня потерь в нем.

Анализ эффективного поперечного сечения рассеяния показал, что уровень рассеяния в переднем направлении для цилиндра с отрицательным показателем преломления оказывается выше по сравнению с аналогичным уровнем для цилиндра с положительным преломлением в соответствии с соотношением значений эффективности поглощения, отмеченным выше.

Благодарности

С.П. Скобелев благодарен профессору С.А. Третьякову из университета Аалто, Финляндия, за информацию, касающуюся поглотителя, рассмотренного в [8], а также за копию указанной статьи.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] *Narimanov E.E., Kildishev A.V.* // *Appl. Phys. Lett.* 2009. V. 95. P. 041106.
- [2] *Cheng Q., Cui T.J., Jiang W.X. et al.* // *New J. Phys.* 2010. V. 12. P. 063006.
- [3] *Kildishev A.V., Prokopeva L.J., Narimanov E.E.* // *Optics Express.* 2010. V. 18. P. 16646.
- [4] *Lu W., Jin J.-F., Lin Z. et al.* // *J. Appl. Phys.* 2010. V. 108. P. 064517.
- [5] *Wang H.-W., Chen L.-W.* // *J. Appl. Phys.* 2011. V. 109. P. 103104.
- [6] *Чижевская Я.И., Смольникова О.Н., Скобелев С.П.* // *Радиотехника.* 2018. № 4. С. 23.
- [7] *Li S., Li L., Lin Z. et al.* // *Phys. Rev. B.* 2010. V. 82. P. 054204.
- [8] *Maslovski S.I., Simovski C.R., Tretyakov S.A.* // *New J. Phys.* 2016. V. 18. P. 013034.
- [9] *Веселаго В.Г.* // *УФН.* 1967. Т. 92. В. 3. С. 517.
- [10] *Balanis C.A.* *Advanced Engineering Electromagnetics.* N.Y.: Wiley, 1989.
- [11] *Габдуллина А.Р., Смольникова О.Н., Скобелев С.П.* // *Радиотехника.* 2017. № 10. С. 18.