

Теория волн пространственного заряда в полупроводниках с отрицательной дифференциальной проводимостью

© В.В. Брыксин, П. Кляйнерт*, М.П. Петров

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

* Paul-Drude-Institut für Festkörperelektronik,
10117 Berlin, Germany

E-mail: vvb@mail.ioffe.ru, kl@pdi-berlin.de, mpetr.shuv@pop.ioffe.rssi.ru

(Поступила в Редакцию 1 апреля 2003 г.)

Рассмотрена теория явлений, возникающих при оптическом методе возбуждения собственных мод колебаний электронного газа в полупроводниках с падающим участком вольт-амперной характеристики в сильном электрическом поле. Исследована зависимость величины тока через образец от частоты колебаний интерференционной картины, освещающей образец. Нестационарная и неоднородная засветка образца создает внутреннее электрическое поле, взаимодействие которого с собственными колебаниями имеет резонансный характер при совпадении частот колебаний интерференционной картины с частотами колебаний электронного газа. При приближении к максимуму вольт-амперной характеристики это взаимодействие принимает нелинейный характер.

Работа выполнена при финансовой поддержке Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt и Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 02-02-17603).

В полупроводниках при протекании электрического тока возникают собственные колебания электронной плотности заряда (и соответственно внутреннего электрического поля), именуемые волнами пространственного заряда (ВПЗ). Хотя подробная теория ВПЗ развита уже достаточно давно [1], экспериментальные исследования были представлены весьма скудно [2] до тех пор, пока не появились оптические методы возбуждения и регистрации ВПЗ [3–7]. Наиболее эффективный метод развит в последние годы [8–10]. При этом исследуемый кристалл освещается интерференционной картиной (периодической решеткой), колеблющейся около некоторого среднего положения. Малые колебания интерференционной картины можно представить как сумму неподвижной интерференционной картины (решетки) и двух бегущих в противоположные стороны интерференционных решеток. Освещение кристалла вызывает фотогенерацию носителей, а поскольку к кристаллу приложено внешнее электрическое поле, бегущая интерференционная решетка вызывает вынужденную волну пространственного заряда. Если при этом период вынужденной ВПЗ (определяемый периодом интерференционной картины) и скорость ее распространения (зависящая от частоты колебаний интерференционной картины) совпадают с периодом и фазовой скоростью собственной моды ВПЗ, то возбуждение ВПЗ принимает резонансный характер.

Важное преимущество оптических методов заключается в том, что можно возбудить ВПЗ с наперед заданным волновым вектором (путем выбора соответствующего периода интерференционной решетки) и обеспечить желаемый режим возбуждения (линейный или нелинейный) путем выбора величины контраста m интерференционной картины. Возбужденные ВПЗ можно

регистрировать как оптическими, так и электрическими методами. Так, например, если кристалл обладает заметным электрооптическим эффектом, ВПЗ сопровождается волной показателя преломления (бегущей фазовой решеткой), на которой можно наблюдать дифракцию света [9]. При этом интенсивность дифрагированного луча пропорциональна амплитуде ВПЗ. Для нелинейных режимов возбуждения ($m \approx 1$) имеется возможность регистрации ВПЗ чисто электрическим способом [10] — путем измерения постоянного и переменного тока, протекающего через образец.

Исследование ВПЗ производилось до сих пор в области сравнительно слабых электрических полей, когда вольт-амперные характеристики (ВАХ) имеют линейный омический характер. С другой стороны, в настоящее время большой интерес вызывают материалы, которые в сильном электрическом поле обладают N -образными ВАХ. Еще в работах [11–14] было теоретически показано, что в полупроводниках с узкими разрешенными электронными зонами ВАХ имеют N -образный вид за счет разогрева электронного газа. При этом при достаточно сильных полях дифференциальная проводимость становится отрицательной, что приводит к неустойчивости системы относительно неоднородных флуктуаций электронной плотности. В результате в образце реализуется пространственно неоднородная движущаяся доменная структура [15]. С феноменологической точки зрения это явление аналогично доменам Ганна в многодолинных полупроводниках [16]. Интерес к N -образным ВАХ особенно возрос после синтеза искусственных сверхрешеток на основе GaAs/AlAs, в которых можно реализовать отрицательную дифференциальную проводимость в сравнительно слабом электрическом поле. Еще более перспективными в этом отношении являются

трехмерные сверхрешетки, которые можно создавать на основе либо цеолитовых матриц [17], либо искусственных „квантовых точек“.

Следует ожидать, что по мере роста электрического поля при приближении к точке неустойчивости возрастает время жизни собственных колебаний электронной плотности и, следовательно, увеличивается добротность резонансных эффектов при взаимодействии их с внешним возбуждением. Следует заметить, что в полупроводниках, вообще говоря, имеются две ветви собственных колебаний электронной плотности (и соответственно индуцированного ею внутреннего электрического поля). Одна из них является низкочастотной ветвью, и для нее $\Omega_1\tau < 1$, где τ — время рекомбинации при захвате свободных электронов ловушками [1,18]. Для второй, высокочастотной, ветви $\Omega_2\tau > 1$; она обусловлена колебаниями электронного газа без обмена с ловушками. Здесь Ω_1 и Ω_2 — характерные частоты собственных колебаний. Заметим, что в полупроводниках с высокой концентрацией неосновных носителей может возникать еще один тип неустойчивости при достаточно больших значениях дрейфовой скорости [19], который не связан с N -образной ВАХ и в настоящей работе не рассматривается.

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию долгоживущих собственных колебаний в полупроводниковых структурах с N -образными ВАХ в сильном электрическом поле вблизи точки неустойчивости, а также описанию возможности их экспериментального наблюдения за счет возбуждения с колеблющейся интерференционной картиной. Для этого произведен расчет зависимости протекающего через образец тока в окрестности образования доменной структуры от частоты колебаний интерференционной картины. Схема соответствующего эксперимента кратко описана в конце работы.

1. Модельные нелинейные уравнения

Пусть кристалл освещается колеблющейся интерференционной картиной, интенсивность которой W зависит от координаты x и времени t

$$W(x, t) = W_0 [1 + m \cos(K_g x + \Theta \cos \Omega t)], \quad (1)$$

где m — контрастность картины, Ω и Θ — частота и амплитуда модуляции фазы соответственно, K_g — волновой вектор. Под воздействием освещения происходит фотогенерация электронов в зону проводимости со скоростью

$$g(x, t) = g_0 [1 + m \cos(K_g x + \Theta \cos \Omega t)],$$

причем скорость g_0 пропорциональна интенсивности W_0 , а коэффициент пропорциональности зависит от энергии фотона, коэффициента поглощения света и квантового выхода.

В результате фотоионизации в кристалле возникает неоднородная концентрация свободных электронов $n(x, t)$, которые в свою очередь индуцируют неоднородное электрическое поле $E(x, t)$. Эти величины описываются стандартной системой нелинейных дифференциальных уравнений [20] (см. также [21,22])

$$\frac{\partial n(x, t)}{\partial t} + \frac{n(x, t) - \tilde{n}_0}{\tau} = g_0 [1 + h(x, t)] - \frac{\varepsilon}{4\pi e} \frac{\partial^2 E(x, t)}{\partial x \partial t}, \quad (2)$$

$$\frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial E(x, t)}{\partial t} + j(x, t) = I(t), \quad (3)$$

$$j(x, t) = en(x, t)v(E(x, t)) + eD(E(x, t)) \frac{\partial n(x, t)}{\partial x}. \quad (4)$$

Здесь

$$h(x, t) = m \cos(K_g x + \Theta \cos \Omega t), \quad (5)$$

\tilde{n}_0 — равновесная концентрация свободных электронов, ε — диэлектрическая проницаемость кристалла, $j(x, t)$ — плотность тока в кристалле, $I(t)$ — полная плотность тока, v и D — дрейфовая скорость и коэффициент диффузии соответственно. Уравнения (2)–(4) справедливы при условии большого числа свободных ловушек, когда не сказываются эффекты насыщения.

Заметим, что система уравнений (2)–(4) существенно отличается от модели, исследовавшейся в [21,22]. Во-первых, здесь рассматриваются проводящие кристаллы, для которых в отсутствие освещения концентрация свободных электронов $\tilde{n}_0 \neq 0$. Во-вторых, не используется адиабатическое приближение, так что в (2) $\partial n/\partial t \neq 0$. В-третьих, учитывается диффузионный вклад в ток (4) $\propto \partial n/\partial x$.

Однако самым принципиальным отличием от [21,22] является то, что здесь не используется линейное приближение по электрическому полю, когда выполняется закон Ома и дрейфовая скорость $v = \mu E$, а коэффициент диффузии D не зависит от поля, причем подвижность и коэффициент диффузии связаны соотношением Эйнштейна $\mu = eD/kT$. Далее предполагается, что дрейфовая скорость $v(E)$ имеет падающий участок, а зависимость $D(E)$ необходимо определять с помощью независимого микроскопического расчета (см., например, [23,24]). В пределе очень сильного поля, в частности, $D(E) \propto E^{-2}$. Например, для сверхрешеток в простейшей модели времени релаксации [12]

$$v(E) = \frac{\mu E}{1 + (E/E^{(0)})^2}. \quad (6)$$

Что касается коэффициента диффузии, то его можно оценить по соотношению Эйнштейна

$$D(E) = \frac{kT\mu/e}{1 + (E/E^{(0)})^2}, \quad (7)$$

где характерное поле $E^{(0)} = \hbar/(e\tau_s d_s)$, τ_s — время жизни состояния штарковской лестницы, d_s — период

сверхрешетки, μ — подвижность в области применимости закона Ома,

$$\mu = \frac{ed_s^2 \tau_s \Delta}{2\hbar^2} \frac{I_1(\Delta/2kT)}{I_0(\Delta/2kT)},$$

$I_n(x)$ — модифицированные функции Бесселя, Δ — ширина разрешенной зоны. Более тщательный анализ зависимости $D(E)$ показывает, что в (7) температуру решетки T следует заменить на эффективную температуру электронного газа $T_{\text{эф}}(E)$ [24].

Для определения тока во внешней цепи $I(t)$ необходимо дополнить уравнения (2)–(4) „граничным“ условием. Таковым является уравнение Кирхгофа для внешней цепи. Если во внешней цепи имеются источник с напряжением U и нагрузочное сопротивление R (в него включено внутреннее сопротивление источника), то закон Кирхгофа приобретает вид [22]

$$\int_0^L dx E(x, t) + RSI(t) = U,$$

где L и S — длина образца и его поперечное сечение. Если обе части равенства разделить на L , то искомое дополнительное условие принимает вид

$$\frac{1}{L} \int_0^L dx E(x, t) + \rho I(t) = \Xi, \quad (8)$$

где $\Xi = U/L$, $\rho = RS/L$.

Нелинейные уравнения (2)–(4) слишком сложны, и для получения аналитического решения необходимо использовать то или иное упрощение. В дальнейшем будем считать, что контрастность решетки мала: $m \ll 1$. Представим искомые величины в виде

$$E(x, t) = E_0 + \delta E(x, t), \quad n(x, t) = n_0 + \delta n(x, t), \\ I(t) = I_0 + \delta I(t), \quad (9)$$

где E_0 , n_0 , I_0 — поле, концентрация носителей и ток во внешней цепи при постоянной и однородной освещенности кристалла. Все они не зависят ни от координаты, ни от времени и являются решениями уравнений (2)–(4) при $m = 0$ (т.е. $h(x, t) = 0$)

$$n_0 = \tilde{n}_0 + g_0 \tau, \quad I_0 = en_0 v(E_0). \quad (10)$$

Из дополнительного условия (8) получаем третье уравнение

$$E_0 + \rho I_0 = \Xi. \quad (11)$$

Комбинируя (10) и (11), имеем трансцендентное уравнение для электрического поля внутри образца E_0 при постоянной засветке и заданном значении напряжения источника Ξ при наличии нагрузки в цепи ρ

$$E_0 + en_0 v(E_0) \rho = \Xi. \quad (12)$$

Характеристика нелинейного элемента (исследуемого образца) (12) неявным образом задает зависимость поля внутри образца от напряжения внешнего источника. Если ВАХ $v(E_0)$ имеет падающий участок, то в зависимости от величины нагрузки ρ возможна реализация двух режимов. При достаточно малых ρ зависимость $E_0(\Xi)$ однозначна во всем интервале $0 < \Xi < \infty$ (режим источника напряжения). При увеличении ρ зависимость $E_0(\Xi)$ становится неоднозначной, в области промежуточных значений Ξ уравнение (12) имеет три решения. Такой режим можно назвать режимом источника тока; при его реализации ВАХ кристалла принимает гистерезисный вид. Неустойчивость на падающем участке ВАХ при измерениях в режиме источника тока приводит к возникновению движущихся доменов, а в режиме источника напряжений — к образованию стационарного неоднородного заряда [16]. Далее в расчетах ограничимся режимом источника напряжения, когда зависимость $E_0(\Xi)$ однозначна.

Величины δE , δn , δI в (9) обращаются в нуль при $m = 0$ и поэтому являются малыми поправками при слабой контрастности решетки. Ограничиваясь квадратичными нелинейными членами по δE , δn , можно произвести разложение нелинейных по полю величин в окрестности рабочей точки E_0

$$v(E_0 + \delta E) \cong v_0 + v'_0 \delta E + \frac{1}{2} v''_0 \delta E^2,$$

$$D(E_0 + \delta E) \cong D_0 + D'_0 \delta E,$$

где $v_0 \equiv v(E_0)$, $v'_0 \equiv dv_0/dE_0$, $v''_0 \equiv d^2v_0/dE_0^2$ и т.д. Вводя теперь безразмерные переменные

$$z = K_g x, \quad T = \Omega t, \quad Y = \delta E \frac{v'_0}{v_0}, \quad \lambda = \frac{\delta n}{n_0}, \quad f = \frac{\delta I}{en_0 v_0},$$

$$d = v_0 K_g \tau, \quad \Lambda = \frac{D_0 K_g}{v_0}, \quad \Lambda' = \frac{D'_0 K_g}{v'_0},$$

получаем уравнения для безразмерного внутреннего поля $Y(z, T)$ и неоднородной концентрации носителей тока $\lambda(z, T)$

$$\Omega \tau_M \frac{\partial Y}{\partial T} + Y + \lambda + \Lambda \frac{\partial \lambda}{\partial z} + \lambda Y + \frac{v''_0 v_0}{2v'_0{}^2} Y^2 + \Lambda' Y \frac{\partial \lambda}{\partial z} = f(T), \quad (13)$$

$$\Omega \tau \frac{\partial \lambda}{\partial T} + \lambda = \frac{g_0 \tau}{n_0} h(z, T) - \Omega \tau_M d \frac{\partial^2 Y}{\partial z \partial T}, \quad (14)$$

где $\tau_M^{-1} = 4\pi v'_0 n_0 / \varepsilon$.

2. Зависимость тока от частоты колебаний решетки

Решение уравнений (13) и (14) удобно искать, переходя к представлению Фурье по координате и времени

$$Y(z, T) = \sum_{p, l=-\infty}^{\infty} Y_{p, l} \exp(ipz + ilT). \quad (15)$$

В представлении Фурье (13), (14) принимают вид

$$Y_{p,l}(1 + i\Omega\tau_M l) + \lambda_{p,l}(1 + i\Lambda p) + \sum_{p',l'} Y_{p-p',l-l'} \left[\lambda_{p',l'}(1 + i\Lambda' p') + Y_{p',l'} \frac{v_0'' v_0}{2v_0'^2} \right] = f_l \delta_{p,0}, \quad (16)$$

$$\lambda_{p,l}(1 + i\Omega\tau l) = \frac{g_0\tau}{n_0} h_{p,l} + \Omega\tau_M d p l Y_{p,l}, \quad (17)$$

$$h_{p,l} = \frac{m}{2} J_l(\Theta) (\delta_{p,1} i^l + \delta_{p,-1} i^{-l}), \quad (18)$$

где $J_l(\Theta)$ — функция Бесселя.

Исключая с помощью (17) $\lambda_{p,l}$, получаем замкнутое уравнение для компонент Фурье внутреннего электрического поля $Y_{p,l}$

$$f_l \delta_{p,0} = Y_{p,l} \left(1 + i\Omega\tau_M l + \Omega\tau_M p l \frac{1 + i\Lambda p}{1 + i\Omega\tau l} \right) + \frac{g_0\tau}{n_0} h_{p,l} \frac{1 + i\Lambda p}{1 + i\Omega\tau l} + \sum_{p',l'} Y_{p-p',l-l'} \left[\frac{1 + i\Lambda' p'}{1 + i\Omega\tau l'} + \left(\frac{g_0\tau}{n_0} h_{p',l'} + \Omega\tau_M d p' l' Y_{p',l'} \right) + Y_{p',l'} \frac{v_0'' v_0}{2v_0'^2} \right]. \quad (19)$$

Дополнительное условие для тока f_l (8) в представлении Фурье трансформируется в

$$Y_{0,l} = -\rho\sigma_d f_l, \quad (20)$$

где $\sigma_d = en_0 v_0'$ — дифференциальная проводимость материала в рабочей точке E_0 .

Отметим, что введенное выше максвелловское время релаксации τ_M на падающем участке ВАХ становится отрицательным. Это означает, что омическая составляющая тока „втягивает“ носители в область их повышенной концентрации. При этом, когда омическая составляющая тока начинает превышать диффузионную, возможно возникновение неустойчивости и образование доменной структуры.

Искомый электрический ток f_l можно получить из (19) и (20), полагая $p = 0$,

$$[1 + \rho\sigma_d(1 + i\Omega\tau_M l)] f_l - \frac{\rho^2 \sigma_d^2 v_0'' v_0}{2v_0'^2} \sum_{l'} f_{l-l'} f_{l'} = \sum_{l', p' \neq 0} Y_{-p,l-l'} \left[\frac{1 + i\Lambda' p'}{1 + i\Omega\tau l'} \left(\frac{g_0\tau}{n_0} h_{p',l'} + \Omega\tau_M d p' l' Y_{p',l'} \right) + \frac{v_0'' v_0}{2v_0'^2} Y_{p',l'} \right]. \quad (21)$$

Теперь необходимо найти компоненты Фурье внутреннего поля $Y_{p,l}$ с $p \neq 0$ из (19). Их можно отыскать аналитически при $m \ll 1$. Можно убедиться в том, что при $m \ll 1$ компоненты $Y_{p,l} \propto m^{|p|}$ [22]. Это свойство позволяет для $p \geq 1$ суммирование по p' в (20) производить от 1 до p . Тогда уравнение (19) превращается

в рекуррентное соотношение, выражающее $Y_{p,l}$ через компоненты $Y_{1,l}, Y_{2,l}, \dots, Y_{p-1,l}$. Компоненты Фурье с $p \leq -1$ можно при этом определить из соотношений симметрии

$$Y_{-p,-l} = Y_{p,l}^*, \quad Y_{p,-l}(\Omega) = Y_{p,l}(-\Omega). \quad (22)$$

В этом приближении с точностью до линейного вклада по m из (19) имеем

$$Y_{p,l} = -\frac{g_0\tau}{n_0} h_{p,l} \left[\Omega\tau_M d p l + \frac{(1 + i\Omega\tau_M l)(1 + i\Omega\tau l)}{1 + i\Lambda p} \right]^{-1}. \quad (23)$$

В (23) отличны от нуля лишь компоненты $Y_{\pm 1,l}$ (см. (18)). Из (21) с точностью до m^2 получаем замкнутое выражение для тока

$$[1 + \rho\sigma_d(1 + i\Omega\tau_M l)] f_l = - \sum_{l', p = \pm 1} Y_{-p,l-l'} Y_{p,l'} \times \left[\frac{(1 + i\Lambda' p)(1 + i\Omega\tau_M l')}{1 + i\Lambda p} - \frac{v_0'' v_0}{2v_0'^2} \right]. \quad (24)$$

Полагая в (24) $l = 0$, после несложных преобразований с учетом (23) получаем окончательное выражение для постоянной составляющей безразмерного тока во внешней цепи f_0

$$f_0 = -\frac{2}{(1 + \rho\sigma_d)} \left(\frac{g_0\tau m}{2n_0} \right)^2 \sum_l J_l^2(\Theta) \times \frac{1 + \Lambda\Lambda' + \Omega\tau_M l(\Lambda - \Lambda') - (1 + \Lambda^2)v_0'' v_0 / (2v_0'^2)}{|1 + \Omega\tau_M d l - \Omega^2 l^2 \tau \tau_M + i\Omega l[(1 + \Lambda d)\tau_M + \tau]|^2}. \quad (25)$$

В наиболее интересном случае малой амплитуды модуляции фазы $\Theta \ll 1$ из (25) получаем выражение для изменения постоянного тока за счет засветки

$$\delta I_0(\Omega) = -\frac{en_0 v_0}{(1 + \rho\sigma_d)} \left(\frac{g_0\tau m}{2n_0} \right)^2 \left\{ (2 - \Theta^2)A(0) + \frac{\Theta^2}{2\tau^2 \tau_M^2} \times \left[\frac{A_-(\Omega)}{|\Omega - \Omega_1|^2 |\Omega - \Omega_2|^2} + \frac{A_+(\Omega)}{|\Omega + \Omega_1|^2 |\Omega + \Omega_2|^2} \right] \right\}, \quad (26)$$

где

$$A_{\pm}(\Omega) = 1 + \Lambda\Lambda' - (1 + \Lambda^2) \frac{v_0'' v_0}{2v_0'^2} \pm \Omega\tau_M(\Lambda - \Lambda'), \quad (27)$$

$$\Omega_{1,2} = -\frac{1}{2\tau} \left[d + i \left(1 + \frac{\tau}{\tau_M} + \Lambda d \right) \right] \pm \frac{1}{\tau} \sqrt{\frac{1}{4} \left[d + i \left(1 + \frac{\tau}{\tau_M} + \Lambda d \right) \right]^2 + \frac{\tau}{\tau_M}} = -\frac{1}{2} \left[K_g v_0 + i \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_M} + K_g^2 D_0 \right) \right] \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left[K_g v_0 + i \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_M} + K_g^2 D_0 \right) \right]^2 + \frac{1}{\tau \tau_M}}. \quad (28)$$

Теперь приведем выражение для первой временной Фурье-компоненты тока. Из (24) и (23) после некоторых преобразований имеем

$$\delta I_1(\Omega) = \frac{ien_0v_0\Theta}{1 + \rho\sigma_d(1 + i\Omega\tau_M)} \left(\frac{g_0\tau m}{2n_0} \right)^2 \frac{1}{\tau\tau_M} \times \left[\frac{B_+(\Omega)}{(\Omega + \Omega_1)(\Omega + \Omega_2)} - \frac{B_-(\Omega)}{(\Omega - \Omega_1^*)(\Omega - \Omega_2^*)} \right], \quad (29)$$

где

$$B_{\pm}(\Omega) = A_{\pm}(\Omega) + i\Omega\tau_M(1 + \Lambda\Lambda'). \quad (30)$$

Как видно из (26) и (29), $\delta I_0(\Omega)$ и $\delta I_1(\Omega)$ имеют два резонансных пика. При этом резонансные частоты $|\operatorname{Re} \Omega_{1,2}|$. Эти немонотонности тем заметнее, чем выше добротность резонансного процесса, т.е. чем меньше величины $\operatorname{Im} \Omega_{1,2}$. Ранее в [22] рассматривалась лишь ветвь, связанная с перезарядкой ловушек. Поэтому предсказывался и наблюдался только один экстремум на частотной зависимости как постоянной, так и переменной составляющей тока. В настоящей работе учтены обе ветви колебаний, вследствие чего получено по два экстремума — минимумы для постоянной составляющей и максимумы для переменной. Появление экстремумов на частотной зависимости постоянного и переменного тока связано с нелинейным взаимодействием ВПЗ между собой и рассеянием ВПЗ на статической решетке заряда, возникающей за счет статической компоненты в (1).

Минимумы для постоянного тока обусловлены взаимодействием двух ВПЗ, пропорциональных $m\Theta \exp(iK_g x + i\Omega t)$ и $m\Theta \exp(-iK_g x - i\Omega t)$. Произведение этих выражений, описывающее взаимодействие волн, равно $m^2\Theta^2$ и не зависит от координат или времени. Этот эффект, аналогичный эффекту выпрямления световых волн в нелинейной оптике, дает поправку к постоянному току, зависящую от частоты колебаний интерференционной картины. Зависимость от частоты связана с резонансным характером возбуждения ВПЗ. В [10] этот эффект назван полным выпрямлением ВПЗ. Максимумы на частотной зависимости переменного тока связаны с рассеянием волн $m\Theta \exp(iK_g x + i\Omega t)$ на статической решетке, амплитуда которой пропорциональна $m \exp(-iK_g x)$. Произведение этих выражений, описывающее рассеяние, равно $m^2\Theta \exp(i\Omega t)$, т.е. зависит от времени, но не зависит от координат. Этот эффект в [10] назван пространственным выпрямлением ВПЗ. Заметим, что если эффект полного выпрямления не зависит от способа возбуждения ВПЗ, то эффект пространственного выпрямления непосредственно связан с выбранной методикой возбуждения (с помощью осциллирующей интерференционной картины).

3. Собственные моды колебаний

В настоящем разделе будет показано, что физической причиной полученного выше резонансного характера частотной зависимости тока является взаимодействие

сформированной за счет неоднородного освещения решетки внутреннего электрического поля с собственными колебаниями системы. Для этого покажем, что полученные резонансные частоты $\Omega_{1,2}$ (28) совпадают с частотами собственных колебаний электронного газа. Пусть в начальный момент времени $t = 0$ был сформирован неоднородный пакет электронов $\delta n^{(0)}(x)$; рассмотрим эволюцию нашей системы. Она описывается линеаризованными уравнениями (2)–(4)

$$\frac{\varepsilon}{4\pi e} \frac{\partial^2 \delta E(x, t)}{\partial x \partial t} + \frac{\partial \delta n(x, t)}{\partial t} + \frac{\delta n(x, t)}{\tau} = 0, \quad (31)$$

$$\frac{\varepsilon}{4\pi e} \frac{\partial \delta E(x, t)}{\partial t} + v_0 \delta n(x, t) + n_0 v_0' \delta E(x, t) + D_0 \frac{\partial \delta n(x, t)}{\partial x} = 0. \quad (32)$$

Начальные условия $\delta n(x, 0) = \delta n^{(0)}(x)$, $\delta E(x, 0) = 0$ позволяют записать (31), (32) в представлении Лапласа по времени и в представлении Фурье по координатам

$$iqs \frac{\varepsilon}{4\pi e} \delta E(q, s) + \left(s + \frac{1}{\tau} \right) \delta n(q, s) = \delta n^{(0)}(q), \quad (33)$$

$$\left(s \frac{\varepsilon}{4\pi e} + n_0 v_0' \right) \delta E(q, s) + (v_0 + iqD_0) \delta n(q, s) = 0. \quad (34)$$

Здесь

$$\delta n(q, s) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_0^{\infty} dt \delta n(x, t) \exp(iqx - st). \quad (35)$$

Решение уравнений (33), (34) есть

$$\delta n(q, s) = \delta n^{(0)}(q) \frac{s + 1/\tau_M}{[s + i\Omega_1(q)][s + i\Omega_2(q)]}, \quad (36)$$

где $\Omega_{1,2}(q)$ определены соотношением (28) с естественной заменой $K_g \rightarrow q$ и задают частоты собственных колебаний системы.

Выражение (28) описывает частоты двух собственных мод колебаний рассматриваемой системы, состоящей из электронного газа и ловушек в кристалле. Эти две моды удобнее исследовать в пределе $(qv_0)^2 + (\tau^{-1} + \tau_M^{-1} + q^2 D_0)^2 \gg |\tau\tau_M|^{-1}$, когда их собственные колебания достаточно удалены друг от друга. В этом пределе

$$\Omega_1(q) = -qv_0 - i \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_M} + q^2 D_0 \right), \quad (37)$$

$$\Omega_2(q) = \frac{1}{\tau\tau_M} \frac{1}{qv_0 + i(\tau^{-1} + \tau_M^{-1} + q^2 D_0)}. \quad (38)$$

Первая из этих мод (37) представляет собой колебания свободного электронного газа, а вторая (38) — волны перезарядки ловушек [1,18].

Важным свойством этих элементарных возбуждений является их устойчивость при положительной дифференциальной проводимости при $\tau_M > 0$. На падающем же участке ВАХ при $\tau_M < 0$ либо $\text{Im } \Omega_1 > 0$, $\text{Im } \Omega_2 < 0$, если $\tau^{-1} + \tau_M^{-1} + q^2 D_0 < 0$, либо, наоборот, $\text{Im } \Omega_1 < 0$, $\text{Im } \Omega_2 > 0$ при $\tau^{-1} + \tau_M^{-1} + q^2 D_0 > 0$. Это означает, что на падающем участке ВАХ одна из собственных мод колебаний неустойчива. Этот результат непосредственно виден, если учесть свойство частот собственных мод $\Omega_1 \Omega_2 = -(\tau \tau_M)^{-1}$. В особой точке $\tau^{-1} + \tau_M^{-1} + q^2 D_0 = 0$ время жизни обеих мод бесконечно, $\text{Im } \Omega_{1,2} = 0$, если $(qv_0)^2 > -4(\tau \tau_M)^{-1}$.

Ветвь Ω_1 неустойчива относительно длинноволновых флуктуаций, когда $q^2 D_0 + \tau^{-1} < -\tau_M^{-1}$. Эта неустойчивость конвективная [25], т.е. величина $\delta n(x, t)$ (35) при $x = 0$ убывает со временем, если $\tau^{-1} + v_0^2/(4D_0) > -\tau_M^{-1}$, поэтому в не слишком длинных образцах эта неустойчивость может не приводить к образованию доменов. Вторая ветвь Ω_2 на падающем участке ВАХ, наоборот, неустойчива относительно коротковолновых флуктуаций, если $\tau^{-1} + v_0^2/(4D_0) < -\tau_M^{-1}$, и эта неустойчивость абсолютная. Фазовая и групповая скорости волн этой моды колебаний очень малы. Неустойчивость относительно перезарядки ловушек обсуждалась в [26]. Отметим здесь также, что выше рассмотрен простейший линейный вариант рекомбинации носителей, когда концентрация свободных ловушек высока. В [1] приведены более общие результаты для дисперсионного соотношения волн перезарядки ловушек.

Заметим также, что при заданном знаке волнового вектора q фазовые скорости этих двух мод колебаний направлены в разные стороны, в то время как направления групповых скоростей совпадают. Дело в том, что фазовая и групповая скорости ветви Ω_2 (38) направлены в противоположные стороны.

4. Обсуждение результатов

Полученное выше соотношение (26) показывает, что зависимость постоянной составляющей тока через образец от частоты колебаний интерференционной решетки имеет, вообще говоря, два минимума при $\Omega = \Omega_{1,2}$, соответствующий частотам собственных колебаний полупроводниковой плазмы при наличии перезарядки носителей уровнями ловушек. Один из этих минимумов при $\Omega = \Omega_2$, соответствующий взаимодействию с волнами перезарядки ловушек, наблюдался в [10] в диэлектриках $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ и $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ в области линейной ВАХ. В рассматриваемом в настоящей работе случае нелинейной ВАХ этот резонанс происходит на частоте

$$\Omega_{r2} = (K_g v_0 \tau \tau_M)^{-1} = \frac{4\pi n_0}{\varepsilon \tau K_g E_0} \frac{\sigma_d}{\sigma}, \quad (39)$$

где $\sigma = en_0 v_0 / E_0$ — электропроводность образца. В сверхрешетках с падающим участком ВАХ с ростом

приложенного электрического поля Ω_{r2} (39) уменьшается и в точке перегиба ВАХ обращается в нуль.

Нужно, однако, отметить, что в окрестности точки $\sigma_d = 0$ проведенный выше расчет, основанный на регулярном разложении по малому параметру контрастности решетки m , несправедлив, так как в этой области зависимость от m носит неаналитический характер. В окрестности максимума ВАХ нарастают нелинейные эффекты, связанные с приближением к точке неустойчивости относительно пространственно неоднородных флуктуаций электронной плотности. В выбранной нами модели рекомбинации (см. (2)) на падающем участке ВАХ при $\tau_M < 0$ одна из собственных мод колебаний неустойчива: первая — относительно длинноволновых колебаний при $\tau^{-1} + \tau_M^{-1} + q^2 D_0 < 0$, а вторая — относительно коротковолновых колебаний при $\tau^{-1} + \tau_M^{-1} + q^2 D_0 > 0$. Следует, однако, заметить, что затухание этих мод определяется законом рекомбинации. В частности, даже при линейном ее характере в правой части уравнения (2) может возникнуть вклад, пропорциональный заряду, т.е. $\partial E(x, t) / \partial x$, что сильно перенормирует затухание мод Ω_1 и Ω_2 . В принципе полученные выше результаты применимы не только на устойчивой части ВАХ, где $\sigma_d > 0$, но и на ее падающем участке (при $\sigma_d < 0$), однако лишь в том случае, если в условиях эксперимента не возникает доменной структуры. Особый интерес могут представлять измерения в окрестности максимума ВАХ ($\sigma_d = 0$), где зависимость тока от контрастности m носит сугубо нелинейный характер и можно ожидать резкого уменьшения затухания собственных колебаний. Однако изложенная выше теория несправедлива в этой области, а основные уравнения принципиально нелинейны даже при очень малых значениях параметра $mg_0 \tau / n_0$. Отметим также, что рассмотренный выше механизм резонансной зависимости тока через образец от частоты колебаний интерференционной картины родствен хорошо известному эффекту усиления электромагнитных колебаний в многодолинных полупроводниках вблизи порога образования ганновских доменов [16].

Полученные результаты справедливы в широком интервале значений приложенного электрического поля. В частности, в слабом электрическом поле в пределах применимости закона Ома, когда $v_0 = \mu E_0$, $v'_0 = v''_0 = D'_0 = 0$, в пренебрежении диффузией $D_0 = 0$ и в адиабатическом приближении $\Omega \tau \rightarrow 0$ соотношения (26) и (29) переходят в соответствующие выражения для постоянного и переменного тока из работы [22].

В отсутствие электрического поля, когда ток имеет чисто диффузионный характер, через образец протекает только переменная составляющая тока, рассмотренная в [20]. В этом случае $v_0 = 0$ и, согласно (27) и (30),

$$A_{\pm}(\Omega) v_0 = B_{\pm}(\Omega) v_0 \rightarrow \pm \Omega \tau_M K_g D_0.$$

Частоты обеих собственных мод $\Omega_{1,2}$ (28) в отсутствие поля чисто мнимые:

$$\Omega_{1,2} = -\frac{i}{2} \left[\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_M} + K_g^2 D_0 \mp \sqrt{\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_M} \right)^2 + 2 \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_M} \right) K_g^2 D_0 + K_g^4 D_0^2} \right].$$

В результате из (26) в отсутствие внешнего электрического поля имеем $\delta I_0 = 0$; согласно (29), переменная составляющая тока

$$\delta I_1(\Omega) = \frac{2i en_0 K_g D_0 \Theta}{1 + \rho \sigma_d (1 + i\Omega \tau_M)} \left(\frac{g_0 \tau m}{2n_0} \right)^2 \frac{\Omega}{\tau} \times \frac{1}{(\Omega + \Omega_1)(\Omega + \Omega_2)}. \quad (40)$$

Такой диффузионный ток, индуцированный колеблющейся интерференционной решеткой, теоретически и экспериментально исследован в [27], однако там был рассмотрен случай отсутствия внешней нагрузки ($\rho = 0$) для диэлектрика ($n_0 = g_0 \tau$ и $\tau_M \gg \tau$) в низкочастотном пределе $\Omega \ll |\Omega_2|$. В этом предельном случае

$$\Omega_1 = -\frac{i}{\tau_M (1 + \tau K_g^2 D_0)}, \quad \Omega_2 = -i \left(\frac{1}{\tau} + K_g^2 D_0 \right),$$

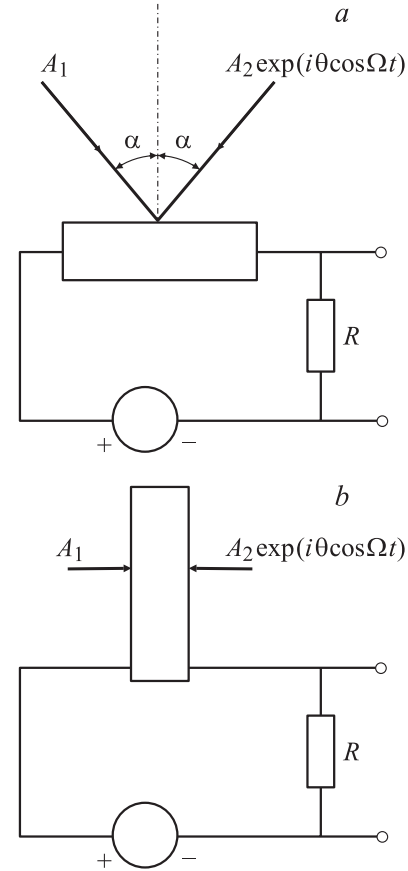
и (40) принимает вид [27]

$$\delta I_1(\Omega) = \frac{en_0 K_g D_0 \Theta m^2}{2i} \frac{\Omega \tau_M}{1 + i\Omega \tau_M (1 + \tau K_g^2 D_0)}. \quad (41)$$

В отсутствие электрического поля частотная зависимость тока, имеющего диффузионную природу, не носит, конечно, резонансного характера.

В заключение приведем некоторые количественные оценки и дадим рекомендации, касающиеся постановки эксперимента.

Для хорошо изученных кристаллов со структурой силлениита ($\text{Bi}_{12}\text{MeO}_{20}$, где $\text{Me} = \text{Si, Ge, Ti}$) характерны значения $\mu \approx 0.2 - 0.5 \text{ cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$, $\tau \approx 10^{-6} \text{ s}$ и $\tau_M \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ при освещении светом сине-зеленого диапазона с интенсивностью порядка 100 mW/cm^2 . В этих условиях при полях порядка 10 kV/cm низкочастотная ветвь лежит в области 100 Hz , а высокочастотная должна наблюдаться в районе 10 MHz при соответствующих значениях волнового вектора $K_g \approx 10^4 \text{ cm}^{-1}$. В полупроводниках GaAs:Cr, InP:Fe параметры сильно зависят от концентрации примесей. Для достаточно высоких концентраций ($\sim 10^{16} \text{ cm}^{-3}$) низкочастотная ветвь лежит в диапазоне $1 - 10 \text{ kHz}$ при относительно сильных полях, а высокочастотную ветвь, по-видимому, можно наблюдать в диапазоне $10 - 100 \text{ MHz}$. В хорошо проводящих полупроводниках ситуация для экспериментального изучения ВПЗ менее благоприятна, поскольку времена релаксации τ_M и τ очень малы ($\tau_M \sim 10^{-11} - 10^{-12} \text{ s}$,



Условная схема оптического возбуждения волн пространственного заряда путем освещения кристалла интерференционной картиной, осциллирующей относительно среднего положения. Осцилляции положения интерференционной картины возникают за счет того, что один из падающих на кристалл лучей промодулирован по фазе с частотой Ω и амплитудой Θ . A_1 и A_2 — лучи, формирующие интерференционную картину, R — нагрузочное сопротивление, с которого снимается сигнал как постоянного, так и переменного тока. a — схема „на прохождение“, α — угол падения лучей; b — схема во встречных пучках.

$\tau \sim 10^{-9} - 10^{-10} \text{ s}$). Однако для материалов с отрицательной дифференциальной проводимостью, когда $\tau_M < 0$, ситуация для эксперимента, наоборот, может оказаться чрезвычайно благоприятной, так как затухание волн может обратиться даже в нуль.

Что касается постановки эксперимента, то можно рекомендовать две схемы в зависимости от размера образцов. Если расстояние между электродами много больше, чем период интерференционной решетки (равный $\lambda/(2 \sin \alpha)$, где λ — длина волны света), то удобной схемой для измерений является схема „на прохождение“ (см. рисунок, a). В том случае, если расстояние между электродами мало (это, в частности, имеет место для образцов со сверхрешетками, где поле прикладывается перпендикулярно плоскости слоев), более предпочтительной может оказаться схема с встречным направлением световых лучей (см. рисунок, b). В этой геометрии пе-

риод интерференционной решетки равен $\lambda/2n$, где n — показатель преломления исследуемого слоя. Волновой вектор решетки для этой схемы весьма велик, и вопрос о достаточной концентрации ловушек может быть весьма актуальным при изучении низкочастотной ветви ВПЗ. Следует также иметь в виду, что схема во встречных пучках требует использования прозрачных электродов.

Список литературы

- [1] Р.Ф. Казаринов, Р.А. Сурис, Б.И. Фукс. ФТП **7**, *1*, 149 (1973); **7**, *3*, 688 (1973).
- [2] Н.Г. Жданова, М.С. Коган, Р.А. Сурис, Б.И. Фукс. ЖЭТФ **74**, *2*, 364 (1978).
- [3] J.P. Huignard, A. Marrakchi. Opt. Comm. **38**, *8*, 249 (1981).
- [4] S.I. Stepanov, V.V. Kulikov, M.P. Petrov. Opt. Comm. **44**, *1*, 19 (1982).
- [5] G. Hamel De Montchenault, B. Loiseaux, J.P. Huignard. Electron. Lett. **22**, *19*, 1030 (1986).
- [6] B.I. Sturman, T.E. McClelland, D.J. Webb, E. Shamonina, K.H. Ringhofer. JOSA B **12**, *9*, 1621 (1995).
- [7] H.C. Pedersen, D.J. Webb, Per M. Johansen. JOSA B **15**, *10*, 2573 (1998).
- [8] M.P. Petrov, V.M. Petrov, V.V. Bryksin, I. Zoubulis, A. Gervens, E. Kraetzig. Opt. Lett. **22**, *14*, 1083 (1997).
- [9] M.P. Petrov, V.V. Bryksin, V.M. Petrov, S. Wevering, E. Kraetzig. Phys. Rev. A **60**, *3*, 2413 (1999).
- [10] M.P. Petrov, V.V. Bryksin, H. Vogt, F. Rahe, E. Kraetzig. Phys. Rev. B **66**, *8*, 085 107 (2002).
- [11] Ю.А. Бычков, А.М. Дыхне. ЖЭТФ **48**, *4*, 1168 (1965).
- [12] L. Esaki, T. Tsu. IBM J. Res. Dev. **14**, *1*, 61 (1970).
- [13] V.V. Bryksin, Yu.A. Firsov. Proc. X Int. Conf. on Phys. Semicond. Cambridge, USA (1970). P. 767.
- [14] В.В. Брыксин, Ю.А. Фирсов. ЖЭТФ **61**, *12*, 2373 (1971).
- [15] L.L. Bonilla. J. Phys.: Cond. Matter **14**, *2*, R341 (2002).
- [16] А.Ф. Волков, Ш.М. Коган. УФН **96**, *4*, 633 (1968).
- [17] В.Н. Богомолов, А.И. Задорожний, Т.М. Павлова, В.П. Петрановский, В.П. Подхалюзин, А.В. Холкин. Письма в ЖЭТФ **31**, *7*, 406 (1980).
- [18] Р.Ф. Казаринов, Р.А. Сурис, Б.И. Фукс. ФТП **6**, *3*, 572 (1972).
- [19] О.В. Константинов, В.И. Перель. ФТТ **6**, *11*, 3364 (1964).
- [20] N.V. Kukhtarev, V.B. Markov, S.G. Odulov, M.S. Soskin, V.L. Vinetskii. Ferroelectrics **22**, *4*, 949 (1979).
- [21] В.В. Брыксин, М.П. Петров. ФТТ **40**, *8*, 1450 (1998).
- [22] В.В. Брыксин, М.П. Петров. ФТТ **44**, *10*, 1785 (2002).
- [23] B. Laikhtman, D. Miller. Phys. Rev. B **48**, *10*, 5395 (1993).
- [24] V.V. Bryksin, P. Kleinert. J. Phys.: Cond. Matter **15**, *9*, 1415 (2003).
- [25] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Гидродинамика. Наука, М. (1986). С. 148.
- [26] B.K. Ridley. Proc. Phys. Soc. **86**, 637 (1965).
- [27] M.P. Petrov, I.A. Sokolov, S.I. Stepanov, G.S. Trofimov. J. Appl. Phys. **68**, *6*, 2216 (1990).