06

Нелинейные интерфейсные волны в трехслойной оптической структуре с отличающимися характеристиками слоев и внутренней самофокусировкой

© С.Е. Савотченко

Белгородский государственный технологический университет имени В.Г. Шухова, 308012 Белгород, Россия

e-mail: savotchenkose@mail.ru

Поступила в редакцию 04.08.2018 г.
В окончательной редакции 04.08.2018 г.
Принята к публикации 22.02.2019 г.

Рассмотрена модель трехслойной оптической структуры, плоскопараллельные границы в которой обладают собственными нелинейными свойствами. Внутренний слой конечной толщины представляет собой оптически прозрачную среду с самофокусирующей керровской нелинейностью, снаружи контактирующий с линейными полупространствами, характеризующимися показателями преломления, независящими от амплитуды напряженности электрического поля. Показатели преломления в границах раздела слоев в пределе бесконечно малой их толщины аппроксимированы зависимостью с дельта-функцей Дирака. Показано, что математическая формулировка модели сводится к НУШ с нелинейным самосогласованным потенциалом. Установлено, что в рассматриваемой трехслойной структуре вдоль слоев могут распространяться два типа нелинейных локализованных волн возмущения напряженности электрического поля. Получены дисперсионные соотношения интерфейсных волн, которые позволяют определить константу распространения и декременты их пространственного затухания в линейных полупространствах как функции параметров системы. Проанализированы условия локализации светового потока вдоль границ раздела слоев в зависимости от знаков их параметров. Показано, что характерное расстояние локализации поля линейным образом зависит от параметра нелинейного отклика границы. Установлено, что при положительном нелинейном отклике характерное расстояние локализации уменьшается по сравнению с длинной локализации в случае невзаимодействующих с полем границ раздела слоев, а при отрицательном — увеличивается.

Ключевые слова: нелинейное уравнение Шредингера, керровская нелинейность, дисперсионные соотношения, интерфейсная волна.

DOI: 10.21883/OS.2019.07.47944.231-18

Введение

Широкое применение нелинейных поверхностных волн (НПВ) в различных технических системах, основанных на волноводных свойствах многослойных оптических гетероструктур, обуславливает интерес к изучению многообразия их свойств [1]. Теоретическое изучение особенностей взаимодействия возбуждений электромагнитного поля с границами раздела сред при учете их внутренних характеристик в многослойных структурах представляется важным, поскольку они могут быть выбраны в качестве управляющих параметров, контролирующих локализацию и волноводные свойства [2]. Такие управляющие параметры необходимы для определения требуемых значений пропускных характеристик границ при определенных частотах в оптических устройствах, использующих волноводные свойства многослойных систем [3].

НПВ электромагнитной природы, распространяющиеся вдоль границ раздела сред в слоистых структурах, теоретически исследовались многими авторами [4–10]. В данных работах напряженность искомого электрического поля и его нормальные производные вблизи границ раздела слоистой структуры удовлетворяла условиям их непрерывности, что означало отсутствие взаимодействия волны с границей раздела как с плоским дефектом.

Однако, во многих технических приложения возникает необходимость управления пропускными характеристиками границ раздела сред, которое может быть реализовано за счет учета в модели управляющего параметра [11]. В качестве последнего может выступать интенсивность взаимодействия возбуждений электрического поля с границей раздела сред как с плоским дефектом кристаллической структуры [12].

Взаимодействие возбуждений поля с двумя плоскими границами раздела трех нелинейных сред, характеризующимися одним параметром, рассматривалось в [13] на основе нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) с керровской нелинейностью. Моделирование локального взаимодействия нелинейных возбуждений с границами раздела слоев проводилось с помощью короткодействующего потенциала в НУШ, который в одномерном случае для трехслойной структуры записывался в виде:

$$U(x) = U_0\{\delta(x+a) + \delta(x-a)\},$$

где $\delta(x)$ — дельта функция Дирака, U_0 — интенсивность взаимодействия возбуждения с границей, $2a$ — расстояние между симметрично расположенными границами. Для анализа влияния характеристик границ раздела на особенности локализации возбуждений в [14–19] предлагалось учесть нелинейные свойства внутри нее посредством нелинейного потенциала $U \propto \delta(x)|\psi|^2$ в пределе бесконечно малой толщины границы.

В данной работе проведено теоретическое описание локализации электрического поля в световом потоке вдоль границ раздела в трехслойной структуре, которые представляют собой плоские дефекты с нелинейными свойствами, разделяющие нелинейную пластину конечной толщины и линейные полупространства [20]. Основной целью работы является нахождение профиля локализации поля и других характеристик НПВ в явном аналитическом виде, а также условий их существования в рассматриваемой системе в зависимости от варьируемых значений характеристик сред и границ их раздела. Будет показано, что математическую формулировку модели рассматриваемой системы можно привести к НУШ с нелинейным самосогласованным потенциалом, содержащим дельта-функцию Дирака в пределе бесконечно тонких границ раздела слоев. Данный потенциал фактически описывает модуляцию показателя преломления в направлении, перпендикулярном плоскостям границ раздела слоев, и учитывает как его линейную часть, так и нелинейную добавку, обусловленную эффектом Керра оптической среды. Будет показано, что в рассматриваемой трехслойной структуре вдоль слоев могут распространяться два типа нелинейных локализованных волн возмущения напряженности эклектического поля.

Формулировка модели и вывод основных уравнений

В данной работе будем рассматривать трехслойную структуру, в которой внутренний оптический слой толщины $2a$ с нелинейностью керровского типа разделяет два диэлектрических (линейных) кристалла без эффекта Керра. Границы раздела сред будем считать плоскими, а их толщину много меньше характерного масштаба локализации возмущений параметров среды, создаваемых ими. Ширина внутреннего слоя будет считаться существенно больше ширины границ раздела слоев. В данном контексте границы раздела слоев можно называть волноводами.

Выберем систему координат так, чтобы средина нелинейного слоя проходила через начало координат. Границы раздела слоев лежат в плоскостях $x = \pm a$ перпендикулярно оси x. Пусть линейные оптические среды занимают полупространства $|x| > a$, а оптический слой с керровской нелинейностью расположен в области $|x| < a$.

Показатель преломления в нелинейных средах будем считать меняющимся в перпендикулярном по отношению к границам раздела направлении и представимом в виде $n(x, \mathbf{E}) = n_L(x) + n_N(x, \mathbf{E})$, где $\mathbf{E}$ — вектор напряженности электрического поля, $n_L(x)$ — линейный показатель преломления слоев, $n_N(x, \mathbf{E})$ — нелинейная добавка. Вдоль слоев показатель преломления будем считать неменяющимся.

Будем рассматривать TE-поляризованные монохроматические электромагнитные волны, распространяющиеся вдоль границы раздела (плоскости yz). Также будем считать, что можно разделить переменные и представить y-вую компоненту напряженности электрического поля поле в виде $E(x, z)E(y)$. Тогда, как показано в [14], распределение поля $E(x, z)$ будет описываться НУШ:

$$i\,\frac{\partial E}{\partial z} + D\,\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + n_L(x)E + n_N(x, |E|^2)E = 0, \qquad (1)$$

где D — коэффициент дифракции (всюду постоянный).

Будем считать, что значение линейного показателя преломления в широких слоях резко отличаются от его значения в границах раздела слоев. В силу того, что толщина границ существенно меньше ширины внутреннего слоя и характерной длинны локализации возмущений поля, можно аппроксимировать дельта-функцией Дирака. Поэтому для линейного показателя преломления будем использовать выражение:

$$n_L(x) = -\Omega(x) - U_1\delta(x+a) - U_2\delta(x-a), \qquad (2)$$

где U_j — константы, пропорциональные линейным показателям преломления в границах раздела слоев [13], зависимость от координаты x линейного показателя преломления широких слоев $\Omega(x)$ будем аппроксимировать кусочно-постоянной функцией

$$\Omega(x) = \begin{cases} \Omega_{L1}, & x < -a, \\ \Omega_N, & |x| < a, \\ \Omega_{L2}, & x > a, \end{cases}$$

Ω_{L1}, Ω_{L2}, Ω_N — постоянные величины.

Для нелинейных сред с эффектом Керра нелинейная добавка к показателю преломления пропорциональна квадрату модуля вектора напряженности электрического поля:

$$n_N(x, |E|^2) = \alpha(x)|E|^2, \qquad (3)$$

где $\alpha(x)$ — коэффициент керровской нелинейности трехслойной структуры. Его представим виде: $\alpha(x) = \beta(x) + \gamma(x)$, где $\beta(x)$ и $\gamma(x)$ — коэффициенты керровской нелинейности в границах раздела и в среднем слое соответственно, который представим в виде:

$$\gamma(x) = \begin{cases} 0, & |x| > a \\ \gamma, & |x| < a \end{cases}$$

где γ — параметр нелинейности внутреннего слоя (постоянная величина). В данной работе будет рассматриваться внутренней слой только с самофокусировкой, что соответствует положительному значению параметра нелинейности γ.

Будем считать, что значения коэффициента керровской нелинейности в границах раздела слоев резко отличаются от его значения в широких слоя. Поэтому, как было предложено для линейного показателя преломления в границах раздела, его можно аппроксимировать дельта-функцией Дирака:

$$\beta(x) = -W_1\delta(x + a) - W_2\delta(x - a), \tag{4}$$

где W_j — константы, пропорциональные нелинейным показателям преломления в границах раздела слоев, характеризующие их нелинейный отклик [15–20].

В данной работе рассматриваются только стационарные состояния, описываемые полем

$$E(x, z) = \psi(x)\exp(-i\omega z), \tag{5}$$

где величина ω представляет собой константу распространения. Подстановка выражений (2)–(5) в НУШ (1) приводит к стационарному НУШ, которое представим в традиционной форме [17–19]:

$$\psi''/2m + (\omega - \Omega(x) + \gamma(x)|\psi|^2)\psi = U(x, |\psi|^2)\psi, \tag{6}$$

где $m = 1/2D$ — „эффективная масса“ возбуждения, функция U определяется параметрами взаимодействия поля с границами раздела слоев и представляет собой потенциал, моделирующий взаимодействие поля с границами раздела слоев [20]:

$$U(x, |\psi|^2) = F_1(x + a, |\psi|^2) + F_2(x - a, |\psi|^2), \tag{7}$$

$$F_j(x, |\psi|^2) = \{U_j + W_j|\psi|^2\}\delta(x), \quad j = 1, 2, \tag{8}$$

где величины U_j интерпретируются как интенсивности взаимодействия возбуждений поля с границами раздела в линейном приближении („мощности“ дефектов). При $U_j > 0$ возбуждения отталкиваются от соответствующей границы, а при $U_j < 0$ — притягиваются. В общем случае в силу различия параметров сред всех слоев эти величины будем считать различными. Параметры нелинейности границ раздела слоев W_j характеризуют нелинейный отклик их взаимодействия с возбуждениями. При $W_j > 0$ соответствующая граница характеризуется внутренней дефокусировкой, а при $W_j < 0$ — фокусировкой.

Решение НУШ (6) с потенциалом (7) эквивалентно решению стационарного НУШ без потенциала

$$\psi''/2m + \{\omega - \Omega(x) + \gamma(x)|\psi|^2\}\psi = 0, \tag{9}$$

с граничными условиями:

$$\psi(\pm a - 0) = \psi(\pm a + 0), \tag{10}$$

$$\psi'(\pm a + 0) - \psi'(\pm a - 0) = 2m\{U_j + W_j|\psi(\pm a)|^2\}\psi(\pm a).$$

Здесь и далее значение индекса $j = 1$ соответствует величинам, относящимся к области $x < -a$, а $j = 2$ — к области $x > a$. При этом в формуле (11) и далее для $j = 1$ следует выбирать нижний знак, а для $j = 2$ — верхний.

При отсутствии взаимодействия поля с границами раздела слоем, когда $U_j = 0$, $W_j = 0$, из (11) получается условие непрерывности производной поля. Такой случай, как для одиночной границы раздела двух полупространств, так и для трехслойных структур, был наиболее подробно проанализирован в [5].

В случае одной границы раздела в плоскости $x = 0$ при $U_j = 0$, $W_j = W_0$ и $a = 0$ для случая нелинейного плоского дефекта из (11) получается одно граничное условие, приведенное в [15–17], а для случая обоих ненулевых параметров ($U_j = U_0$, $W_j = W_0$) — в [18,19]. Для системы двух плоскопараллельных дефектов с линейным взаимодействием при $U_j = U_0$, $W_j = 0$ и $a \neq 0$ из (11) получаются граничные условия, приведенные в [13]. При $U_j = 0$, $W_j \neq 0$ и $a \neq 0$ из (11) получаются граничные условия, использованные в [20] для двух плоскопараллельных дефектов с преобладающим нелинейным откликом. В этой работе был проанализирован только случай одинаковых значений соответствующих характеристик слоев и их границ раздела, в отличие от приведенных здесь результатов.

Нелинейные интерфейсные волны

Волны, быстро затухающие при удалении от границы раздела сред называют обычно поверхностными. В рассматриваемом случае границы раздела слоев оказывают активное влияние на процессы локализации волн, и поэтому такие границы можно называть интерфейсами, подчеркнув наличие такого взаимодействия, а распространяющиеся вдоль них волны — интерфейсными, отличая их тем самым от НПВ в традиционном смысле.

1) *Нелинейные интерфейсные волны первого типа.*

Если значение константы распространения лежит в диапазоне $\omega < \min\{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_0\}$, то НУШ (9) имеет два типа решений, первое из которых представимо в виде:

$$\psi(x) = \begin{cases} \psi_{0j}\exp(\mp q_j(x \mp a)), & |x| > a, \\ A_c \mathrm{cn}(q_c(x - x_c), k), & |x| < a, \end{cases} \tag{12}$$

где cn — эллиптический косинус с модулем k, $1/2 < k^2 < 1$, амплитуда нелинейных колебаний поля во внутреннем слое:

$$A_c^2 = k^2 q_c^2/(m\gamma), \tag{13}$$

волновое число нелинейной волны:

$$q_j^2 = 2m(Q_0 - \omega)/(2k^2 - 1). \tag{14}$$

декременты пространственного затухания интерфейсной волны в линейных полупространствах:

$$q_j^2 = 2m(\Omega_j - \omega). \tag{15}$$

Подстановка решения (12) в условия непрерывности (10) позволяют получить выражения для амплитуд затухающего в линейных полупространствах поля (т.е. амплитуд колебаний поля на границах раздела слоев):

$$\psi_{0j} = kq_c(m\gamma)^{-1/2}\mathrm{cn}(q_c(a \mp x_s), k). \tag{16}$$

Подстановка решения (12) в нелинейные граничные условия (11) с учетом (16) приводит к паре дисперсионных соотношений, определяющих зависимость константы распространения нелинейной волны от параметров слоев и их границ раздела:

$$Q_{cj}(\omega) = D_{cj}(\omega, U_j, W_j), \tag{17}$$

$$Q_{cj}(\omega) = q_c\mathrm{sn}(q_c(a \mp x_c), k) \times \mathrm{dn}(q_c(a \mp x_c), k)/\mathrm{cn}(q_c(a \mp x_c), k) - q_j,$$

$$D_{cj}(\omega, U_j, W_j) = 2m\{U_j + V_j k^2 q_c^2 \mathrm{cn}^2(q_c(a \mp x_c), k)\},$$

где $V_j = W_j/\gamma$ — отношение параметров нелинейности границ к параметру нелинейности внутреннего слоя.

2) *Нелинейные интерфейсные волны второго типа.*

В диапазоне $\omega < \min\{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_0\}$ НУШ (9) имеет решение другого типа, представимое в виде:

$$\psi(x) = \begin{cases} \psi_{0j}\exp(\mp q_j(x \mp a)), & |x| > a, \\ A_d\mathrm{dn}(q_d(x - x_d), k), & |x| < a, \end{cases} \tag{18}$$

где амплитуда нелинейных колебаний поля во внутреннем слое:

$$A_d^2 = q_d^2/(m\gamma), \tag{19}$$

волновое число нелинейной волны:

$$q_d^2 = 2m(\Omega_0 - \omega)/(2 - k^2), \tag{20}$$

декременты пространственного затухания интерфейсной волны в линейных полупространствах определяются выражениями (15).

Подстановка решения (18) в условия непрерывности (10) позволяют получить амплитуды колебаний поля на границах раздела слоев:

$$\psi_{0j} = q_d(m\gamma)^{-1/2}\mathrm{dn}(q_d(a \mp x_d), k). \tag{21}$$

Подстановка решения (18) в нелинейные граничные условия (11) с учетом (21) приводит к паре дисперсионных соотношений:

$$Q_{dj}(\omega) = D_{dj}(\omega, U_j, W_j), \tag{22}$$

$$Q_{dj}(\omega) = k^2 q_d\mathrm{sn}(q_d(a \mp x_d), k) \times \mathrm{cn}(q_d(a \mp x_d), k)/\mathrm{dn}(q_d(a \mp x_d), k) - q_j,$$

$$D_{dj}(\omega, U_j, W_j) = 2m\{U_j + V_j q_d^2 \mathrm{dn}^2(q_d(a \mp x_d), k)\},$$

где $V_j = W_j/\gamma$ — отношение параметров нелинейности границ к параметру нелинейности внутреннего слоя.

Выражения (12) и (18) описывают в двух вариантах поля, периодическим образом распределенные во внутреннем слое и экспоненциально затухающие в линейных полупространствах. Данные состояния советуют двум типам нелинейных световых волн, распространяющихся вдоль оптического слоя и локализованных в диэлектрических обкладках.

Полученные дисперсионные соотношения (17) и (22) двух типов интерфейсных волн позволяют определить константу распространения ω и декременты пространственного их затухания в линейных полупространствах q_j как функции параметров системы.

Подстановка найденных решений дисперсионных уравнений в (16) и (21) позволяет определить амплитуды колебаний поля на границах раздела слоев как функции параметров системы. Значение модуля эллиптической функции k является свободным параметром для данных типов состояний. Проанализировать решения дисперсионных уравнений (17) и (22) представляется возможным в некоторых частных случаях, которые будут рассмотрены далее.

Анализ дисперсионных соотношений интерфейсных волн первого типа

1) *Одинаковые параметры сред и границ:* $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_0$, $U_1 = U_2 = U_0$, $W_1 = W_2 = W_0$.

В данном случае из (15) получается, что декременты затухания интерфейсной волны в линейных полупространствах одинаковы: $q_1 = q_2 = q$, а из (14) и (15) получается связь декремента затухания интерфейсной волны с волновым числом: $q = q_c(2k^2 - 1)^{1/2}$.

При таких условиях из дисперсионных уравнений (17) следует, что существует решение, для которого $x_c = 0$, и сами дисперсионные соотношения (17) переходят в одно. Из (16) следует, что такое состояние соответствует симметричным колебаниям поля на границах раздела слоев с одинаковыми амплитудами: $\psi_{01} = \psi_{02} = kq_c(m\gamma)^{-1/2}$.

В „длинноволновом“ приближении при $q_c a \ll 1$, которое означает выполнение условия $|\Omega - \omega| \ll \ll (2k^2 - 1)/2ma^2$, из (17) получается выражение пространственного затухания интерфейсной волны в линейных полупространствах:

$$q = q_{c0}\{1 \pm (1 + 4mU_0/q_{c0})^{1/2}\}, \tag{23}$$

где $q_{c0} = (2k^2 - 1)/2(a - 2k^2 V_0)$. Знак в (23) выбирается в зависимости от соотношения знаков U_0 и q_{c0} так, чтобы q было положительным.

Для существования локализованной около внутреннего слоя нелинейной волны с затуханием (23) параметры слоев и их границ раздела должны удовлетворять условию: $U_0 < (2k^2 - 1)/8m(2k^2 V_0 - a)$. Отсюда следует, что при выполнении условия $V_0 > a/2k^2$ „мощность“ дефекта может быть как положительной, так и отрицательной, а при выполнении условия $V_0 < a/2k^2$ она может быть только отрицательной.

При отсутствии взаимодействия поля с границами раздела слоем, когда $U_0 = 0$, $W_0 = 0$, из (23) получается пространственное затухание $q = (2k^2 - 1)/a$, а затем константа распространения $\omega = \Omega_0 - (2k^2 - 1)^2/2ma^2$.

В случае слабо нелинейного отклика границ, когда в пределе можно положить $W_0 = 0$, пространственное затухание сохраняет форму выражения (23), но в котором теперь $q_{c0} = (2k^2 - 1)/2a$.

В случае преобладающего нелинейного отклика границ, когда в пределе можно положить $U_0 = 0$, из (23) получается пространственное затухание $q = 2q_{c0}$, а затем константа распространения $\omega = \Omega_0 - 4\Omega_{c0} >$, где $\Omega_{c0} - 4\Omega_{c0}$. В таком предельном случае локализация поля происходит при условии $V_0 < a/2k^2$.

Также получается, что характерное расстояние локализации поля $l = 1/q$ линейным образом зависит от параметра нелинейного отклика границы: $l = l_{c0} - V_0/V_{cl}$, где $l_{c0} = a/(2k^2 - 1)$, $V_{cl} = 1 - 1/2k^2$. Видно, что при положительном нелинейном отклике характерное расстояние локализации будет меньше, чем для случая невзаимодействующих с полем границ раздела слоев, а при отрицательном — больше. Следовательно, выбирая нелинейные характеристики границы раздела слоев, можно регулировать размерами локализации светового потока вдоль них.

2), *Одинаковые параметры сред, но разные параметры границ:* $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_0$, $U_1 \neq U_2$, $W_1 \neq W_2$.

2.1) Сначала рассмотрим случай синфазных колебаний при $x_c = 0$. Тогда в „длинноволновом" приближении при $q_c a \ll 1$ из (17) получается выражение пространственного затухания интерфейсной волны в линейных полупространствах:

$$q = \frac{1}{k}\sqrt{(2k^2 - 1)m\,\frac{U_2 - U_1}{V_1 - V_2}}. \tag{24}$$

Для локализации поля в рассматриваемом случае параметры границ раздела должны удовлетворять одной из пар условий: 1) $U_2 > U_1$ и $V_1 > V_2$ или 2) $U_2 < U_1$ и $V_1 < V_2$.

Из (16) можно получить амплитуды длинноволновых колебаний поля на границах:

$$\psi_{0j} = \sqrt{\frac{U_2 - U_1}{\gamma(V_1 - V_2)}}. \tag{25}$$

Как видно, в рассматриваемом случае она определяется исключительно характеристиками границ раздела и параметром нелинейности внутреннего широкого слоя.

Получается, что интерфейсные волны такого вида существуют, только если границы раздела слоев обладают собственными нелинейными свойствами, причем значения характеристик границ должны быть различными по величине.

2.2) Теперь рассмотрим случай стационарных состояний, для которых $x_c \neq 0$. В „длинноволновом" приближении при $q_c(a \pm x_c) \ll 1$ из системы (17) получается выражение пространственного затухания интерфейсной волны в линейных полупространствах:

$$q = q_{cx}\{1 \pm (1 - q_b/q_{cx})^{1/2}\}, \tag{26}$$

где $q_{cx} = (2k^2 - 1)/2\{a - k^2(V_1 + V_2)\}$, $q_b = 2m(U_1 + U_2)$.

Из системы (17) также можно получить выражение:

$$x_c = k^2(V_1 - V_2) + m(U_1 - U_2)/q_c^2. \tag{27}$$

Из (27) получается, что требование $x_c = 0$ приводит к выражению (24) для пространственного затухания такой интерфейсной волны.

Затухание (26) упрощается в двух частных случаях, определяемых специальными связями между параметрами сред и границ их раздела.

a) Если $U_1 = -U_2$, то из (26) получается пространственное затухание $q = 2q_{cx}$. Условие локализации такой волны принимает вид: $V_1 + V_2 < a/k^2$.

b) Если $k^2 = (V_1 + V_2)/a$, то из (26) получается пространственное затухание $q = -q_b/2$. Получается, что в рассматриваемом случае для локализации волны суммарная мощность обеих границ раздела как плоских дефектов должна быть отрицательной.

3) *Все соответствующие параметры слоев и их границ раздела различные:* $\Omega_1 \neq \Omega_2$, $U_1 \neq U_2$, $W_1 \neq W_2$.

3.1) Сначала рассмотрим случай состояний при $x_c = 0$. Тогда в „длинноволновом" приближении при $q_c a \ll 1$ из системы (17) получается волновое число:

$$q_c^2 = 2m\,\frac{2mU_j^2 + \Omega_0 - \Omega_j}{2k^2 - 1 + 4mU_j(a - 2k^2V_j)}. \tag{28}$$

Следует отметить, что выражение (28) справедливо при условии, что параметры слоев и их границ раздела связаны соотношением:

$$\frac{2mU_1^2 + \Omega_0 - \Omega_1}{2k^2 - 1 + 4mU_1(a - 2k^2V_1)} = \frac{2mU_2^2 + \Omega_0 - \Omega_2}{2k^2 - 1 + 4mU_2(a - 2k^2V_2)}.$$

из которого определяется эллиптический модуль как функция параметров системы: $k^2 = \frac{\varepsilon_2\alpha_{c1} - \varepsilon_1\alpha_{c2}}{2(\varepsilon_1\beta_2 - \varepsilon_2\beta_1)}$, где $\varepsilon_j = 2mU_j^2 + \Omega_0 - \Omega_j$, $\alpha_{cj} = 4maV_j - 1$, $\beta_j = 1 - 4mU_jV_j$.

3.2) Теперь рассмотрим случай стационарных состояний, для которых $x_c \neq 0$. В „длинноволновом" приближении при $q_c(a \pm x_c) \ll 1$ из системы (17) получается константа распространения:

$$\omega = \frac{(2k^2-1)(U_2\Omega_1 + U_1\Omega_2) + 8m\Omega_0U_1U_2\{a - k^2(V_1 + V_2)\}}{(2k^2-1)(U_1 + U_2)(1 + mU_1U_2) + 8mU_1U_2\{a - k^2(V_1 + V_2)\}}. \tag{29}$$

Также из системы (17) можно получить выражение

$$x_c = a - V_2k^2 - (q_2(\omega) + 2mU_2)/q_c^2(\omega), \tag{30}$$

где в зависимости $q_2(\omega)$ и $q_c(\omega)$, определяемые (14) и (15) соответственно, подставляется константа распространения ω, определяемая выражением (29).

Таким образом, выражения (29) и (30) полностью определяют параметры интерфейсной волны первого типа, описываемой (12).

Анализ дисперсионных соотношений интерфейсных волн второго типа

1) *Одинаковые параметры сред и границ:* $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_0$, $U_1 = U_2 = U_0$, $W_1 = W_2 = W_0$.

В данном случае: $q_1 = q_2 = q$, а из (15) и (20) получается связь декремента затухания интерфейсной волны с волновым числом: $q = q_d(2 - k^2)^{1/2}$.

При таких условиях из дисперсионных уравнений (22) следует, что существует решение, для которого $x_d = 0$, и сами дисперсионные соотношения (22) переходят в одно. Из (21) следует, что такое состояние соответствует симметричным колебаниям поля на границах раздела слоев с одинаковыми амплитудами: $\psi_{01} = \psi_{02} = q_d(m\gamma)^{-1/2}$.

В „длинноволновом“ приближении при $q_d a \ll 1$, которое означает выполнение условия $|\Omega - \omega| \ll (2 - k^2)/2ma^2$, из (22) получается:

$$q = q_{d0}\{1 \pm (1 + 4mU_0/q_{d0})^{1.2}\}, \tag{31}$$

где $q_{d0} = (2 - k^2)/2(ak^2 - 2V_0)$. Знак в (31) выбирается в зависимости от соотношения знаков U_0 и q_{d0} так, чтобы q было положительным.

Для существования интерфейсной волны второго типа с симметричным затуханием (31) должно выполняться условие: $U_0 < (2 - k^2)/8m(2V_0 - ak^2)$. Отсюда следует, что при выполнении условия $V_0 > ak^2/2$ „мощность“ дефекта может быть как положительной, так и отрицательной, а при выполнении условия $V_0 < ak^2/2$ она может быть только отрицательной.

При отсутствии взаимодействия поля с границами раздела слоем, когда $U_0 = 0$, $W_0 = 0$, из (31) получается пространственное затухание $q = (2 - k^2)/ak^2$, а затем константа распространения $\omega = \Omega_0 - (2 - k^2)^2/2ma^2k^4$.

В случае слабо нелинейного отклика границ, когда в пределе можно положить $W_0 = 0$, пространственное затухание сохраняет форму выражения (31), но в котором теперь $q_{d0} = (2 - k^2)/2ak^2$.

В случае преобладающего нелинейного отклика границ, когда в пределе можно положить $U_0 = 0$, из (31) получается $q = 2q_{d0}$ и $\omega = \Omega_0 - 4\Omega_{d0}$, где $\Omega_{d0} = q_{d0}^2/2m$. Условие локализации: $V_0 < ak^2/2$.

Характерное расстояние локализации поля: $l = l_{d0} - V_0/V_{dl}$, где $l_{d0} = ak^2/(2 - k^2)$, $V_{dl} = 1 - k^2/2$.

2) *Одинаковые параметры сред, но разные параметры границ:* $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_0$, $U_1 \neq U_2$, $W_1 \neq W_2$.

2.1) Сначала рассмотрим случай синфазных колебаний при $x_d = 0$. Тогда в „длинноволновом“ приближении при $q_d a \ll 1$ из (22) получается:

$$q = \sqrt{(2 - k^2)m\,\frac{U_2 - U_1}{V_1 - V_2}}. \tag{32}$$

Для локализации поля должны выполняться такие же условия, как и для интерфейсных волн первого типа.

Из (21) получается выражение для амплитуды длинноволновых колебаний поля на границах, совпадающее с (25).

2.2) Теперь рассмотрим случай стационарных состояний, для которых $x_d \neq 0$. В „длинноволновом“ приближении при $q_d(a \pm x_d) \ll 1$ из системы (22) находится решение:

$$q = q_{dx}\{1 \pm (1 - q_b/q_{dx})^{1/2}\}, \tag{33}$$

где $q_{dx} = (2 - k^2)/2\{ak^2 - k^2(V_1 + V_2)\}$.

Из системы (22) также можно получить выражение:

$$x_c = \{(V_1 - V_2) + m(U_1 - U_2)/q_d^2\}/k^2. \tag{34}$$

Из (34) получается, что требование $x_d = 0$ приводит к выражению (32).

Затухание (33) упрощается в двух частных случаях.

a) Если $U_1 = -U_2$, то из (33) получается пространственное затухание $q = 2q_{dx}$. Условие локализации волны второго типа в этом случае принимает вид: $V_1 + V_2 < ak^2$.

b) Если $a = k^2(V_1 + V_2)$, то из (33) получается пространственное затухание такое же как и для интерфейсной волны первого типа.

3) *Все соответствующие параметры слоев и их границ раздела различные:* $\Omega_1 \neq \Omega_2$, $U_1 \neq U_2$, $W_1 \neq W_2$.

3.1) Сначала рассмотрим случай состояний при $x_d = 0$. Тогда в „длинноволновом“ приближении при $q_d a \ll 1$ из системы (22) получается:

$$q_d^2 = 2m\,\frac{2mU_j^2 + \Omega_0 - \Omega_j}{2 - k^2 + 4mU_j(ak^2 - 2V_j)}. \tag{35}$$

Следует отметить, что выражение (35) справедливо при условии, что параметры слоев и их границ раздела связаны соотношением:

$$\frac{2mU_1^2 + \Omega_0 - \Omega_1}{2 - k^2 + 4mU_1(ak^2 - 2V_1)} = \frac{2mU_2^2 + \Omega_0 - \Omega_2}{2 - k^2 + 4mU_2(ak^2 - 2V_2)}.$$

3.2) Теперь рассмотрим случай стационарных состояний, для которых $x_d \neq 0$. В „длинноволновом“ приближении при $q_d(a \pm x_d) \ll 1$ из системы (22) получается константа распространения:

$$\omega = \frac{(2-k^2)(U_2\Omega_1 + U_1\Omega_2) - 2mU_1U_2\{(2-k^2)(U_1+U_2) + 4\Omega_0(V_1+V_2-ak^2)\}}{(2-k^2)(U_1+U_2) + 8mU_1U_2(V_1+V_2-ak^2)}. \tag{36}$$

Также из системы (22) можно получить выражение

$$x_d = a - \{V_2 + (q_2(\omega) + 2mU_2)/q_d^2(\omega)\}/k^2, \tag{37}$$

где в зависимости $q_2(\omega)$ и $q_d(\omega)$, определяемые (15) и (20) соответственно, подставляется константа распространения ω, определяемая выражением (36).

Таким образом, выражения (36) и (37) полностью определяют параметры интерфейсной волны второго типа, описываемой (18).

Следует отметить, что в пределе $k \to 1$ интерфейсные волны первого и второго типов вырождаются в одну в силу свойств эллиптических функций: $\mathrm{cn}(z) \to 1/\mathrm{ch}(z)$, $\mathrm{dn}(z) \to 1/\mathrm{ch}(z)$. Выражения (12) и (18) во внутреннем нелинейном слое примут вид:

$$\psi = A/\cosh(q_0(x - x_0)), \quad |x| < a, \tag{38}$$

где в этом пределе из (14) и (20) соответственно $q_c^2 \to q_0^2$ и $q_d^2 \to q_0^2$ (для одинаковых линейных показателей преломления, когда $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_0$), а из (13) и (19) соответственно $A_c \to A = q_0(m\gamma)^{-1/2}$ и $A_d \to A$.

При $x_0 = 0$ (38) в данном случае описывает симметричную интерфейсную волну с одним максимумом, расположенным посередине между границами раздела слоев. Параметры интерфейсной волны можно получить, устремив в пределе $k \to 1$ в соответствующих формулах, описывающих затухание и значение амплитуды поля на границах раздела. Характерное расстояние локализации светового поля в направлении, перпендикулярном плоскости волноводов, в случае преобладающего нелинейного отклика границ будет $l = a - 2V_0$.

Заключение

В данной работе рассмотрена локализация светового потока вдоль трехслойной немагнитной структуры. Данная структура состоит из внутреннего оптического слоя, обладающего керровской самофокусирующей нелинейностью, который с обеих сторон окружен линейными оптическими средами, показатели преломления в которых в общем случае могут быть различными, но независящими от напряженности эклектического поля. Предложено рассматривать такие границы раздела широких слоев, которые также, в свою очередь, обладают керровской нелинейностью. Другими словами, границы раздела как плоские дефекты характеризуются собственными нелинейными свойствами. Показатели преломления в границах раздела в пределе бесконечно малой их толщины аппроксимированы дельтафункционными зависимостями. В результате математическая формулировка модели свелась к НУШ с нелинейным самосогласованным потенциалом.

Показано, что в рассматриваемой трехслойной структуре вдоль слоев могут распространяться два типа нелинейных локализованных волн возмущения напряженности электрического поля, называемые интерфейсными волнами и описываемые различными типами периодических решений НУШ, которые соответствуют эллиптическими функциями cn и dn.

Получены дисперсионные соотношения, из которых определены величины пространственного затухания и зависимости константы распространения интерфейсных волн обоих типов. Также найдены амплитуды нелинейных колебаний поля на границах раздела слоев. Данные величины определяются параметрами сред, среди которых физически наиболее важными являются такие, как параметр нелинейности внутреннего слоя и ее толщина, а также собственные характеристики границ раздела слоев, такие как интенсивности взаимодействия поля с границами раздела и их нелинейный отклик.

Показано, что учет нелинейных свойств границ раздела приводит к видоизменению формы локализации возбуждений поля и области их существования. Конкретный вид профиля локализации интерфейсных волн зависит от знака параметров нелинейного отклика границ раздела.

В длинноволновом приближении величины пространственного затухания и зависимости константы распространения интерфейсных волн обоих типов найдены в явном аналитическом виде и проанализированы условия их существования. Для случая преобладающего нелинейного отклика границ получена оценка характерного расстояния локализации светового поля в направлении, перпендикулярном плоскости волноводов. Показано, что знак параметра нелинейного отклика границ прямо влияет на характерное расстояние локализации.

Таким образом, на этапе формирования ультратонких границ раздела в многослойных структурах появляется возможность путем управления знаками их нелинейных характеристик, закладывать технологически необходимые размеры локализации светового потока вдоль волноводов. Также представляется важным то, что локализация светового поля возможна при различных нелинейных показателях преломления внутри тонких граничных слоев, разделяющих широкие слои трехслойной структуры. Полученные результаты способствуют развитию и совершенствованию технологий разработки оптических систем, основанных на многослойных структурах [11].

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] *Kivshar Yu.S. and Agrawal G.P.* Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals, Academic Press, San Diego, 2003. 540 p.; *Кившарь Ю.С, Агравал Г.П.* Оптические солитоны. От волоконных световодов до фотонных кристаллов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 648 с.

[2] *Паняев И.С., Санников Д.Г.* // Компьютерная оптика. 2017. Т. 41. № 2. С. 183. doi 10.18287/2412-6179-2017-41-2-183-191

[3] *Carretero-González R., Cuevas-Maraver J., Frantzeskakis D., Karachalios N., Kevrekidis P., Palmero-Acebedo F.* Localized Excitations in Nonlinear Complex Systems. Springer Science & Business Media, 2013. 432 p.

[4] *Ахмедиев Н.Н.* // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. С. 545. *Akhmediev N.N.* // Sov. Phys. JETP. 1982. V. 56(2). P. 299.
[5] *Михалаке Д., Назмитдинов Р.Г., Федянин В.К.* // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 1989. Т. 20. № 1. С. 198.
[6] *Boardman A.D., Shabat M.M., Wallis R.F.* // Journal of Physics D: Applied Physics. 1991. Vol. 24. N 10. P. 1702. doi 10.1088/0022-3727/24/10/002
[7] *Коровай О.В., Хаджи П.И.* // ФТТ. 2003. Т. 45, № 2. С. 364–368. *Korovai O.V., Khadzhi P.I.* // Phys. Solid State. 2003. V. 45. P. 386. doi 10.1134/1.1553548
[8] *Assa'd A.I., Ashour H.S.* // Turk. J. of Phus. 2012. Vol. 36. P. 207. doi 10.3906/fiz-1106-8
[9] *Panyaev I.S., Dadoenkova N.N., Dadoenkova Yu.S., Rozhleys I.A., Krawczyk M., Lyubchanckii I.L., Sannikov D.G.* // J. of Phys. D: Applied Phys. 2016. V. 49. P. 435103 doi 10.1088/0022-3727/49/43/435103
[10] *Panyaev I.S., Sannikov D.G.* // J. of Opt. Soc. of America B. 2016. V. 33. P. 220. doi 10.1364/JOSAB.33.000220
[11] *Naim Ben Ali* // Chinese J. of Phys. 2017. V. 55. P. 2384. doi 10.1016/j.cjph.2017.10.008
[12] *Kivshar Yu.S., Kosevich A.M., Chubykalo O.A.* // Phys. Rev. A 41. 1990. V. 3 P. 1677. doi 10.1103/PhysRevA.41.1677
[13] *Герасимчук И.В., Ковалев А.С.* // ФНТ. 2000. Т. 26. № 8. С. 799. *Gerasimchuk I.V., Kovalev A.S.* // Low Temp. Phys. 2000. V. 26. P. 586. doi 10.1063/1.1289129
[14] *Sukhorukov A.A. and Kivshar Y.S.* // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. P. 083901. doi 10.1103/PhysRevLett.87.083901
[15] *Gerasimchuk I.V., Gorbach P.K., Dovhopolyi P.P.* // Ukr. J. Phys. 2012. V. 57. P. 678.
[16] *Герасимчук И.В.* // ЖЭТФ. 2015. Т. 121. № 4. С. 596. *Gerasimchuk I.V.* // J. Exper. Theor. Phys. 2015. V. 121. N 4. P. 596. doi 10.1134/S1063776115100076
[17] *Savotchenko S.E.* // Mod. Phys. Lett. B 2018. V. 32. N 10. P. 1850120-12. doi 10.1142/S0217984918501208
[18] *Савотченко С.Е.* // Конденсированные среды и межфазные границы. 2018. Т. 20. № 2. С. 255. doi 10.17308/kcmf.2018.20/517
[19] *Савотченко С.Е.* // Письма в ЖЭТФ. 2018. Т. 107. № 8. С. 481. *Savotchenko S.E.* // JETP Lett. 2018. V. 107. N 8. P. 455. doi 10.7868/S0370274X18080027
[20] *Савотченко С.Е.* // Нелинейный мир. 2018. № 3. С. 25.