

01

Спектроскопия квантовых биений в системе N одинаковых, близко расположенных атомов. I. Случай $N = 2$

© А.И. Мохов^{1,2,3}, А.А. Макаров^{2,3,4}

¹ Сколковский институт науки и технологий, территория инновационного центра „Сколково“, 121205 Москва, Россия

² Институт спектроскопии РАН, 108840 Троицк, Москва, Россия

³ Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Московская обл., Россия

⁴ Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики, 101100 Москва, Россия

e-mail: amakarov@isan.troitsk.ru

Поступила в редакцию 25.02.2019 г.

В окончательной редакции 25.02.2019 г.

Принята к публикации 15.03.2019 г.

На примере двух близко расположенных локализованных щелочно-земельных атомов рассмотрены возможности метода квантовых биений (вариант спектроскопии пересечения уровней в магнитном поле) в нахождении двух параметров, характеризующих систему, а именно, направления от одного атома к другому и расстояния между ними. Обсуждена применимость метода к наноскопии систем близко расположенных квантовых точек, вакансионных центров (NV-центры и т. п.) и примесных атомов (молекул) в кристаллах.

Ключевые слова: квантовые биения, квантовые точки.

DOI: 10.21883/OS.2019.07.47924.63-19

Введение

Задача о сверхвысоком пространственном разрешении на масштабе меньше оптической длины волны — вызов для оптической спектроскопии. Были предложены различные подходы к ее решению — часть из них была реализована в эксперименте. Заслуживают быть отмеченными следующие идеи: 1) фотоэлектронная (фотоионная) микроскопия [1–3] в качестве дальнейшего развития идеи эмиссионного микроскопа Мюллера [4]; 2) резонансная передача молекулярного возбуждения от наноострия в макроскопический образец по механизму Фёрстера (fluorescence resonance energy transfer — FRET) [5]; 3) основанная на механизме FRET сканирующая микроскопия ближнего поля [6,7]; 4) сочетание оптического возбуждения с наноразрешением атомно-силового или сканирующего туннельного микроскопа [8]; 5) перемещение атома, возбужденного лазерным излучением, через наноотверстие в металлическом экране [9]; 6) наноскопия пар квантовых точек, основанная на эффекте „мерцания“ люминесценции и численном моделировании изображений [10].

В отличие от перечисленных методов недавно [11] была рассмотрена принципиальная возможность наноскопии системы двух одинаковых атомов посредством флуоресценции в магнитном поле — с определением чисто оптическими методами двух ее параметров, а именно, расстояния между атомами и направления в пространстве от одного атома к другому. Однако применимость схем, предложенных в работе [11], к таким

чрезвычайно актуальным объектам, как системы близко расположенных квантовых точек, вакансионных (NV, SiV, GeV) центров в алмазе, а также примесных атомов (молекул) в кристаллах может встретить очевидные трудности. Проблема состоит в большой (даже при низких температурах) ширине линии флуоресценции для таких (даже одиночных) объектов по сравнению с радиационной шириной. Вполне вероятно ситуация, когда эта большая ширина обусловлена в основном влиянием на частоту перехода распределением по числам заполнения в фонной подсистеме. Такое уширение (даже в одиночном сложном объекте) аналогично так называемому статистическому неоднородному уширению в колебательно-возбужденных многоатомных молекулах, исследованному теоретически и экспериментально в работах [12–15]. Если так, то можно рассчитывать на различные методы исключения спектральной неоднородности. Одним из подходов является детектирование пересечения или антипересечения уровней посредством спектроскопии квантовых биений [16–18]. Мы рассматриваем локализованные атомы. Отметим, что возможности спектроскопии пересечения уровней в магнитном поле для пар сталкивающихся атомов были экспериментально продемонстрированы в работах [19–21].

Данная работа является первой из серии наших работ, посвященных исследованию возможностей спектроскопии пересечения уровней посредством метода квантовых биений в системах одинаковых близко расположенных атомов. Конкретно рассматривается система из двух

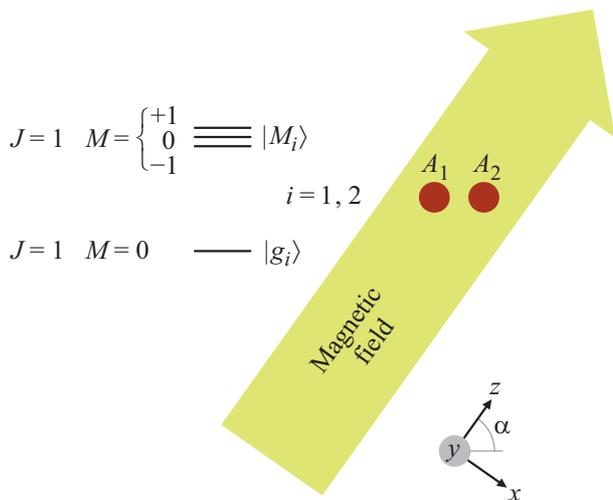


Рис. 1. Рассматриваемая модель. Два идентичных атома A_1 и A_2 локализованы в плоскости xz . Угловые моменты их основного состояния $|g\rangle$ и возбужденного состояния $|e\rangle$ равны $J_g = 0$ и $J_e = 1$ соответственно. Магнитное поле направлено вдоль оси z под углом α по отношению к прямой, соединяющей атомы. Для каждого атома это приводит к расщеплению возбужденного триплета на M -состояния с определенной проекцией момента на ось z . В данной работе акцент делается на малые углы α .

атомов (с простейшей конфигурацией резонансного перехода) в постоянном магнитном поле. Цель работы — сформулировать процедуру, позволяющую определить характеризующие систему два параметра — направление линии, соединяющей атомы, и расстояние между ними. Свойства однократно возбужденных энергетических состояний, учитывающие диполь-дипольное взаимодействие и зависящие от направления магнитного поля, рассмотрены в следующем разделе. Далее осуществляется выбор состояний и области напряженностей магнитного поля, оптимальных для использования метода квантовых биений. Наконец, рассмотрена конкретная схема одноквантового возбуждения системы импульсом лазерного излучения с последующим детектированием флуоресценции с временным разрешением.

Состояния системы двух одинаковых атомов в магнитном поле

Предполагается, что основное состояние атома $|g\rangle$ не вырождено (полный угловой момент $J = 0$), а возбужденное состояние $|e\rangle$ трехкратно вырождено ($J = 1$ с проекциями момента на ось квантования $M = -1, 0, +1$)¹. Ось квантования z совпадает с направлением магнитного поля. Магнитное поле направлено

¹ Такая конфигурация перехода характерна, в частности, для элементов второй группы таблицы Менделеева с внешней оболочкой ns^2 — Be, Mg, Ca, Zn, Sg и т.д. — причем у основных изотопов этих элементов, кроме бериллия, к тому же равен нулю ядерный спин, так что отсутствует сверхтонкая структура.

под углом α к линии, соединяющей атомы (рис. 1). Однократно возбужденные состояния системы обозначаются, как

$$\begin{aligned} Q_1^{(-1)} &= |e_1^{(-1)}g_2\rangle, & Q_1^{(0)} &= |e_1^{(0)}g_2\rangle, & Q_1^{(+1)} &= |e_1^{(+1)}g_2\rangle, \\ Q_2^{(-1)} &= |g_1e_2^{(-1)}\rangle, & Q_2^{(0)} &= |g_1e_2^{(0)}\rangle, & Q_2^{(+1)} &= |g_1e_2^{(+1)}\rangle, \end{aligned} \quad (1)$$

где нижний индекс относится к первому (второму) атому, а верхний индекс обозначает проекцию углового момента. Если $\alpha \neq 0$, проекция M не сохраняется из-за диполь-дипольного взаимодействия атомов, которое входит в гамильтониан системы наряду с взаимодействием каждого атома с магнитным полем. Благодаря симметрии волновых функций по отношению к перестановке атомов, удобно в качестве базисных состояний гамильтониана взять симметричную $|Q_s^{(M)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(Q_1^{(M)} + Q_2^{(M)})$ и антисимметричную $|Q_a^{(M)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(Q_1^{(M)} - Q_2^{(M)})$ суперпозиции состояний (1). Тогда матрица оператора диполь-дипольного взаимодействия (см., например, [22])

$$\hat{U} = \frac{(\hat{\mathbf{d}}_1 \cdot \hat{\mathbf{d}}_2)}{r^3} - 3 \frac{(\hat{\mathbf{d}}_1 \cdot \mathbf{r})(\hat{\mathbf{d}}_2 \cdot \mathbf{r})}{r^5} \quad (2)$$

(где $\hat{\mathbf{d}}_i$ — оператор дипольного момента i -го атома, \mathbf{r} — вектор, соединяющий атомы) разделяется на две матрицы (U_s) и (U_a) , действующие независимо в базисах состояний $|Q_s^{(M)}\rangle$ и $|Q_a^{(M)}\rangle$ соответственно. Чтобы определить явный вид этих матриц, переписываем оператор \hat{U} в терминах угла α :

$$\begin{aligned} \hat{U} &= -\frac{1}{2r^3} \left\{ \frac{3}{2} \sin^2 \alpha (\hat{d}_1^{(+)} \hat{d}_2^{(+)} + \hat{d}_1^{(-)} \hat{d}_2^{(-)}) \right. \\ &+ \left(\frac{3}{2} \sin^2 \alpha - 1 \right) (\hat{d}_1^{(+)} \hat{d}_2^{(-)} + \hat{d}_1^{(-)} \hat{d}_2^{(+)}) + \\ &+ 2(3 \cos^2 \alpha - 1) \hat{d}_1^{(z)} \hat{d}_2^{(z)} + \frac{3}{2} \sin 2\alpha \left[(\hat{d}_1^{(+)} + \hat{d}_1^{(-)}) \hat{d}_2^{(z)} \right. \\ &\left. \left. + \hat{d}_1^{(z)} (\hat{d}_2^{(+)} + \hat{d}_2^{(-)}) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\hat{d}^{(\pm)} = \hat{d}^{(x)} \pm i\hat{d}^{(y)}$. Далее удобно выразить зависящие от этого угла матричные элементы оператора \hat{U} через скорость Γ спонтанного распада,

$$\Gamma = \frac{32\pi^3}{3\hbar\lambda_{eg}^3} \left| \langle e^{(0)} | \hat{d}^{(z)} | g \rangle \right|^2, \quad (4)$$

и параметр kr , где k — волновое число, равное $2\pi/\lambda_{eg}$. Следуя стандартным соотношениям для матричных элементов векторов² и вводя обозначения

$$\langle Q_1^{(M)} | \hat{U} | Q_2^{(M')} \rangle = U_r \beta_{MM'}, \quad U_r = \frac{3\Gamma}{4(kr)^3}, \quad (5)$$

² В основном, используем [23], однако для соответствия (в дальнейших результатах) понятию „симметричное \leftrightarrow сверхизлучательное“ и „антисимметричное \leftrightarrow субизлучательное“ удобно все матричные элементы считать положительными.

Таблица 1. Минимальное расщепление (строка 2) уровней $|2\rangle$ и $|3\rangle$ и величина напряженности магнитного поля (строка 3), при которой достигается $(\varepsilon_3 - \varepsilon_2)_{\min}$, при различных значениях угла α (строка 1) между магнитным полем и линией, соединяющей атомы

α (град)	0°	2°	4°	6°	8°	10°
$(\varepsilon_3 - \varepsilon_2)_{\min}/U_r$	0.000	0.148	0.296	0.442	0.587	0.730
$\mu_B g H/U_r - 3$	0	-0.005	-0.018	-0.041	-0.072	-0.113

получаем

$$\beta_{-1,-1} = \beta_{+1,+1} = 1 - \frac{3}{2} \sin^2 \alpha, \quad \beta_{00} = 1 - 3 \cos^2 \alpha,$$

$$\beta_{-1,0} = \beta_{0,-1} = \beta_{0,+1} = \beta_{+1,0} = \frac{3\sqrt{2}}{4} \sin 2\alpha,$$

$$\beta_{-1,+1} = \beta_{+1,-1} = \frac{3}{2} \sin^2 \alpha.$$

(6)

В результате приходим к

$$(U_s) = U_r$$

$$\times \begin{pmatrix} -\frac{E_z}{U_r} + (1 - \frac{3}{2} \sin^2 \alpha) & -\frac{3\sqrt{2}}{4} \sin 2\alpha & -\frac{3}{2} \sin^2 \alpha \\ -\frac{3\sqrt{2}}{4} \sin 2\alpha & (1 - 3 \cos^2 \alpha) & -\frac{3\sqrt{2}}{4} \sin 2\alpha \\ -\frac{3}{2} \sin^2 \alpha & -\frac{3\sqrt{2}}{4} \sin 2\alpha & -\frac{E_z}{U_r} + (1 - \frac{3}{2} \sin^2 \alpha) \end{pmatrix},$$

$$(U_a) = U_r$$

$$\times \begin{pmatrix} -\frac{E_z}{U_r} - (1 - \frac{3}{2} \sin^2 \alpha) & \frac{3\sqrt{2}}{4} \sin 2\alpha & \frac{3}{2} \sin^2 \alpha \\ -\frac{3\sqrt{2}}{4} \sin 2\alpha & -(1 - 3 \cos^2 \alpha) & -\frac{3\sqrt{2}}{4} \sin 2\alpha \\ \frac{3}{2} \sin^2 \alpha & \frac{3\sqrt{2}}{4} \sin 2\alpha & -\frac{E_z}{U_r} - (1 - \frac{3}{2} \sin^2 \alpha) \end{pmatrix},$$

(7)

где $E_z = \mu_B g H$ — зеемановский сдвиг в магнитном поле H уровней $|e^{(\pm 1)}\rangle$ со знаками плюс и минус соответственно (μ_B — магнетон Бора, g — фактор Ланде).

Как показывают вычисления зависимости собственных энергий ε от H , с точки зрения спектроскопии квантовых биений наиболее интересен случай малых углов α , когда при значении $E_z/U_r \approx 3$ наблюдается антипересечение пар уровней одинаковой симметрии. Уровни нумеруются в порядке возрастания энергии. Сближаются энергии симметричных состояний $|2\rangle$ и $|3\rangle$ и антисимметричных состояний $|4\rangle$ и $|5\rangle$. Это положение иллюстрируют рис. 2, где приведены графики $\varepsilon(H)$ для значений $\alpha = 0$ и $\alpha = 5^\circ$, и табл. 1, где приведены характеристики антипересечения уровней $|2\rangle$ и $|3\rangle$ при некоторых других значениях α . Отметим, что для антипересечения уровней $|4\rangle$ и $|5\rangle$ цифры те же.

Выбор пары уровней для применения метода квантовых биений

Из результатов, представленных на рис. 2 и в табл. 1, следует, что с помощью спектроскопии антипересечения уровней $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ и $|4\rangle \leftrightarrow |5\rangle$ можно в принципе определить направление линии, соединяющей два атома. Какую пару состояний целесообразнее использовать для этой цели, зависит от расстояния между атомами. Точность настройки на угол $\alpha = 0$ связана с соотношением между величиной $\Delta\varepsilon$, равной $(\varepsilon_3 - \varepsilon_2)_{\min}$ или $(\varepsilon_5 - \varepsilon_4)_{\min}$, и скоростью спонтанного распада $\tilde{\Gamma}_i$ соответствующих состояний ($i = 2, 3$ или $i = 4, 5$). Принимаем в качестве критерия соотношение

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\pi} \geq \tilde{\Gamma}_i, \quad (8)$$

когда длительность одного полуцикла квантовых биений после создания коротким лазерным импульсом когерентной суперпозиции выбранной пары состояний меньше или равна времени ее спонтанного распада.

Величина $\tilde{\Gamma}$ для симметричных и антисимметричных состояний может существенно отличаться. Так, в пределе $kr \ll 1$ симметричное запутанное состояние $|Q_s^{(M)}\rangle$ распадается со скоростью $\tilde{\Gamma}_s \approx 2\Gamma$ [24], в то время как антисимметричное запутанное состояние $|Q_a^{(M)}\rangle$ распадается со скоростью $\tilde{\Gamma}_a \ll \Gamma$. Значения скорости $\tilde{\Gamma}_a$ в общем случае зависят, кроме kr , от α и H [11,25], но в сформулированном выше условии антипересечения по порядку величины $\tilde{\Gamma}_a \lesssim (kr)^2 \Gamma$. Точные скорости распада с использованием формул, выведенных в Приложении А, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{2,3} &= \frac{3\Gamma}{8\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \cos^2 \left[\frac{1}{2} kr (\cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha \sin \theta \cos \varphi) \right] \\ &\times \left(1 + \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right) \sin \theta d\theta d\varphi, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{4,5} &= \frac{3\Gamma}{8\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin^2 \left[\frac{1}{2} kr (\cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha \sin \theta \cos \varphi) \right] \\ &\times \left(1 + \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right) \sin \theta d\theta d\varphi. \end{aligned} \quad (10)$$

Результаты расчета приведены на рис. 3. В частности, при $kr \ll 1$ и $\alpha \rightarrow 0$ имеем

$$\Gamma_{4,5} \approx \frac{3}{20} (kr)^2 \Gamma. \quad (11)$$

Из этих формул следует, что величина $\tilde{\Gamma}_a/\tilde{\Gamma}_s$ чрезвычайно чувствительна к расстоянию между атомами, т.е.

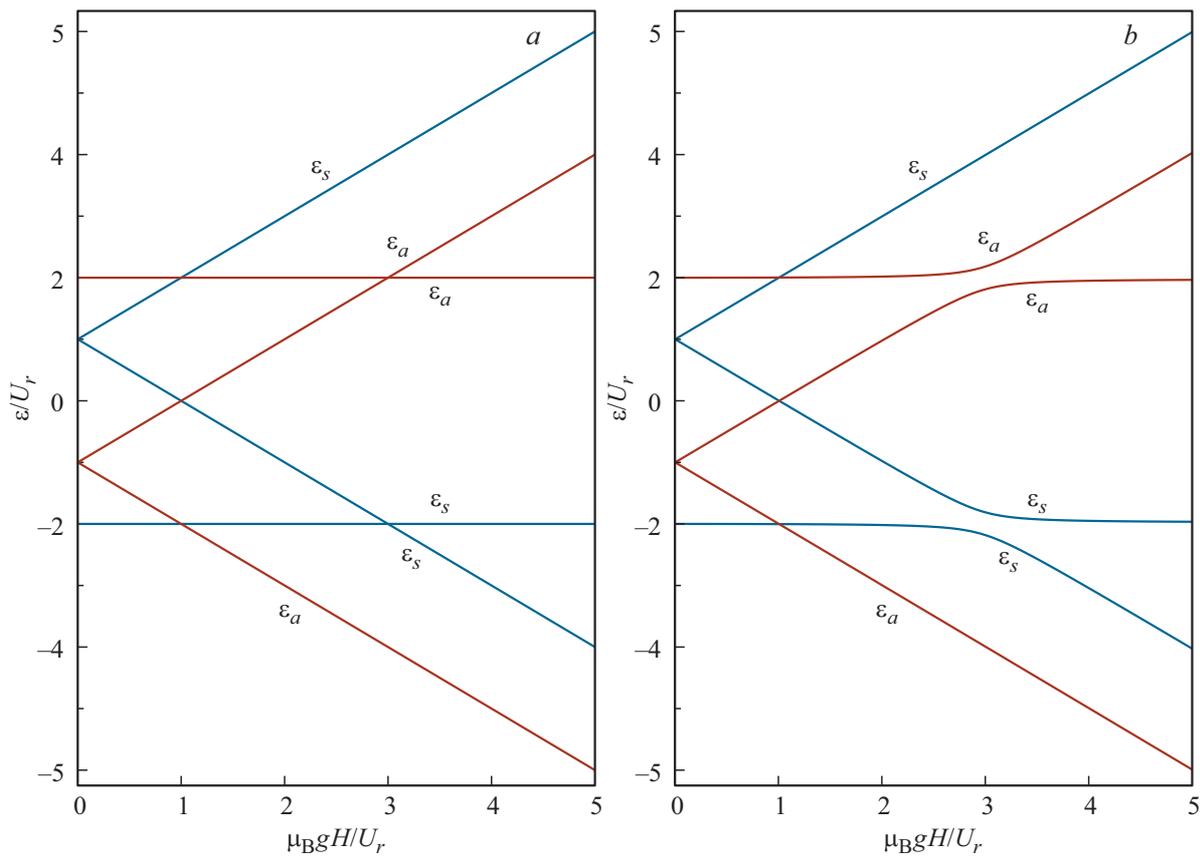


Рис. 2. Энергии собственных состояний системы двух атомов в зависимости от напряженности магнитного поля H , приложенного под углом α к линии, соединяющей атомы (рис. 1). (а) $\alpha = 0$; (б) $\alpha = 5^\circ$.

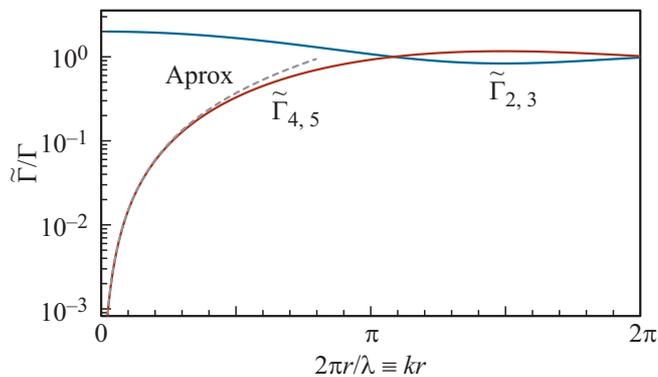


Рис. 3. Зависимости скоростей спонтанного распада уровней от параметра kr вблизи точек антипересечения при $\alpha \rightarrow 0$ и $\mu_B g H / U_r \rightarrow 3$. Штриховая линия — оценка по формуле (11). Заметим, что $\tilde{\Gamma}_{2,3} + \tilde{\Gamma}_{4,5} \approx 2$, причем точное равенство имеет место при предельных значениях α и H .

из измерения отношения скоростей спонтанного распада может быть определена величина r .

Теперь мы имеем все необходимые установки, чтобы оценить „критическое“ значение малого угла α_{cr} , при котором все еще выполняется соотношение (8) и которое, таким образом, задает точность определения

направления линии, соединяющей атомы, по отношению к направлению магнитного поля. Но сначала будет описана простая схема наблюдения квантовых биений в результате возбуждения коротким импульсом пары состояний, которую следует выбрать исходя из критерия (8).

Схема возбуждения суперпозиционного состояния и детектирования флуоресценции

Схема представлена на рис. 4. Как видно из табл. 2, структура собственных векторов позволяет осуществлять селективное возбуждение либо пары состояний $\{|2\rangle, |3\rangle\}$, либо пары состояний $\{|4\rangle, |5\rangle\}$ лазерным импульсом, направленным вдоль оси z , с круговой поляризацией соответственно либо левой, либо правой. Из табл. 2 следует, что дипольные моменты переходов в каждое из состояний пары равны. Длительность импульса значительно короче времени спонтанного распада. Далее мы ограничиваемся рассмотрением простейшего варианта, когда флуоресценция наблюдается в направлении, перпендикулярном оси z , и выбирается компонента, поляризованная вдоль z . Ввиду того, что для обоих состояний любой из пар собственные векторы

Таблица 2. Компоненты собственных векторов в точках антипересечения пар уровней $\{2,3\}$ и $\{4,5\}$

Состояние	$C_1^{(-)}$	$C_1^{(0)}$	$C_1^{(+)}$	$C_2^{(-)}$	$C_2^{(0)}$	$C_2^{(+)}$
$ 2\rangle$	+0.5	+0.5	0	+0.5	+0.5	0
$ 3\rangle$	-0.5	+0.5	0	-0.5	+0.5	0
$ 4\rangle$	0	-0.5	+0.5	0	+0.5	-0.5
$ 5\rangle$	0	-0.5	-0.5	0	+0.5	+0.5

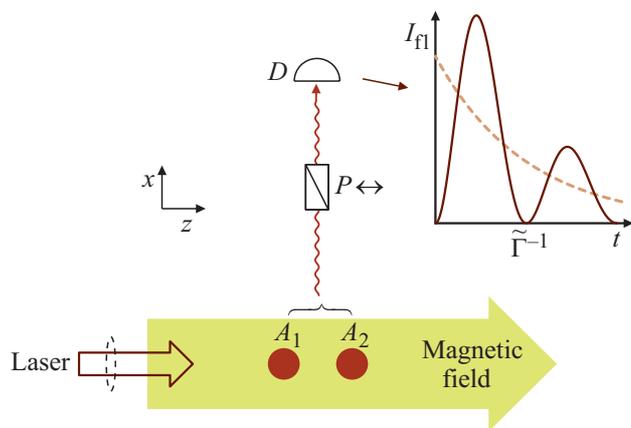


Рис. 4. Простейшая схема наблюдения квантовых биений в системе двух атомов. Магнитное поле направлено под малым углом по отношению к прямой, соединяющей атомы. Короткий лазерный импульс с круговой поляризацией направлен вдоль направления магнитного поля (ось z). Регистрируется компонента флуоресценции, поляризованная вдоль z . P — поляризатор, D — детектор. Ожидаемая зависимость интенсивности регистрируемой компоненты флуоресценции от времени показана в правом верхнем углу. В начальный момент времени сигнал отсутствует, так как отношение компонент собственных векторов с $M = 0$, как видно из табл. 2, противоположно по знаку отношению компонент как с $M = -1$, так и с $M = +1$.

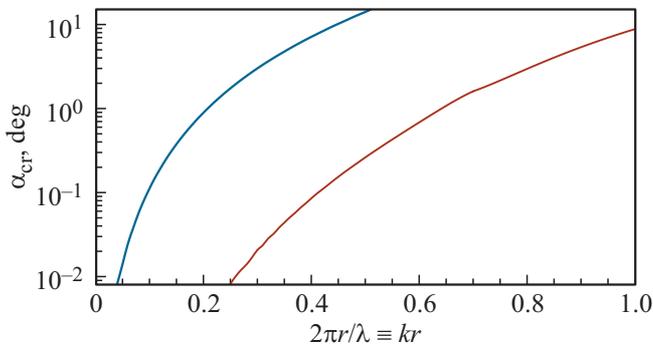


Рис. 5. Верхние оценки для угла между направлением магнитного поля и линии, соединяющей атомы, для которого заведомо применим метод квантовых биений (см. формулу (8) и соответствующие пояснения в тексте).

(табл. 2) содержат равные компоненты с $M = 0$, картина квантовых биений должна иметь простейший вид, как схематично показано на рис. 4.

Остается, как упомянуто в конце предыдущего раздела, определить зависимость „критического“ угла α_{cr} от расстояния между атомами. По определению, считаем, что критический угол соответствует знаку равенства в (8). Искомые зависимости для симметричной и антисимметричной пар приведены на рис. 5.

Заключение

В настоящей работе рассмотрена возможность наноскопии системы из двух атомов с использованием спектроскопии квантовых биений. В рассмотрение включены диполь-дипольное взаимодействие атомов и их взаимодействие с магнитным полем. Найдены точки антипересечения уровней одинаковой симметрии по перестановке атомов, что является основой применения метода квантовых биений. Картина биений чрезвычайно чувствительна к наклону вектора магнитного поля относительно направления от одного атома к другому. Особенно ярко эффект проявляется, когда расстояние между атомами значительно меньше длины волны используемого перехода. В экспериментах с локализованными атомами схема на сегодня выглядит экзотично. Тем не менее тема субволновой локализации разрабатывается в последнее время в ряде теоретических работ. Так, можно отметить одно из последних оригинальных предложений, основанное на высокочастотной модуляции оптического поля, в статье [26] „Dynamical Optical Lattices of Subwavelength Spacing for Ultracold Atoms“. В дополнение к лазерным пинцетам и ионным ловушкам во введении к [26] дан обзор и других вариантов, рассматриваемых в литературе. Например, в качестве перспективного метода отмечено предложение в работе [27] использовать оптические решетки, основанные на многофотонных оптических переходах. Мы можем отметить также идею фемтосекундной ловушки (см., например, работу [28]). Вся тема как прелюдия к новой интересной физике актуальна и безусловно будет развиваться. Решение задачи субволновой локализации позволит в качестве диагностики использовать метод, рассмотренный в данной работе.

Однако для других систем, таких как квантовые точки, вакансионные центры, примесные атомы или молекулы в матрицах, ситуация прямо противоположная — задача характеризации систем из двух и более чрезвычайно близко расположенных объектов весьма актуальна³. Поскольку спектроскопия квантовых биений в самом общем виде позволяет исключить неоднородное уширение, предложенный в данной работе метод может оказаться полезным.

³ В частности, в цитированной во Введении работе [10] потребовалось охарактеризовать пару квантовых точек, находящихся друг от друга на расстоянии 20 nm.

Приложение А

Получим общую формулу для скорости спонтанного распада произвольного однократно возбужденного собственного состояния системы N атомов, представленного в виде разложения по многочастичным базисным состояниям, аналогичным (1):

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \sum_{M=-1}^1 (C_1^{(M)} |e_1^m g_2 \cdots g_N\rangle + \\ &+ C_2^{(M)} |g_1 e_2^{(M)} \cdots g_N\rangle + \dots + C_N^{(M)} |g_1 g_2 \cdots e_N^{(M)}\rangle) \equiv \\ &\equiv \sum_{i=1}^N \sum_{m=-1}^1 C_i^{(M)} \psi_i^{(M)}, \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

где для определенности рассматриваем тот же частный случай $J_g = 0, J_e = 1$, что и в основном тексте. Взаимодействие каждого атома с плоской волной описывается как [29,30]

$$\hat{\mathcal{H}}' = \frac{\sqrt{3}\Gamma}{4\pi |\langle e^0 | \hat{\mathbf{d}} | g \rangle|} (\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{k}\rho}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}} \equiv \frac{\sqrt{3}\Gamma}{4\pi} (\hat{O}_1 + \hat{O}_2). \quad (\text{A2})$$

Здесь $\mathbf{e}_{\mathbf{k}\rho}$ — пара ортогональных единичных векторов ($\rho = 1, 2$), перпендикулярных направлению волнового вектора \mathbf{k} ; \mathbf{R} — радиус-вектор положения атома; индекс при \hat{O} отвечает поляризации фотона ρ . Удобно выбрать вектора $\mathbf{e}_{\mathbf{k}\rho}$ в следующем виде, отвечающем записи вектора \mathbf{k} в полярных координатах:

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} &= (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta), \\ \mathbf{e}_{\mathbf{k}1} &= (-\sin \varphi, \cos \varphi, 0), \\ \mathbf{e}_{\mathbf{k}2} &= (\cos \theta \cos \varphi, \cos \theta \sin \varphi, -\sin \theta). \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

Отсюда находим входящие в формулу (A2) скалярные произведения $\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{k}\rho}$:

$$\begin{aligned} (\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{k}1}) &= -\frac{i}{2} \hat{d}_+ e^{-i\varphi} + \frac{i}{2} \hat{d}_- e^{i\varphi}, \\ (\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{k}2}) &= \frac{1}{2} \hat{d}_+ \cos \theta e^{-i\varphi} + \frac{1}{2} \hat{d}_- \cos \theta e^{i\varphi} - \hat{d}_z \sin \theta. \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

Далее выписываем матричные элементы переходов из однократно возбужденных состояний i -го атома:

$$\begin{aligned} \langle \psi_i^{-1} | O_1 | g_1 \cdots g_N \rangle &= \frac{i}{\sqrt{2}} e^{i\varphi} e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_i}, \\ \langle \psi_i^0 | O_1 | g_1 \cdots g_N \rangle &= 0, \\ \langle \psi_i^{+1} | O_1 | g_1 \cdots g_N \rangle &= -\frac{i}{\sqrt{2}} e^{-i\varphi} e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_i}, \\ \langle \psi_i^{-1} | O_2 | g_1 \cdots g_N \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta e^{i\varphi} e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_i}, \end{aligned}$$

$$\langle \psi_i^0 | O_2 | g_1 \cdots g_N \rangle = -\sin \theta e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_i},$$

$$\langle \psi_i^{+1} | O_2 | g_1 \cdots g_N \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta e^{-i\varphi} e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_i}. \quad (\text{A5})$$

Наконец, выражаем через эти матричные элементы скорость спонтанного распада состояния (A1):

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma} &= \frac{3\Gamma}{8\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(\left| \sum_{i=1}^N \sum_{m=-1}^1 C_i^m \langle \psi_i^m | \hat{O}_1 | g_1 \cdots g_N \rangle \right|^2 + \right. \\ &\left. + \left| \sum_{i=1}^3 \sum_{m=-1}^1 C_i^m \langle \psi_i^m | \hat{O}_2 | g_1 \cdots g_N \rangle \right|^2 \right) \sin \theta d\theta d\varphi. \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

Здесь множитель перед интегралом получился из золотого правила как $2\pi(\sqrt{3}\Gamma/4\pi)^2$.

Далее можно считать численно для любой конфигурации атомов, любой ориентации осей и любого значения напряженности магнитного поля. Скорости распада, показанные на рис. 3, получены для системы двух атомов с $\mathbf{R}_1 \rightarrow (0, 0, -\frac{1}{2}r)$, $\mathbf{R}_2 \rightarrow (0, 0, +\frac{1}{2}r)$ в поле $H \rightarrow 3U_r/\mu_B g$. Для этого случая предельные значения компонент собственных векторов матриц (7) представлены в табл. 2.

Подставляя эти данные в (A6), получаем (9)–(11) и рассчитываем зависимости скоростей спонтанного распада от kr , показанные на рис. 3.

Список литературы

- [1] Летохов В.С. // Phys. Lett. A. 1980. V. 51. № 4. P. 231.
- [2] Летохов В.С. // Квант. электрон. 1975. Т. 2. № 5. С. 930; Letokhov V.S. // Sov. J. Quant. Electr. 1975. V. 5. N 5. P. 506.
- [3] Letokhov V.S. // Лазерная фотоионизационная спектроскопия. 1987. М: Наука, 317 с. (С. 276); Letokhov V.S. // Laser photoionization spectroscopy. 1987. Orlando: Academic Press, 353 p. (P. 308).
- [4] Müller E.W. // Phys. Rev. 1956. V. 102. N 3. P. 618.
- [5] Kopelman R., Lieberman K., Lewis A., Tan W. // J. Lumin. 1991. V. 48–49. N 11–12. P. 871.
- [6] Секацкий С.К., Летохов В.С. // Письма в ЖЭТФ. 1996. Т. 63. № 5. С. 311; Sekatskii S.K., Letokhov V.S. // JETP Lett. 1996. V. 63. N 5. P. 319.
- [7] Sekatskii S.K., Shubeita G.T., Chergui M., Dietler G., Mironov B.N., Lapshin D.A., Letokhov V.S. // ЖЭТФ. 2000. Т. 117. № 5. С. 885; Sekatskii S.K., Shubeita G.T., Chergui M., Dietler G., Mironov B.N., Lapshin D.A., Letokhov V.S. // JETP. 2000. V. 90. N 5. P. 769.
- [8] Lapshin D.A., Balykin V.I., Letokhov V.S. // J. Mod. Opt. 1998. V. 45. N 4. P. 747.
- [9] Afanasiev A.E., Melentiev P.N., Kuzin A.A., Kalatskiy A.Yu., Balykin V.I. // New. J. Phys. 2016. V. 18. N 5. P. 053015.
- [10] Еремчев И.Ю., Лозинг Н.А., Баев А.А., Тарасевич А.О., Гладуш М.Г., Рожнецов А.А., Наумов А.В. // Письма в ЖЭТФ. 2018. Т. 108. № 1. С. 26; Eremchev I.Yu., Lozing N.A., Baev A.A., Tarasevich A.O., Gladush M.G., Rozhentsov A.A., Naumov A.V. // JETP Lett. 2018. V. 108. N 1. P. 30.

- [11] Redchenko E.S., Makarov A.A., Yudson V.I. // Phys. Rev. A. 2018. V. 97. N 4. P. 043812.
- [12] Makarov A.A., Petrova I.Yu., Ryabov E.A., Letokhov V.S. // J. Phys. Chem. A. 1998. V. 102. N 9. P. 1438.
- [13] Malinovsky A.L., Petrova I.Yu., Ryabov E.A., Makarov A.A., Letokhov V.S. // J. Phys. Chem. A. 1998. V. 102. N 47. P. 9353.
- [14] Lokhtan V.N., Makarov A.A., Petrova I.Yu., Ryabov E.A., Letokhov V.S. // J. Phys. Chem. A. 1999. V. 103. N 51. P. 11299.
- [15] Kosterev A.A., Makarov A.A., Malinovsky A.L., Petrova I.Yu., Ryabov E.A., Letokhov V.S. // J. Phys. Chem. A. 2000. V. 104. N 45. P. 10259.
- [16] Александров Е.Б. // Опт. и спектр. 1964. Т. 17. № 6. С. 957; Aleksandrov E.B. // Opt. Spectrosc. 1964. V. 17. N 6. P. 522.
- [17] Александров Е.Б. // УФН. 1972. Т. 107. № 4. С. 595; Aleksandrov E.B. // Sov. Phys. Usp. 1973. V. 15. N 4. P. 436.
- [18] Александров Е.Б., Хвостенко Г.И., Чайка М.П. // Интерференция атомных состояний. 1991. М. Наука, 256 с.; Alexandrov E.B., Chaika M.P., Khvostenko G.I. // Interference of Atomic States. 1993. N.Y.: Springer, 250 p.
- [19] Сапрыкин Э.Г., Сорокин В.А., Шалагин А.М. // ЖЭТФ. 2013. Т. 143. № 4. С. 622; Saprykin E.G., Sorokin V.A., Shalagin A.M. // JETP. 2013. V. 116. . 4. P. 541.
- [20] Сапрыкин Э.Г., Сорокин В.А. // Опт. и спектр. 2014. Т. 117. № 1. С. 18; Saprykin E.G., Sorokin V.A. // Opt. Spectrosc. 2014. V. 117. N 1. P. 18.
- [21] Сапрыкин Э.Г., Сорокин В.А., Шалагин А.М. // Квант. электрон. 2015. Т. 45. № 7. С. 672; Saprykin E.G., Sorokin V.A., Shalagin A.M. // Quant. Electr. 2015. V. 45. N 7. P. 672.
- [22] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. // Теория поля. 1973. М: Наука. 504 с. (С. 135); Landau L.D., Lifshitz E.M. // The Classical Theory of Fields. 1975. Oxford: Pergamon, 402 p. (P. 101).
- [23] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. // Квантовая механика. 1963. М.: Физматлит. 702 с. (С. 119); Landau L.D., Lifshitz E.M. // Quantum Mechanics. 1965. Oxford: Pergamon, 616 p. (P. 93).
- [24] Dicke R.H. // Phys. Rev. 1954. V. 93. N 1. P. 99.
- [25] Makarov A.A. // Phys.Rev. A. 2015. V. 92. N 5. P. 053840.
- [26] Nascimbene S., Goldman N., Cooper N.R., Dalibard J. // Phys. Rev. Lett. 2015. V. 115. N 14. P. 140401.
- [27] Dubetsky B., Berman P.R. // Phys. Rev. A. 2002. V. 66. N 4. P. 045402.
- [28] Yanyushev D.N., Balykin V.I., Vladimirova Y.V., Zadkov V.N. // Phys. Rev. A. 2013. V. 87. N 3. P. 033411.
- [29] Соболевман И.И. // Введение в теорию атомных спектров. 1963. М.: Физматлит. 640 с. (Глава 9); Sobel'man I.I. // Introduction to the Theory of Atomic Spectra. 1972. Oxford: Pergamon, 626 p. (Chap. 9).
- [30] Louisell W.H. // Quantum Statistical Properties of Radiation. 1973. N.Y.: John Wiley & Sons, 528 p. (Ch. 5).