Оптика и спектроскопия, 2019, том 126, вып. 5

06

Влияние свойств границы раздела линейной и нелинейной оптических сред на потоки энергии нелинейных поверхностных волн

© С.Е. Савотченко

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова,
308012 Белгород, Россия

e-mail: savotchenkose@mail.ru

Поступила в редакцию 27.12.2018 г.
В окончательной редакции 27.12.2018 г.
Принята к публикации 23.01.2019 г.

Рассмотрены процессы локализации возбуждений поля в виде нелинейных поверхностных волн, распространяющихся вдоль границы раздела линейной и нелинейной сред. Проанализированы условия существования нелинейных поверхностных волн, определяемые соотношением между линейными характеристиками сред, коэффициентом керровской нелинейности и интенсивностью взаимодействия волны с границей раздела. Рассчитаны и проанализированы зависимости потока энергии, переносимой нелинейными поверхностными волнами. Предложены два подхода к выбору управляющих параметров при определении потока энергии, в качестве которых выступают положение максимума возмущения поля в нелинейном полупространстве и значение амплитуды поля на границе раздела сред. Найдены оценки потоков в различных предельных случаях, соответствующих малоамплитудным возмущениям поля, слабому или сильному взаимодействию нелинейной поверхностной волны с границей раздела сред. Показано, что для малоамплитудных возмущений поля в случае слабого взаимодействия волны с границей поток в линейном полупространстве прямо пропорционален интенсивности взаимодействия волны с границей, а в нелинейном полупространстве обратно пропорционален ей.

DOI: 10.21883/OS.2019.05.47652.380-18

1. Введение

Использование уникальных свойств поверхностных волн, том числе и нелинейных, в различных технических системах, основанных на волноводных свойствах, обусловливает неутихающий интерес к их изучению [1–4].

Особенности взаимодействия возбуждений электромагнитного поля с границами раздела сред, проявляющиеся при учете их внутренних свойств, являются существенными в тех случаях, когда они могут быть выбраны в качестве управляющих параметров, контролирующих локализацию и волноводные свойства [5]. Оптические многослойные системы с управляющими параметрами находят широкое применение в различных устройствах, в которых контролирующие различные процессы параметры позволяют устанавливать оптимальные значения пропускных характеристик границ раздела сред на определенных частотах [6,7].

Как правило, управление потоками энергии, уносимыми поверхностными волнами, осуществляется с помощью модуляции показателя преломления оптических сред в слоистых структурах в поперечном слоям направлении [8]. Существует множество теоретических работ, посвященных данному направлению, в которых рассматривались нелинейные поверхностные волны оптического диапазона, распространяющиеся вдоль границ раздела сред и локализованные в поперечном им направлении [9–11].

Следует отметить, что характер нелинейности сред рассматривался не только керровский, когда диэлектрическая функция (или показатель преломления) зависит от интенсивности потока энергии волны, фактически определяемой квадратом амплитуды напряженности электрического поля, но и среды с иными формами зависимости диэлектрической функции [12–15].

Во многих ситуациях возникает необходимость изучения таких особенностей локализации волн вблизи границ раздела линейной и нелинейной сред, которые обусловлены характером их взаимодействия с дефектами [16–18], в том числе и для двухуровневых систем [19–21].

Здесь возникает другой подход к управлению потоками энергии, уносимыми поверхностными волнами, который может осуществляться теперь не за счет разницы между показателями преломления контактирующих сред, а с помощью конечной интенсивности взаимодействия волны непосредственно с самой границей раздела сред [22,23]. Наличие такого управляющего параметра позволяет контролировать распределение светового потока, локализация которого возможна даже в случае одинаковых значений показателей преломления контактирующих сред.

Локализации поля вблизи контракта двух нелинейных сред с одинаковыми показателями преломления, к примеру, была описана в [24]. Кроме того, увеличение эффективности управления потоками энергии поверхностных волн может достигаться в ультратонких разграничивающих среды слоях, которые характеризуются дополнительным нелинейным откликом [15,25–30].

Теоретическое описание распределения напряженности электрического поля в плоско поляризованной поверхностной волне приводит к нелинейному уравнению Шредингера (НУШ), которое для керровской среды содержит кубическое относительно искомого поля слагаемое [31]. Следует отметить, что НУШ широко применяется для описания не только нелинейных поверхностных волн оптического диапазона, но и полей другой физической природы, к примеру, упругого [32], магнитного [33], а также в биологических молекулярных системах [34].

В данной работе описываются особенности локализации нелинейных поверхностных волн вблизи границы раздела линейной и нелинейной оптических сред на основе НУШ. Будут описаны нелинейные поверхностные волны, возникающие в двух случаях: вблизи границы раздела линейной и нелинейной самофокусирующей сред и вблизи границы раздела линейной и нелинейной дефокусирующей сред. В явном аналитическом виде будут получены зависимости декрементов затухания волн, констант распространения, амплитуд и потоков энергии волн от таких физических характеристик сред, как их линейные показатели преломления, коэффициенты керровской нелинейности, интенсивности взаимодействия волны с границей раздела.

В данной работе большое внимание уделяется анализу законов дисперсии нелинейных поверхностных волн и уносимых ими потоков энергии с двух позиций, различающихся выбором управляющей физической характеристики. Использование таких двух подходов, в первую очередь, отличает данную работу от существующих теоретических работ [8–10], в которых также вычислялись потоки энергии волн, распространяющихся вдоль границ раздела линейных и нелинейных сред. Кроме того, в данной работе последовательно проведен подробный теоретический анализ влияния двух основных факторов, обусловливающих локализацию возмущения электрического поля вблизи границы раздела сред, таких, как различие линейных показателей преломления сред и интенсивность взаимодействия волны с границей раздела сред.

Следует подчеркнуть, что анализ влияния такой характеристики как интенсивность взаимодействия волны с границей раздела линейной и нелинейной сред ранее детально не проводился. Поэтому в данной работе учет такой характеристики является принципиальным, что и обусловливает необходимость проведения анализа влияния на поток энергии, уносимой поверхностной волной, интенсивности ее взаимодействия с границей раздела, вдоль которой она распространяется, а локализуется в перпендикулярном к ней направлении.

2. Уравнения модели

Рассмотрим контакт линейной и нелинейной керровской оптических сред, разделенных ультратонким оптическим слоем, толщина которого много меньше характерного масштаба локализации возмущений параметров среды, создаваемых им. В пределе бесконечно малой толщины такого слоя его можно рассматривать как плоскую границу раздела сред. Выберем систему координат так, чтобы данная граница раздела лежала в плоскости yz и проходила через начало координат перпендикулярно оси x. В рассматриваемом контексте граница раздела сред играет роль волновода.

В [15] было показано, что y-ю компоненту напряженности электрического поля TE-поляризованной монохроматической электромагнитной волны, распространяющейся вдоль границы раздела (плоскости yz), можно представить в виде $E(x,z)E(y)$, а распределение поля $E(x,z)$ будет подчиняться НУШ:

$$i\,\frac{\partial E}{\partial z} + D\,\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + n_L(x)E + n_N(x,|E|^2)E = 0, \qquad (1)$$

где D — коэффициент дифракции (далее будем считать $D = 1$ для упрощения вычислений), $n_L(x)$ — линейный показатель преломления, который в нелинейных средах считается неизменным вдоль границы раздела и меняющимся в направлении, перпендикулярном ее плоскости (вдоль оси x), $n_N(x,|E|^2) = \theta(x)\gamma|E|^2$ — нелинейная добавка к нему, γ — коэффициент керровской нелинейности среды (постоянная величина), расположенной справа от границы, $\theta(x)$ — тета-функция Хевисайда.

Стационарные состояния описываются полем $E(x,z) = u(x)\exp(-i\omega z)$, где ω — константа распространения и, как следует из (1), функция $u(x)$ подчиняется стационарному НУШ, которое представим в традиционной форме [16,35]:

$$u''/2 + \left\{\omega - \Omega(x) + \theta(x)\gamma|u|^2\right\}u = U(x)u, \qquad (2)$$

где $\Omega(x)$ определяет зависимость от координаты x линейного показателя преломления сред, которую будем аппроксимировать кусочно-постоянной функцией:

$$\Omega(x) = \begin{cases} \Omega_L, & x < 0 \\ \Omega_N, & x > 0 \end{cases},$$

$\Omega_{L,N}$ — постоянные величины.

Функция $U(x)$ в (2) определяется параметрами взаимодействия поля с границей раздела слоев и представляет собой потенциал, моделирующий взаимодействие поля с границами раздела слоев [15]. Будем считать, что среда внутри самой границы раздела характеризуется своим линейным показателем преломления, который и определяют форму потенциала $U(x)$. Тогда в силу того, что толщина границы существенно меньше характерной длины локализации возмущений поля, локальный потенциал в короткодействующем („точечном“) приближении можно аппроксимировать дельта-функцией Дирака:

$$U(x) = U_0\delta(x), \qquad (3)$$

где $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака, U_0 — константа, пропорциональная линейному показателю преломления в ультратонкой границе раздела слоев. Величину U_0 будем интерпретировать как интенсивность взаимодействия возбуждений поля с границей раздела в линейном приближении (называемая часто „мощностью" дефекта): при $U_0 > 0$ возбуждения отталкиваются от границы, а при $U_0 < 0$ — притягиваются.

В данной работе будет анализироваться сохраняющийся вдоль волновода поток энергии, переносимый поверхностной волной, который представляет собой первый интеграл НУШ (2):

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} |u(x)|^2 dx. \qquad (4)$$

Решение НУШ (2) с потенциалом (3) сводится к решению двух стационарных УШ без потенциала на полуосях:

$$u''(x) + 2(\omega - \Omega_L)u(x) = 0, \quad x < 0, \qquad (5)$$

$$u''(x) + 2(\omega - \Omega_N)u(x) + 2\gamma|u(x)|^2 u(x) = 0, \ x > 0, \qquad (6)$$

с граничными условиями:

$$u(-0) = u(+0) = u_0, \qquad (7)$$

$$u'(+0) - u'(-0) = 2U_0 u_0. \qquad (8)$$

Таким образом, формулировка модели сводится к контактной краевой задаче для уравнений (5) и (6) с граничными условиями (7) и (8).

Следует отметить, что рассматриваемое уравнение вида (2) применимо не только для оптических систем. В частности, в работах [29,30] уравнение такой формы использовалось для описания возникновения локализованных состояний в модели зонного антиферромагнетика с конгруэнтными сечениями поверхности Ферми. В данной интерпретации функция u представляет собой обобщенный параметр порядка, описывающий распределение линейно поляризованных волн спиновой плотности. Также известно, что уравнение вида (2) формально эквивалентно уравнению Гросса-Питаевского, возникающему в теории конденсации Бозе-Эйнштейна [36–38]. В рамках этой теории выражение (4) интерпретируется как полное число частиц в системе и фактически играет роль условия нормировки.

3. Локализация возмущений поля вдоль границ раздела линейной и нелинейной сред

В данной работе будут рассматриваться только локализованные в пространстве решения сформулированной краевой задачи (5)−(8), которые удовлетворяют условию исчезновения на бесконечности $|u(x)| \to 0$ при $x \to \infty$. Такие решения описывают распределение светового поля в бегущей вдоль границы раздела сред волне и быстро затухающее при удалении от нее.

Несмотря на то, что подобные поверхностные волны на границе линейной и нелинейной сред рассматривались неоднократно [8–10], возникает необходимость подробного анализа влияния характеристик границ раздела сред на локализацию светового потока с позиций двух различных подходов, определяемых наборами параметров, физически реализуемых в конкретных экспериментальных ситуациях.

Рассмотрим далее два случая контакта линейной оптической среды с нелинейными средами с самофокусировкой и дефокусировкой.

3.1. Нелинейные поверхностные волны вблизи границы раздела линейной и нелинейной самофокусирующей сред

В случае контакта линейной среды с нелинейной самофокусирующей средой, характеризующейся положительной нелинейностью $\gamma > 0$, при $\omega < \min\{\Omega_{L,N}\}$ существует решение УШ (5) и (6), удовлетворяющее граничным условиям (7) и (8):

$$u(x) = \begin{cases} u_0 e^{q_L x}, & x < 0 \\ \dfrac{q_N}{\gamma^{1/2}\,\mathrm{ch}(q_N(x - x_0))}, & x > 0 \end{cases}, \qquad (9)$$

где коэффициент пространственного затухания q_L и волновое число q_N определяются выражениями:

$$q_j^2 = 2(\Omega_j - \omega). \qquad (10)$$

Здесь и далее значение индекса $j = L$ относится к характеристикам линейной среды при $x < 0$, а $j = N$ — а нелинейной среды при $x > 0$. Из (10) следует связь коэффициента пространственного затухания и волнового числа: $q_N^2 = 2\Delta\Omega + q_L^2$, где $\Delta\Omega = \Omega_N - \Omega_L$. Амплитуда поля на границе раздела сред определяется после подстановки (9) в граничное условие (7):

$$u_o = \frac{q_N}{\gamma^{1/2}\,\mathrm{ch}(q_N x_0)}. \qquad (11)$$

Подстановка (9) в нелинейное граничное условие (8) приводит к дисперсионному соотношению:

$$q_N \,\mathrm{th}\, q_N x_0 - q_L = 2U_0, \qquad (12)$$

из которого определяется связь константы распространения с характеристиками сред и границы их раздела.

Распределение поля (9) может иметь максимум на границе раздела сред или в нелинейной среде (справа от границы в рассматриваемой геометрии). Его положение определяется параметрами системы. Следовательно, получив возможность управления такими параметрами, можно регулировать расположение максимальной интенсивности поля.

В зависимости от постановки конкретных экспериментов можно выбирать один из возможных управляющих (свободных) параметров, в качестве которых могут выступать положение максимума возмущения поля в нелинейном полупространстве x_0 или значение амплитуды поля на границе раздела u_0.

Если сначала выбрать в качестве свободного параметра положение максимума возмущения поля в нелинейном полупространстве x_0, то из дисперсионного соотношения (12) можно определять зависимости коэффициента пространственного затухания поля q_L и константы распространения ω от x_0, показателей линейных преломления сред и границы их раздела.

В частности, при $x_0 = 0$ из (12) находится коэффициент пространственного затухания поля $q_L = -2U_0$, а затем из (10) находится константа распространения $\omega = \Omega_L - 2U_0^2$. Для данного случая локализация поля возможна только для притягивающей границы, так как коэффициент пространственного затухания должен быть положительным.

Для случая невзаимодействующей с волной границей и одинаковых параметрах сред при $U_0 = 0$ и $\Omega_L = \Omega_N$ получается $q_L = 1/x_0$ и $\omega = \Omega_L - 1/2x_0^2$. Отсюда следует, что характерное расстояние локализации поля вблизи границы совпадает с параметром x_0. Также получается, что положение максимума возмущения поля в нелинейном полупространстве в данном случае смещено вправо от границы раздела, так для положительности коэффициента пространственного затухания должно быть $x_0 > 0$.

В предельном случае $q_N x_0 \ll 1$, который означает выполнения условия $|\Omega_N - \omega| \ll 1/2x_0^2$, из (12) получается коэффициент пространственного затухания поля:

$$q_L = \left\{1 \pm [1 - 8x_0(\Delta\Omega x_0 - U_0)]^{1/2}\right\}/2x_0^2. \tag{13}$$

Знак в (13) выбирается так, чтобы значение коэффициента пространственного затухания было положительным. Для локализации такой нелинейной волны должно выполняться условие: $U_0 \geq \Delta\Omega x_0 - 1/x_0$, из которого следует, что локализация возможна вблизи притягивающей границы при условии $\Delta\Omega < 1/8x_0^2$, а вблизи отталкивающей границы — при условии $\Delta\Omega > 1/8x_0^2$. Критическое значение $U_0 = \Delta\Omega x_0$ приводит к такому же коэффициенту пространственного затухания поля, который соответствует случаю невзаимодействующей с волной границей и одинаковых параметрах сред.

Если теперь выбрать в качестве свободного параметра амплитуду поля на границе раздела сред, то с помощью (11) можно исключить x_0 из (12) и получить точное решение дисперсионного уравнения в явном виде, соответствующее декременту затухания поля:

$$q_L = (2\Delta\Omega - 4U_0^2 - \gamma u_0^2)/2U_0. \tag{14}$$

Отсюда следует, что локализация поля возможна вблизи притягивающей границы при условии $u_0^2 > 2(\Delta\Omega - 2U_0^2)/\gamma$, а вблизи отталкивающей границы — при условии $u_0^2 < 2(\Delta\Omega - 2U_0^2)/\gamma$.

Можно отметить, что в случае одинаковых параметров сред (когда $\Delta\Omega = 0$) из (14) получается $q_L = -(4U_0^2 + \gamma u_0^2)/2U_0$, и видно, что локализация возможна только вблизи притягивающей границы. На основании этого можно сделать вывод о том, что одновременный учет различия линейных показателей преломления сред по разные стороны от границы раздела и взаимодействия волны с границей приводит к возможности существования нелинейных поверхностных волн как вблизи притягивающих, так и вблизи отталкивающих границ.

3.2. Нелинейные поверхностные волны вблизи границы раздела линейной и нелинейной дефокусирующей сред

Рассмотрим теперь случай отрицательного значения параметра нелинейности среды в полупространстве, когда $\gamma < 0$ для всех $x > 0$, что соответствует среде с дефокусировкой. В этом случае вблизи границы раздела линейной и нелинейной сред существует нелинейная поверхностная волна при $\omega < \min\{\Omega_{L,N}\}$, описываемая решением уравнений (5) и (6), удовлетворяющим граничным условиям (7) и (8):

$$u(x) = \begin{cases} u_0 e^{q_L x}, & x < 0 \\ \dfrac{q_N}{g^{1/2}\,\mathrm{sh}(q_N(x - x_0))}, & x > 0 \end{cases}, \tag{15}$$

где $g = -\gamma > 0$, коэффициент пространственного затухания и волновое число определяются выражением (10). Для ограниченности решения (15) должно выполняться дополнительное требование: $x_0 < 0$.

Амплитуда поля на границе раздела сред определяется после подстановки (15) в граничное условие (7):

$$u_0 = -\frac{q_N}{g^{1/2}\,\mathrm{sh}(q_N x_0)}. \tag{16}$$

Подстановка (15) в нелинейное граничное условие (8) приводит к дисперсионному соотношению:

$$q_N \,\mathrm{cth}\, q_N x_0 + q_L = 2U_0, \tag{17}$$

из которого определяется связь константы распространения с характеристиками сред и границы их раздела.

Если сначала выбрать в качестве свободного параметра x_0, то из дисперсионного соотношения (17) можно определить зависимость коэффициента пространственного затухания поля q_L и константы распространения ω от x_0, линейных показателей преломления сред и границы их раздела.

Из (17) следует, что нелинейные поверхностные волны в случае невзаимодействующей с волной границей и одинаковых параметрах сред ($U_0 = 0$ и $\Omega_L = \Omega_N$) на границе линейной и дефокусирующей сред не существуют. Следовательно, для локализации светового потока на границе линейной и дефокусирующей сред необходимо наличие одного из указанных факторов.

В предельном случае $q_N x_0 \ll 1$ из (17) получается коэффициент пространственного затухания поля

$q_L = 2U_0 - 1/x_0$, а затем из (10) находится константа распространения $\omega = \Omega_L - (2U_0 - 1/x_0)^2/2$. Для локализации такой нелинейной волны должно выполняться условие: $U_0 \geq 1/2x_0$, из которого следует, что локализация в этом случае возможна только вблизи притягивающей границы, поскольку было принято, что $x_0 < 0$.

В противоположном предельном случае $q_N x_0 \gg 1$ для сред с одинаковыми линейными показателями преломления ($\Omega_L = \Omega_N$) из (17) получается коэффициент пространственного затухания поля $q_L = U_0$, а затем из (10) находится константа распространения $\omega = \Omega_L - U_0^2/2$. Для данного случая локализация поля возможна только для отталкивающей границы.

В этом же пределе для сред с различными линейными показателями преломления ($\Omega_L \neq \Omega_N$) из (10) и (17) можно получить константу распространения в виде

$$\omega = \left\{\Omega_L \Omega_N - (2U_0^2 - \Omega_L - \Omega_N)^2/4\right\}/2U_0^2. \tag{18}$$

Если теперь выбрать в качестве свободного параметра амплитуду поля на границе раздела сред, то с помощью (16) можно исключить x_0 из (17) и получить точное решение дисперсионного уравнения в явном виде, соответствующее коэффициенту пространственного затухания поля:

$$q_L = (2\Delta\Omega + 4U_0^2 + g u_0^2)/2U_0. \tag{19}$$

Отсюда следует, что локализация поля возможна вблизи притягивающей границы при условии $u_0^2 = 2(\Delta\Omega + 2U_0^2)/g$, а вблизи отталкивающей границы при условии $u_0^2 < 2(\Delta\Omega + 2U_0^2/g$.

Можно отметить, что в случае одинаковых параметров сред (когда $\Delta\Omega = 0$) из (19) получается $q_l = (4U_0^2 + g u_0^2)/2U_0$, и видно, что локализация возможна только вблизи отталкивающей границы, что отличает данное условие от условия локализации вблизи границы раздела линейной и нелинейной самофокусирующей сред. Также получается, что с ростом амплитуды поля на границе происходит уменьшение характерного расстояния локализации поля при удалении от границы.

4. Поток энергии нелинейных поверхностных волн

Вычисление потока энергии нелинейных поверхностных волн по формуле (4) приводит к выражению, которое можно представить в виде суммы двух частей:

$$P = P_L + P_N, \tag{20}$$

где поток в линейном полупространстве при $x < 0$:

$$P_L = u_0^2/2q_L, \tag{21}$$

и P_N — поток в нелинейном полупространстве при $x > 0$.

Форма (21) для потока в линейном полупространстве одинакова для нелинейных поверхностных волн обоих рассмотренных выше типов, поскольку в линейном полупространстве при $x < 0$ зависимости поля от координаты согласно (9) и (15) одинаковы. Выражения для потоков в нелинейном полупространстве P_N будут уже различаться.

Для анализа распределения между полупространствами потока энергии, уносимой нелинейной поверхностной волной, можно использовать относительный поток:

$$\eta = P_L/P_N, \tag{22}$$

который можно будет представить в виде

$$\eta = \eta_0 + \eta_b, \tag{23}$$

где η_0 — относительный поток, соответствующий волне, не взаимодействующей с границей (не зависит от U_0), η_b — относительный поток, соответствующий волне, которая взаимодействует с границей (зависит от U_0).

4.1. Поток на границе раздела линейной и нелинейной самофокусирующей сред

В случае контакта линейной среды с нелинейной самофокусирующей средой подстановка нелинейной поверхностной волны (9) в (4) приводит к выражению для потока в нелинейном полупространстве в виде

$$P_N = q_N(1 + \operatorname{th} q_N x_0)/\gamma. \tag{24}$$

Воспользовавшись дисперсионным соотношением (12), выражению (24) можно придать вид

$$P_N = (q_L + q_N + 2U_0)/\gamma, \tag{25}$$

исключающий x_0.

Поток в линейной среде определяется выражением (21). Если воспользоваться еще (11) и исключить u_0, то выражение (21) примет вид

$$P_L = \left\{\Delta\Omega - 2U_0(q_L + U_0)\right\}/\gamma q_L. \tag{26}$$

Отсюда видно, что для случая не взаимодействующей с волной границей и одинаковых параметрах сред (когда $U_0 = 0$ и $\Delta\Omega = 0$) получается, что поток в линейном полупространстве равен нулю, а поток в нелинейном полупространстве $P_N = 2/\gamma x_0$. Выражения (25) и (26) при $U_0 = 0$ и $\Delta\Omega \neq 0$ были приведены в [8].

Проанализируем зависимость потока от свободного параметра x_0. Сначала рассмотрим частный случай нелинейной поверхностной волны с максимумом распределения светового поля на границе раздела сред, когда $x_0 = 0$. В этом случае из (25), с учетом результатов анализа дисперсионного соотношения (12), получается

$$\tilde{P}_N = P_N(x_0 = 0) = \{2(\Delta\Omega - 2U_0)\}^{1/2}/\gamma. \tag{27}$$

Тогда суммарный поток можно представить в виде

$$\tilde{P} = P(x_0 = 0) = \tilde{P}_N(1 + \tilde{P}_N/\tilde{P}_N^0), \tag{28}$$

где $\tilde{P}_N^0 = -2U_0/\gamma$.

Из (28) в пределе сильного взаимодействия волны с границей при $|\Delta\Omega| \ll U_0^2$ можно получить оценку суммарного потока: $P = -\Delta\Omega/2\gamma U_0$. Получается, что в зависимости от соотношения между линейными показателями преломления сред поток может быть положительным как для притягивающей, так и для отталкивающей границы.

В случае одинаковых параметров сред (когда $\Delta\Omega = 0$) при произвольном x_0 из (25) и (26) получаются выражения

$$P_L = -2U_0(1 + U_0/q_L)/\gamma, \tag{29}$$

$$P_N = 2(q_L + U_0)/\gamma. \tag{30}$$

Если теперь дополнительно считать x_0=0, то из (29) и (30), с учетом результатов анализа дисперсионного соотношения (12), получается, что в линейном полупространстве поток нулевой: $P_L = 0$, а в нелинейном: $P_N = \tilde{P}_N^0$, откуда следует, что поток положителен в среде с притягивающей границей.

Теперь проанализируем поток в предельном случае $q_N x_0 \ll 1$. В этом случае из (21) и (24) получается выражение для суммарного потока в виде

$$P = \tilde{P} + P_x, \tag{31}$$

где добавка к потоку, обусловленная наличием малого, но конечного значения управляющего параметра x_0:

$$P_x = \frac{2x_0(\Delta\Omega + 2U_0^2)}{\gamma(1 + 4x_0U_0)}. \tag{32}$$

В случае слабого взаимодействия волны с границей раздела из (32) следует оценка добавки к потоку: $P_x = 2x_0\Delta\Omega/\gamma$. Если x_0 является положительным, то линейный показатель преломления в нелинейном полупространстве должен быть больше, чем в линейном, и наоборот, если x_0 является отрицательным, то линейный показатель преломления в нелинейном полупространстве должен быть меньше, чем в линейном.

В случае сильного взаимодействия волны с границей раздела из (32) следует оценка добавки к потоку: $P_x = U_0/\gamma$. Данная добавка к потоку положительна в случае отталкивающей границы.

Из всех рассмотренных случаев выше следует, что поток обратно пропорционален коэффициенту керровской нелинейности правого полупространства.

Из (25) и (26) можно получить относительный поток в форме (23) при слабом взаимодействии волны с границей раздела, где относительный поток, обусловленный взаимодействием волны с границей, будет иметь вид

$$\eta_0 = (q_N/q_L - 1)/2, \tag{33}$$

а относительный поток, соответствующий взаимодействующей с границей волне:

$$\eta_b = -\frac{U_0}{q_N + q_L}\left(1 + \frac{q_N}{q_L}\right). \tag{34}$$

При одинаковых линейных показателях преломления, как следует из (33), относительный поток, соответствующий волне, не взаимодействующей с границей, будет равен нулю. Следовательно, суммарный относительный поток (22) в рассматриваемом случае определяется только относительным потоком, обусловленным взаимодействием волны с границей, для которого из (34) получается оценка $\eta_b = -U_0/q_L$.

Проанализируем теперь зависимость потока на основе другого подхода, когда в качестве свободного параметра выбирается амплитуда светового поля на границе раздела сред u_0 (здесь фактически можно говорить об интенсивности светового потока вдоль границы, поскольку $I = u_0^2$).

Воспользовавшись зависимостью (14), выражению (26) для потока в линейном полупространстве можно придать вид

$$P_L = \frac{U_0 u_0^2}{2\Delta\Omega - 4U_0^2 - \gamma u_0^2}, \tag{35}$$

а выражению (25) для потока в нелинейном полупространстве:

$$P_N = P_{N1} + P_{N2},$$
$$P_{N1} = \left(8\Delta\Omega U_0^2 + (2\Delta\Omega - 4U_0^2 - \gamma u_0^2)^2\right)^{1/2}/2\gamma U_0,$$
$$P_{N2} = \left((2\Delta\Omega - \gamma u_0^2)4U_0^2 + (2\Delta\Omega - 4U_0^2 - \gamma u_0^2)^2\right)^{1/2}/2\gamma U_0. \tag{36}$$

Для малоамплитудных возмущений поля в пределе $u_0^2 \ll (\Delta\Omega - 2U_0^2|/\gamma$ из (35) получается выражение:

$$P_L = \frac{U_0 u_0^2}{2\Delta\Omega - 4U_0^2}, \tag{37}$$

из которого для слабого взаимодействия волны с границей получается оценка потока в линейном полупространстве $P_L = U_0u_0^2/2\Delta\Omega$, а сильного: $P_L = -u_0^2/4U_0$.

Поток в нелинейном полупространстве для малоамплитудных возмущений поля в основном приближении не зависит от амплитуды поля на границе раздела и определяется выражением, вытекающим из (36):

$$P_N = 2\left(2\Delta\Omega U_0^2 + (\Delta\Omega - 2U_0^2)^2\right)^{1/2}/\gamma U_0. \tag{38}$$

Отсюда для слабого взаимодействия волны с границей получается оценка потока в нелинейном полупространстве: $P_N = 2\Delta\Omega/\gamma U_0$, а для сильного: $P_N = 4U_0/\gamma$.

Получается, что для малоамплитудных возмущений поля в случае слабого взаимодействия волны с границей поток в линейном полупространстве прямо пропорционален „мощности“ дефекта, а в нелинейном полупространстве — обратно пропорционален ей. В случае сильного взаимодействия волны с границей наоборот: поток в линейном полупространстве обратно пропорционален „мощности“ дефекта, а в нелинейном полупространстве — прямо пропорционален ей.

Также можно получить оценки относительного потока (22) малоамплитудных возмущений поля для слабого взаимодействия волны с границей: $\eta = \gamma U_0^2 u_0^2/4\Delta\Omega^2$, а для сильного: $\eta = -\gamma u_0^2/16U_0^2$. Получается, что для малоамплитудных возмущений поля в случае слабого взаимодействия волны с границей относительный поток всегда положительный, а для сильного — отрицательный.

В случае слабого взаимодействия волны с границей относительный поток пропорционален квадрату „мощности" дефекта, а в случае сильного взаимодействия — обратно пропорционален ему, а также не зависит от разности линейных показателей преломления сред. Оценки относительных потоков в двух предельных случаях показали также, что он прямо пропорционален коэффициенту керровской нелинейности нелинейной среды и квадрату амплитуды поля на границе раздела сред, т. е. интенсивности светового потока вдоль границы раздела сред.

4.2. Поток на границе раздела линейной и нелинейной дефокусирующей сред

В случае контакта линейной среды с нелинейной дефокусирующей средой подстановка нелинейной поверхностной волны (15) в (4) приводит к выражению для потока в нелинейном полупространстве в виде

$$P_N = q_N(\operatorname{cth} q_N x_0 - 1)/g. \tag{39}$$

Воспользовавшись дисперсионным соотношением (17), выражению (39) можно придать вид

$$P_N = (2U_0 - q_L - q_N)/g, \tag{40}$$

исключающий x_0.

Поток в линейной среде определяется выражением (21). Если воспользоваться (16) и исключить u_0, то выражение (21) примет вид

$$P_L = \{2U_0(q_L - U_0) - \Delta\Omega\}/gq_L. \tag{41}$$

Проанализируем зависимость потока от свободного параметра x_0. Для этого (41) удобно представить в виде

$$P_L = \frac{q_N^2}{2gq_L \operatorname{sh}^2(q_N x_0)}. \tag{42}$$

Сначала рассмотрим предельный случай $q_N x_0 \ll 1$. Тогда из (42) получается оценка потока в линейной среде: $P_L = (2gq_L x_0^2)^{-1} = \{2gx_0(U_0 x_0 - 1)\}^{-1}$, а из (39) — в нелинейной: $P_N = (gx_0)^{-1}$. Отсюда можно получить оценку относительного потока $\eta = (2q_L x_0)^{-1} = \{2(U_0 x_0 - 1)\}^{-1}$. Относительный поток в данном случае обратно пропорционален положению максимума возбуждения поля, а знак η определяется знаками „мощности" дефекта и x_0.

В противоположном предельном случае при $q_N x_0 \gg 1$ в основном приближении получается, что потоки в линейной и нелинейной средах пренебрежимо малы, но величина относительного потока при этом остается конечной: $\eta = q_N/q_L$, причем для случая одинаковых линейных показателях сред он равен единице.

Проанализируем теперь зависимость потока на основе второго подхода. Тогда, выбрав в качестве свободного параметра амплитуду светового поля на границе раздела сред u_0 и воспользовавшись зависимостью (19), выражению (40) для потока в линейном полупространстве можно придать вид

$$P_L = \frac{U_0 u_0^2}{2\Delta\Omega + 4U_0^2 + gu_0^2}, \tag{43}$$

а выражению (25) для потока в нелинейном полупространстве:

$$P_N = P_{N1} + P_{N2},$$
$$P_{N1} = -\left(8\Delta\Omega U_0^2 + (2\Delta\Omega + 4U_0^2 + gu_0^2)^2\right)^{1/2}/2gU_0,$$
$$P_{N2} = -\Big((2\Delta\Omega + gu_0^2)4U_0^2 + (2\Delta\Omega + 4U_0^2 + gu_0^2)^2\Big)^{1/2}/2gU_0. \tag{44}$$

Для малоамплитудных возмущений поля в пределе $u_0^2 \ll |\Delta\Omega + 2U_0^2|/g$ из (43) получается выражение:

$$P_L = \frac{U_0 u_0^2}{2\Delta\Omega + 4U_0^2}, \tag{45}$$

из которого для слабого взаимодействия волны с границей получается оценка потока в линейном полупространстве такая же, как и для поверхностной волны на границе с самофокусирующей средой, а сильного — данная оценка потока будет противоположна по знаку соответствующей оценке, полученной в разд. 4.1.

Поток в нелинейном полупространстве для малоамплитудных волн в основном приближении не зависит от амплитуды поля на границе раздела и определяется выражением, вытекающим из (44):

$$P_N = -2\left(2\Delta\Omega U_0^2 + (\Delta\Omega + 2U_0^2)^2\right)^{1/2}/gU_0. \tag{46}$$

Отсюда для слабого взаимодействия волны с границей получается оценка потока в нелинейном полупространстве: $P_N = -2\Delta\Omega/gU_0$, а для сильного: $P_N = -4U_0/g$.

Далее на основе полученных выражений можно оценить относительный поток (22) малоамплитудных возмущений поля (15) для слабого взаимодействия волны с границей: $\eta = -gU_0^2 u_0^2/4\Delta\Omega^2$ и для сильного: $\eta = -gu_0^2/16U_0^2$.

На качественном уровне выводы из полученных оценок потоков малоамплитудных волн на границе с дефокусирующей средой вытекают такие же, как и в разд. 4.1 для случая границы с самофокусирующей средой.

При использовании второго подхода к определению потоков видно, что все полученные оценки потоков, как для контакта линейной среды с самофокусирующей, так и с дефокусирующей средами, определяются квадратом амплитуды поля на границе, т. е. интенсивностью светового потока вдоль границы раздела сред.

5. Заключение

В работе рассмотрено НУШ, которому подчиняется y-компонента напряженности электрического поля TE-поляризованной электромагнитной волны, распространяющиеся вдоль границ раздела между линейными и нелинейными средами с положительным и отрицательным знаками параметра керровской нелинейности.

Для каждого случая получены дисперсионные соотношения, определяющие зависимости константы распространения от характеристик сред и границы их раздела. В частных предельных случаях получены декременты затухания нелинейных поверхностных волн в явном виде. Указаны различия условий локализации светового поля вблизи границ раздела линейной и самофокусирующей сред, а также линейной и дефокусирующей сред.

Основное внимание в работе уделено локализации светового потока вдоль границ линейной и нелинейной керровской сред при учете двух основных факторов, влияющих на существование поверхностных волн: разницы между значениями линейных показателей преломления сред и интенсивности взаимодействия волны с границей раздела сред. В зависимости от преобладания влияния одной из указанных величин возникают различные условия локализации нелинейных волн, а также оценки их параметров, таких как амплитуда поля на границе и декремент затухания волны при удалении от нее, определяющий характерное расстояние локализации светового потока.

Показано, что если в качестве управляющего процессом локализации параметра выбрать амплитуду поля на границе, появляется возможность регулировать характерное расстояние локализации поля вдоль границы.

Полученные дисперсионные соотношения применены для анализа влияния параметров сред и границы их раздела на поток, уносимый нелинейными поверхностными волнами.

В данной работе предложены два подхода к определению потока, зависящие от постановки конкретных экспериментов, когда можно выбирать один из возможных свободных параметров x_0 или u_0. В результате в явном виде получены зависимости потока $P = P(\mathbf{p}, x_0)$ и $P = P(\mathbf{p}, u_0)$, где $\mathbf{p} = \{\gamma, \Delta\Omega, U_0\}$ — вектор параметров, характеризующих среды и границу их раздела. К интерпретации данных зависимостей можно подойти с другой стороны, если рассматривать их как условия нормировки, считая поток фиксированным. Тогда можно считать поток управляющим параметром, через который выражаются положение максимума $x_0 = x_0(\mathbf{p}, P)$ и амплитуда $u_0 = u_0(\mathbf{p}, P)$. Получены оценки потоков в явном аналитическом виде для случаев слабого и сильного взаимодействий волны с границей раздела сред.

Полученные оценки потоков энергии, уносимых нелинейными поверхностными волнами, имеют значение для проектирования оптических волноводных систем с заданными характеристиками светопроводимости, а также оптических устройств управления на основе слоистых сред [6,7].

Результаты анализа зависимостей потоков энергии поверхностных волн могут найти применение для совершенствования различных оптических переключателей в волноводах и оптических ограничителях мощности, способных пропускать световые импульсы только выше/ниже фиксированного значения потока энергии [39,40]. Комбинация поддающегося управлению порогового и ограничивающего действий может быть использована для определения оптимальных режимов передачи потоков энергии, которые несут нелинейные поверхностные волны.

Список литературы

[1] *Kosevich A.M., Ivanov B.A., Kovalev A.S.* // Phys. Rep. 1990. V. 194. P. 117. doi 10.1016/0370-1573(90)90130-T.

[2] *Kivshar Yu.S,. Agrawal G.P.* Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals. Academic Press, San Diego, 2003. 540 p.; *Кившарь Ю.С, Агравал Г.П.* Оптические солитоны. От волоконных световодов до фотонных кристаллов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 648 с.

[3] *Kartashov Y.V., Malomed B.A., Torner L.* // Rev. Mod. Phys. 2011. V. 83. P. 247. doi 10.1103/RevModPhys.83.247.

[4] *Carretero-González R., Cuevas-Maraver J., Frantzeskakis D., Karachalios N., Kevrekidis P., Palmero-Acebedo F.* Localized Excitations in Nonlinear Complex Systems. Springer Science & Business Media, 2013. 432 p.

[5] *Kivshar Yu.S., Kosevich A.M., Chubykalo O.A.* // Phys. Rev. A. 1990. V. 41. N 3. P. 1677. doi 10.1103/PhysRevA.41.1677.

[6] *Паняев И.С., Санников Д.Г.* // Компьютерная оптика. 2017. Т. 41. № 2. С. 183–191. doi 10.18287/2412-6179-2017-41-2-183-191.

[7] *Strudley T., Bruck R., Mills B., Muskens O.L.* Light: Science & Applications 2014. N 3. P. e207. doi 10.1038/lsa.2014.88.

[8] *Михалаке Д., Назмитдинов Р.Г., Федянин В.К.* // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 1989. Т. 20. № 1. С. 198.

[9] *Ахмедиев Н.Н.* // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. С. 545. *Akhmediev N.N.* // Sov. Phys. JETP. 1982. V. 56(2). P. 299.

[10] *Shadrivov I.V., Sukhorukov A.A., Kivshar Yu.S., Zharov A.A., Boardman A.D., Egan P.* // Phys. Rev. E. 2004. V. 69. P. 016617-1. doi 10.1103/PhysRevE.69.016617.

[11] *Bludov Y.V., Smirnova D.A., Kivshar Yu.S., Peres N.M.R., Vasilevsky M.I.* // Phys. Rev. B. 2014. V. 89. P. 035406. doi 10.1103/PhysRevB.89.035406.

[12] *Коровай О.В., Хаджи П.И.* // ФТТ. 2010. Т. 52. С. 2277. *Korovai O.V., Khadzhi P.I.* // Phys. Solid State. 2010. V. 52. P. 2434. https://doi.org/10.1134/S106378341.

[13] *Федоров Л.В., Ляхомская К.Д.* // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. С. 36. *Fedorov L.V., Ljahomskaja K.D.* // Tech. Phys. Lett. 1997. V. 23. P. 915. doi 10.1134/1.1261931.

[14] *Усиевич Б.А., Нурлигареев Д.Х., Сычугов В.А., Ивлева Л.И., Лыков П.А., Богодаев Н.В.* // Квантовая электроника. 2010. Т. 40. № 5. С. 437. *Usievich B.A., Nurligareev D.Kh., Sychugov V.A., Ivleva L.I., Lykov P.A., Bogodaev N.V.* // Quantum Electronics. 2010. V. 40. P. 437. doi 10.1070/QE2010v040n05ABEH014223.

[15] *Sukhorukov A.A., Kivshar Yu.S.* // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. P. 083901. doi 10.1103/PhysRevLett.87.083901.

[16] *Савотченко С.Е.* // Конденсированные среды и межфазные границы. 2017. Т. 19. № 4. С. 567. doi 10.17308/kcmf.2017.19/238.

[17] *Савотченко С.Е.* // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. 2018. № 1. С. 44.

[18] *Савотченко С.Е.* // ЖЭТФ. 2018. Т. 153. № 2. С. 339. *Savotchenko S.E.* // JETP. 2018. V. 126. N 2. P. 284. doi: 10.1134/S1063776118020061.

[19] *Савотченко С.Е.* // Конденсированные среды и межфазные границы. 2017. Т. 19. № 2. С. 291. doi 10.17308/kcmf.2017.19/205.

[20] *Савотченко С.Е.* // ЖТФ. 2017. Т. 62. № 12. С. 1776–1781. *Savotchenko S.E.* // Tech. Phys. 2017. V. 62. N 2. P. 1772. doi 10.1134/S1063784217120210.

[21] *Savotchenko S.E.* // Modern Physics Letters B. 2018. V. 32. N 19. P. 1850222. doi 10.1142/S0217984918502226.

[22] *Савотченко С.Е.* // Известия вузов. Физика. 2004. Т. 47. № 5. С. 79–84. *Savotchenko S.E.* // Russian Physics Journal. 2004. V. 47. N 5. P. 556. doi 10.1023/B:RUPJ.0000046330.92744.73.

[23] *Богдан М.М., Герасимчук И.В., Ковалев А.С.* // ФНТ. 1997. Т. 23. № 2. С. 197. *Bogdan M.M., Gerasimchuk I.V., Kovalev A.S.* // Low Temp. Phys. 1997. V. 23. P. 197. doi 10.1063/1.593346.

[24] *Gerasimchuk I.V., Gorbach P.K., Dovhopolyi P.P.* // Ukr. J. Phys. 2012. V. 57. N 6. P. 678.

[25] *Герасимчук И.В.* // ЖЭТФ. 2015. Т. 121. № 4. С. 596. *Gerasimchuk I.V.* // JETP. 2015. V. 121. N 4. P. 596. doi 10.1134/S1063776115100076.

[26] *Савотченко С.Е.* // Письма в ЖЭТФ. 2018. Т. 107. № 8. С. 481. *Savotchenko S.E.* // JETP Lett. 2018. V. 107. N 8. P. 455. doi 10.7868/S0370274X18080027.

[27] *Savotchenko S.E.* // Mod. Phys. Lett. B. 2018. V. 32. N 10. P. 1850120. doi 10.1142/S0217984918501208.

[28] *Савотченко С.Е.* // Конденсированные среды и межфазные границы. 2018. Т. 20. № 2. С. 255. doi 10.17308/kcmf.2018.20/517.

[29] *Савотченко С.Е.* // Письма в ЖЭТФ. 2018. Т. 108. № 3. С. 175. *Savotchenko S.E.* // JETP Lett. 2018. V. 108. N 3. P. 175. doi 10.1134/S0021364018150110.

[30] *Savotchenko S.E.* // Solid State Commun. 2018. V. 283. N 11. P. 1. doi 10.1016/j.ssc.2018.08.002.

[31] *Косевич А.М., Ковалев А.С.* Введение в нелинейную физическую механику. Киев: Наукова думка, 1989. 304 с.

[32] *Горенцвейг В.И., Кившарь Ю.С., Косевич А.М., Сыркин Е.С.* // ФНТ. 1990. Т. 16. № 11. С. 1472.

[33] *Косевич А.М., Иванов Б.А., Ковалев А.С.* Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. Киев: Наукова думка, 1983. 189 с.

[34] *Давыдов А.С.* Солитоны в молекулярных системах. Киев: Наукова думка, 1984. 288 с.

[35] *Kivshar Yu.S., Kosevich A.M., Chubykalo O.A.* // Phys. Lett. A. 1987. V. 125. P. 35. doi 10.1016/0375-9601(87)90514-7.

[36] *Sakaguchi H., Malomed B.A.* // New J. Phys. 2016. V. 18. P. 025020. doi 10.1088/1367-2630/18/2/025020.

[37] *Чаплик А.В.* // Письма в ЖЭТФ. 2017. Т. 105. С. 565. *Chaplik A.V.* // JETP Lett. 2017. V. 105. P. 601. doi 10.1134/S0021364017090089.

[38] *Высотина Н.В., Розанов Н.Н., Шацев А.Н.* // Опт. и спектр. 2018. Т. 124. № 1. С. 82. *Vysotina N.V., Rosanov N.N., Shatsev A.N.* Optics and Spectroscopy. 2018. V. 124. P. 79. doi 10.1134/S0030400X18010228.

[39] *Zhang D., Li Z., Hu W., Cheng B.* // Appl. Phys. Lett. 1995. V. 67. P. 2431. doi 10.1063/1.114597.

[40] *Naim Ben Ali* // Chinese J. Phys. 2017. V. 55. P. 2384. doi 10.1016/j.cjph.2017.10.008.