

05

## Особенности локализации нелинейных спиновых волн в слоистом ферромагнетике, обусловленные магнитной анизотропией слоев

© С.Е. Савотченко

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова,  
Белгород, Россия

E-mail: savotchenkose@mail.ru

(Поступила в Редакцию 22 ноября 2018 г.

В окончательной редакции 22 ноября 2018 г.

Принята к публикации 28 ноября 2018 г.)

Рассмотрена модель трехслойной структуры, в которой слои одноосных ферромагнетиков и тонкопленочные границы их раздела характеризуются магнитной анизотропией. Для описания возникающего в такой структуре возмущения намагниченности использовано нелинейное уравнение Шредингера с нелинейным потенциалом, моделирующим границы раздела ферромагнитных слоев. Показано, что вдоль слоев такой структуры могут распространяться два типа нелинейных спиновых волн, существование которых обусловлено нелинейностью границ раздела, возникающей вследствие их магнитной анизотропии. Получены частоты таких стационарных локализованных состояний спиновых волн в явном аналитическом виде. Определены условия существования таких состояний в зависимости от характеристик слоев и границ их раздела.

DOI: 10.21883/FTT.2019.04.47415.327

### 1. Введение

Изучение свойств нелинейных поверхностных волн, распространяющихся вдоль границ раздела сред с различными физическими характеристиками, тесно связано с особенностями локализации спиновых волн в различных магнитных материалах, поскольку условие постоянства длин векторов намагниченности магнитных подсистем делает задачи теоретического описания больших отклонений намагниченности от основного состояния существенно нелинейными. Теоретические исследования нелинейных возбуждений в магнетиках проводились достаточно давно и данной проблематике посвящено большое количество литературы [1–5]. Позднее существования магнитных солитонов и спиновых волн было подтверждено экспериментально, к примеру, в спектрах электронного спинового резонанса ферромагнитных хиральных монокристаллов [6,7].

Существование нелинейных межповерхностных спиновых волн, локализованных вблизи границы раздела двух ферромагнетиков, отличающихся магнитными параметрами, было предсказано в [8,9]. Нелинейные спиновые волны в обменно-связанной магнитной трехслойной структуре „сэндвичего“ типа, в которой внутренний слой рассматривается как квазидвумерный магнитный дефект, были описаны в [10]. Для системы с одним узким магнитным слоем, отличающимся от материала матрицы значением константы одноионной анизотропии, в [11,12] показано существование локализованного вблизи этого слоя состояния спиновых волн. В [12] дополнительно проанализирована устойчивость полученного локализованного решения относительно малых возмущений амплитуды и фазы.

В данной работе предлагается учесть магнитную анизотропию с точностью до нелинейных слагаемых внутри тонкопленочных границ раздела ферромагнитных слоев. В результате возмущение намагниченности в такой системе будет описываться нелинейным уравнением Шредингера (НУШ) с нелинейным дельта-функциональным потенциалом [13–20]. В настоящей работе в отличие от [11,12], рассматриваются слои с различающимися характеристиками, в том числе и их границ раздела. Существование локализованных состояний рассматриваемых типов в такой слоистой структуре обусловлено различием указанных характеристик.

### 2. Формулировка модели

Будем использовать в качестве основы физическую модель слоистого ферромагнетика с анизотропией типа „легкая ось“, базирующуюся на НУШ, которое было получено в [11,12] при отсутствии диссипативных процессов из уравнения Ландау–Лифшица для вектора намагниченности  $\mathbf{M}$ . Нас будут интересовать возмущения в виде спиновых волн, распространяющихся вдоль чередующихся магнитных слоев с различными магнитными характеристиками.

Будем рассматривать трехслойную ферромагнитную структуру „сэндвичего“ типа, которая представляет собой три широких слоя легкоосных ферромагнетиков, разделенных узкими тонкопленочными слоями (играющими роль границ раздела широких слоев) с отличающимися значениями константы магнитной (одноионной) анизотропии. Толщина внутреннего слоя равна  $2a$ , а толщины двух узких слоев, отделяющих внутренний слой от массивных кристаллов, равны  $b$ . Толщина широких слоев

считается существенно больше толщин узких слоев. В таком смысле тонкий слой можно интерпретировать как границу раздела ферромагнитных слоев, причем граница раздела обладает своими магнитными свойствами, способными оказывать влияние на формирование спиновых волн.

Система координат выбрана так, что плоскопараллельные слои перпендикулярны оси  $x$ , с которой совпадает легкая ось ферромагнитных материалов.

В рассматриваемой модели волновая функция  $\psi$  играет роль комплекснозначной функции, связанной с компонентами вектора намагниченности  $\psi = M_z + iM_y$ , где  $M_0$  — модуль вектора намагниченности (будем считать его далее постоянной величиной). Для малоамплитудных спиновых волн  $|\psi| \ll M_0$  в [11,12] было получено НУШ

$$i\psi'_t = \frac{2\alpha\mu_0 M_0}{\hbar} \psi''_{xx} - \omega_0 \psi + \frac{\mu_0 \beta_0}{M_0} |\psi|^2 \psi + \frac{\mu_0 \beta_b}{\hbar} \left( 2M_0 - \frac{|\psi|^2}{M_0} \right) \psi, \quad (1)$$

где  $\alpha$  — константа обменного взаимодействия (будем считать ее далее постоянной и положительной),  $\beta_0 = \beta_0(x)$  — различающая в соседних широких слоях величина магнитной анизотропии (положительная величина для легкоосного ферромагнетика),  $\beta_b = \beta_b(x)$  — значение магнитной анизотропии в тонкопленочных границах раздела (в узких слоях), на которое в них она отличается от  $\beta_0$ ,  $\omega_0 = 2\mu_0 M_0 \beta_0 / \hbar$  — частота ферромагнитного резонанса,  $\mu_0$  — магнетон Бора.

Условия применимости и вывод НУШ (1) подробно описаны в [11,12]. Отметим, что (1) получено при таких малых отклонениях намагниченности от основного состояния, когда пространственный масштаб возникающей неоднородности существенно меньше магнитной длины  $l_0 = \sqrt{\alpha/\beta_0}$ , которая в ферромагнетике на много больше межатомного расстояния.

Будем далее рассматривать только распространяющиеся вдоль границы раздела слоев когерентные спиновые волны с частотой  $\omega$ , и считать, что волна однородная в направлении вдоль слоев. Тогда, используя представление волновой функции в виде  $\psi = \psi(x) \exp(i\omega t)$ , из (1) получим стационарное НУШ, которое представим в традиционной форме

$$\psi''_{xx} / 2m + (\omega - \omega_0(x)) \psi + \gamma(x) |\psi|^2 \psi = U(x, |\psi|^2) \psi. \quad (2)$$

Параметры стационарного НУШ (2) связаны с коэффициентами НУШ (1) следующим образом. „Эффективная масса“ спиновых волн как возбуждений связана с константой обменного взаимодействия

$$m = \hbar / 4\alpha\mu_0 M_0.$$

Параметр нелинейности НУШ (2) связан с величиной магнитной анизотропии широких слоев

$$\gamma(x) = \mu_0 \beta_0(x) / M_0.$$

Поскольку величина магнитной анизотропии  $\beta_0(x)$  в широких слоях считается различной и положительной для легкоосного ферромагнетика, будем аппроксимировать нелинейность кусочно-постоянной функцией

$$\gamma(x) = \begin{cases} \gamma_1, & x < -a \\ \gamma_0, & |x| < a \\ \gamma_2, & x > a, \end{cases}$$

где  $\gamma_j > 0$  постоянные величины,  $j = 0, 1, 2$ .

Модуляцию магнитных характеристик слоев  $\omega_0(x)$  также будем аппроксимировать кусочно-постоянной функцией

$$\omega(x) = \begin{cases} \omega_1, & x < -a \\ \omega_0, & |x| < a \\ \omega_2, & x > a, \end{cases}$$

где  $\omega_j$  — постоянные величины,  $j = 0, 1, 2$ .

В рассматриваемой модели слои различаются значениями магнитной анизотропии. Ее величина в тонкой границе раздела отличается от значения  $\beta_0$  в широких слоях на величину  $\beta_b$ . В пределе ультратонкой границы возмущение константы магнитной анизотропии можно аппроксимировать дельта-функцией Дирака. В результате уравнение будет содержать два последних слагаемых, пропорциональных дельта-функции. Поэтому потенциал, описывающий нелинейные свойства границ раздела, представим в виде

$$U(x, |\psi|^2) = F_1(x + a, |\psi|^2) + F_2(x - a, |\psi|^2), \\ F_j(x, |\psi|^2) = \{U_j - W_j |\psi|^2\} \delta(x), \quad j = 1, 2. \quad (3)$$

Здесь  $U_j$  — интенсивности взаимодействия возбуждений с границами раздела в линейном приближении („мощности“ дефектов). „Мощность“ дефекта  $U_j$  связана с величиной магнитной анизотропии  $\beta_{bj}$ , которая остается постоянной внутри соответствующей тонкопленочной границы раздела

$$U_j = -2\mu_0 \beta_{bj} M_0 b / \hbar, \quad j = 1, 2.$$

Параметры нелинейности границ раздела слоев  $W_j$  характеризуют нелинейный отклик их взаимодействие с возбуждениями [21]. Интенсивность нелинейного отклика границы  $W_j$ , также как и „мощность“ дефекта, связана с величиной магнитной анизотропии

$$W_j = -2\mu_0 \beta_{bj} b / \hbar M_0, \quad j = 1, 2.$$

В общем случае в силу различия параметров сред всех слоев все эти величины будем считать различными. Кроме того, для того, чтобы НУШ (2) с потенциалом (3) могло использоваться при моделировании других физических систем нелинейной оптики [22], конденсации Бозе–Эйнштейна [23], будем предполагать, что знаки

параметров потенциала могут быть любыми. Для рассматриваемой магнитной системы в силу того константа магнитной анизотропии положительна в легкоосном ферромагнетике, оба параметра потенциала (3) могут быть только отрицательными.

Распределение магнитного момента рассматриваемого вида может возникать в слоистых магнитных структурах на основе Co/CoO [24]. В таких материалах слои, располагающиеся поперек легкой оси, характеризуются сильно различающимися значениями константы анизотропии, в то время как константа обменного взаимодействия практически остается неизменной. Чередование ультратонких и широких слоев позволяет рассматривать такую систему как слоистую структуру с плоскими магнитными дефектами.

Нахождение решения НУШ (2) с потенциалом (3) эквивалентно решению УШ без потенциала:

$$\psi''_{xx} + 2m(\omega - \omega(x))\psi = 0, \quad (4)$$

с граничными условиями

$$\psi(\mp a - 0) = \psi(\mp a + 0) = \psi_{0j}, \quad (5)$$

$$\psi'(\mp a + 0) - \psi'(\mp a - 0) = 2m\{U_j - W_j|\psi_{0j}|^2\}\psi_{0j}. \quad (6)$$

где  $\psi_{0j} = \psi(\pm a)$  — амплитуды волны на границах раздела слоев.

Здесь и далее значение индекса  $j = 1$  соответствует величинам, относящимся к области  $x < -a$ ,  $j = 2$  — к области  $x > a$ ,  $j = 0$  — к внутреннему слою при  $|x| < a$ . При этом в формулах (5), (6) и далее для  $j = 1$  следует выбирать верхний знак, а для  $j = 2$  — нижний.

### 3. Зависимости частот нелинейных спиновых волн от характеристик системы плоскопараллельных слоев с различной магнитной анизотропией

В настоящей работе будут рассматриваться только локализованные в пространстве решения сформулированной краевой задачи (4)–(6), которые удовлетворяют условию исчезновения на бесконечности  $|\psi(x)| \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow \infty$ . Такие решения описывают распределение возмущения намагниченности в бегущей вдоль границ раздела спиновой волне, быстро затухающей при удалении от них.

НУШ (4) при  $\gamma(x) > 0$  и частотах в диапазоне  $\omega < \min\{\omega_j\}$  имеет решение во внешних слоях при  $|x| > a$  в виде

$$\psi_j(x) = q_j(m\gamma_j)^{-1/2} / \text{ch}(q_j(x \pm a - x_j)k), \quad (7)$$

где

$$q_j^2 = 2m(\omega_j - \omega), \quad j = 1, 2.$$

Во внутреннем слое при  $|x| < a$  и  $\gamma(x) > 0$  НУШ (4) имеет два типа пространственно-периодическое решение  $\psi_\nu(x)$  (здесь и далее индекс  $\nu$  принимает одно из двух значений:  $\nu = c, d$ ), которые описываются функциями

$$\psi_c(x) = kq_c(m\gamma_0)^{-1/2} \text{cn}(q_c(x - x_c), k), \quad (8)$$

где

$$q_c^2 = 2m(\omega_0 - \omega)/(2k^2 - 1),$$

$k$  — модуль эллиптической функции и

$$\psi_d(x) = q_d(m\gamma_0)^{-1/2} \text{dn}(q_d(x - x_d), k), \quad (9)$$

где

$$q_d^2 = 2m(\omega_0 - \omega)/(2 - k^2).$$

Для состояния (8) модуль эллиптической функции меняется в интервале  $1/2 < k^2 < 1$ , а для (9) —  $0 < k^2 < 1$ .

Решения (7) и (8) связываются граничными условиями (5) и (6) и описывают первый тип локализованных вдоль слоистой структуры спиновых волн, а связанные решения (8) и (9) — второй тип.

Подстановка соответствующих пар решений в граничные условия приводит к дисперсионным соотношениям, соответствующим спиновым волнам первого и второго типов

$$q_j = \eta_j \text{ch}(q_j x_j) G_v^{(\pm)}(q_v, x_v, a, k), \quad (10)$$

$$D_j(q_j, x_j, u_j, w_j) = F_v^{(\pm)}(q_v, x_v, a, k), \quad (11)$$

где

$$G_c^{(\pm)}(q_c, x_c, a, k) = kq_c \text{cn}(q_c(a \pm x_c), k),$$

$$G_d^{(\pm)}(q_d, x_d, a, k) = q_d \text{dn}(q_d(a \pm x_d), k),$$

$$F_c^{(\pm)}(q_c, x_c, a, k) = q_c \text{sn}(q_c(a \pm x_c), k) \times \text{dn}(q_c(a \pm x_c), k) / \text{cn}(q_c(a \pm x_c), k),$$

$$F_d^{(\pm)}(q_d, x_d, a, k) = k^2 q_d \text{sn}(q_d(a \pm x_d), k) \times \text{cn}(q_d, x_d, a, k) / \text{dn}(q_d, x_d, a, k),$$

$$D_j(q_j, x_j, u_j, w_j) = q_j \text{th}(q_j, x_j) + 2\{u_j - w_j q_j^2 / \text{ch}^2(q_j x_j)\},$$

$$u_j = mU_j, \quad w_j = W_j / \gamma_j, \quad \eta_j = (\gamma_j / \gamma_0)^{1/2}, \quad j = 1, 2.$$

Ограничимся далее анализом дисперсионных уравнений, определяющих зависимость частоты от параметров системы только для волн первого типа, поскольку в данном контексте нет принципиального отличия от волн второго типа, проявляющегося в каких-либо качественно новых эффектах.

Сначала рассмотрим частный случай волн, для которых все параметры  $x_{1,2} = x_0 = 0$ . В этом случае в длинноволновом приближении при  $q_{ca} \ll 1$  из дисперсионных уравнений (10) и (11) при  $\nu = c$  получается, что значение модуля эллиптической функции будет

определяться параметрами слоистой структуры  $k = k_{c1}$ , где

$$k_{c1}^2 = \frac{a(u_2 - u_1)}{2(u_1 w_2 \eta_2^2 - u_2 w_1 \eta_1^2)}. \quad (12)$$

Также получается частота волны в виде

$$\omega = \omega_0 - \frac{(2k_{c1}^2 - 1)u_1}{m(a + 2w_1 \eta_1^2 k_{c1}^2)}, \quad (13)$$

куда подставляется зависимость (12). Локализованная спиновая волна, распространяющаяся вдоль слоев с частотой (13), существует при выполнении одной из пар условий

- 1)  $w_2 \eta_2^2 > w_1 \eta_1^2$  или
- 2)  $u_1 w_2 \eta_2^2 / w_1 \eta_1^2 < u_2 < u_1$ ,  $w_2 \eta_2^2 < w_1 \eta_1^2$ .

Видно, что существование такой волны обусловлено различием параметров границ раздела слоев.

Рассмотрим теперь другой частный случай волн, для которых  $x_0 = 0$ , но  $x_{1,2} \neq 0$ . В этом случае в „длинноволновом“ приближении при  $q_{ca} \ll 1$  из дисперсионных уравнений (10) и (11) при  $\nu = c$  находится частота волны в виде

$$\omega = \omega_0 - \omega_{c1} \{1 \pm [1 + \omega_{c2}/\omega_{c1}]^{1/2}\}, \quad (14)$$

где

$$\omega_{c1} = \frac{(2k^2 - 1)\{k^2(2 - \eta_1^2) - 1\}}{4m(a + 2w_1 \eta_1^2 k^2)^2},$$

$$\omega_{c2} = \frac{2(2k^2 - 1)\{m(\omega_1 - \omega_0) + u_1\}}{k^2(2 - \eta_1^2) - 1}.$$

Для существования локализованной спиновой волны, распространяющейся вдоль слоев с частотой (14), должно выполняться условие

$$u_1 < \frac{1}{8} \left( \frac{k^2(2 - \eta_1^2) - 1}{a + 2w_1 \eta_1^2 k^2} \right)^2 - m(\omega_1 - \omega_0).$$

Значение модуля эллиптической функции в рассматриваемом случае также будет определяться параметрами слоистой структуры  $k = k(u_j, w_j, \eta_j)$ , однако явный вид данной зависимости достаточно громоздкий и его нет необходимости здесь приводить.

Значения параметров, определяющих положения „центров солитонов“, при рассматриваемых условиях получаются из (10)

$$x_j = \frac{1}{(2k^2 - 1)q_c} \text{Arch} \left( \frac{\sqrt{2k^2 - 1}}{ak\eta_j q_c} \right). \quad (15)$$

Таким образом, выражения (14) и (15) определяют характеристики спиновой волны в „длинноволновом“ приближении при  $x_0 = 0$ .

Следует также отметить, что при  $x_0 = 0$  существует еще одно специальное локализованное состояние, реализуемое при условии

$$u_j = w_j k^2 \eta_j^2 q_c^2 \text{cn}(q_c a, k).$$

Тогда, с учетом данного соотношения, в „длинноволновом“ приближении из (11) при  $\nu = c$  можно найти частоту такой спиновой волны

$$\omega = \omega_0 - \omega_{c3} \{1 \pm [1 + \omega_{c4}/\omega_{c3}]^{1/2}\}, \quad (16)$$

где

$$\omega_{c3} = \frac{(2k^2 - 1)^2}{4ma}, \quad \omega_{c4} = 2(\omega_0 - \omega_1) + \gamma_1 U_1 / W_1.$$

Такая волна существует при дополнительной связи между параметрами слоев и границ их раздела:  $u_1/w_1 \eta_1^2 = u_2/w_2 \eta_2^2$ , а также при фиксированном значении модуля эллиптической функции, определяемого из уравнения:  $u_1/w_1 \eta_1^2 = 2m(\omega_0 - \omega)k^2/(2 - k^2)$ , куда подставляется зависимость (16) частоты от  $k$ . Следует выбирать такие его решения, которые удовлетворяют условию  $k^2 > 1/2 + \{a[2m(\omega_0 - \omega_1) + u_1/w_1]\}^{1/2}$ , фактические играющего роль условия локализации.

#### 4. Заключение

Таким образом, тонкие границы раздела широких ферромагнитных слоев как плоские дефекты „притягивают“ спиновые возбуждения, которые ведут себя как единое целое, локализуясь в связанном состоянии солитона. Характерный масштаб локализации спиновой волны при удалении от границ раздела слоев приближенно может быть оценен отношением константы магнитной анизотропии тонкопленочных границ к константе обменного взаимодействия:  $l \sim (\alpha/\beta_{j0})^{1/2}$ .

Существование описанных типов локализованных спиновых волн обусловлено различием констант магнитной анизотропии легкоосного ферромагнитного слоистого материала, то есть фактически нелинейными свойствами границ раздела его слоев как плоских дефектов.

Широкий диапазон условий существования полученных локализованных состояний позволяет подобрать такие значения магнитных характеристик слоев и тонкопленочных границ их раздела, при которых будет возможно распространение возмущения намагниченности вдоль границ ферромагнитных слоев.

#### Список литературы

- [1] А.М. Kosevich, В.А. Ivanov, А.С. Kovalev. Physica D **3**, 363 (1981).
- [2] А.М. Косевич, Б.А. Иванов, А.С. Ковалев. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. Наук. думка, Киев (1983). 189 с.
- [3] В.С. Львов. Нелинейные спиновые волны. Наука, М. (1987), 270 с.
- [4] А.М. Kosevich, В.А. Ivanov, А.С. Kovalev. Phys. Rep. **194**, 119 (1990).
- [5] А.Б. Борисов, В.В. Киселев, Квазиодномерные магнитные солитоны, Физматлит, М. (2014). 520 с.
- [6] Р.Б. Моргунов, В.Л. Бердинский, М.В. Кирман, К. Иное, Ж. Кишине, И. Йошида. Письма в ЖЭТФ **84**, 524 (2006).

- [7] R. Morgunov, M.V. Kirman, K. Inoue, Y. Tanimoto, J. Kishine, A.S. Ovchinnikov, O. Kazakova. *Phys. Rev. B* **77**, 184419 (2008).
- [8] А.Л. Сукстанский, С.В. Тарасенко. *ФТТ* **35**, 270 (1993).
- [9] A.L. Sukstanskii, S.V. Tarasenko, E.Yu. Melikhov. *J. Magn. Magn. Mater.* **164**, 105 (1996).
- [10] С.В. Тарасенко. *Письма в ЖТФ* **20**, 92 (1994).
- [11] И.В. Герасимчук, Ю.И. Горобец, В.С. Герасимчук. *J. Nano-Electron. Phys.* **8**, 02020(7) (2016).
- [12] I.V. Gerasimchuk, V.S. Gerasimchuk. *J. Appl. Phys.* **124**, 085301 (2018).
- [13] I.V. Gerasimchuk, P.K. Gorbach, P.P. Dovhopolyi. *Ukr. J. Phys.* **57**, 678 (2012).
- [14] И.В. Герасимчук. *ЖЭТФ* **121**, 596 (2015).
- [15] С.Е. Савотченко. *Письма в ЖЭТФ* **107**, 481 (2018).
- [16] S.E. Savotchenko. *Mod. Phys. Lett. B* **32**, 1850120 (2018).
- [17] С.Е. Савотченко. *Письма в ЖЭТФ* **108**, 175 (2018).
- [18] С.Е. Савотченко. *Конденсированные среды и межфазные границы* **20**, 255 (2018).
- [19] С.Е. Савотченко. *ЖЭТФ* **153**, 514 (2018).
- [20] S.E. Savotchenko. *Solid State Commun.* **283**, 1 (2018).
- [21] С.Е. Савотченко. *Нелинейный мир* **3**, 25 (2018).
- [22] E. Lidorikis, K. Busch, L. Qiming, C.T. Chan, C.M. Soukoulis. *Phys. Rev. B* **56**, 15090 (1997).
- [23] H. Sakaguchi, B.A. Malomed. *New J. Phys.* **18**, 025020 (2016).
- [24] R.L. Stamps, R.E. Camley, R.J. Hicken. *Phys. Rev. B* **54**, 4159 (1996).

*Редактор Ю.Э. Кутаев*