

# Вероятности радиационных переходов в спектрах никелеподобных ионов Cd XXI, In XXII, Sn XXIII

© А.В. Логинов

Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, 190031 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: andrlgnv@yandex.ru

Поступила в редакцию 19.09.2018 г.

Полуэмпирически в промежуточной схеме связи выполнен расчет вероятностей электродипольных переходов  $3d^9 4p \rightarrow 3d^{10}$ ,  $3d^9 4s$  в спектрах никелеподобных ионов Cd XXI, In XXII, Sn XXIII. Радиальные интегралы, необходимые для перехода к абсолютной шкале вероятностей, вычислены с функциями Хартри-Фока в форме длины.

DOI: 10.21883/OS.2019.02.47191.272-18

## Введение

Судя по библиографии из базы данных [1], спектры никелеподобных ионов — популярный объект для исследования. Эта популярность, в частности, связана с надеждой создать лазер в рентгеновской области спектра на переходе  $3d^9 4d (J = 0) \rightarrow 3d^9 4p (J = 1)$  [2]. К настоящему моменту экспериментальные сведения по уровням энергии получены для ионов с зарядом ядра  $Z \leq 50$  (т.е. до Sn XXIII) [3], а теоретические сведения как по уровням энергии, так и по радиационным константам — для ионов с  $Z \leq 100$  [4–7]. Тем не менее, опубликованных данных по спектрам никелеподобных ионов высоких степеней ионизации, видимо, недостаточно, чтобы выбрать из них „рекомендованные значения“ уровней энергии и вероятностей переходов для заполнения соответствующих столбцов базы данных [1]. Это означает, что продолжение исследований по этой тематике по-прежнему актуально.

В настоящей работе полуэмпирически вычислены вероятности электродипольных переходов  $3d^9 4p \rightarrow 3d^{10}$ ,  $3d^9 4s$  в спектрах никелеподобных ионов Cd XXI, In XXII, Sn XXIII. Отметим, что в упомянутых работах [4–7] расчеты выполнены *ab initio*. Полагаем, что полуэмпирические данные, полученные здесь на основе высокоточных измерений длин волн переходов, вполне органично дополняют результаты [4–7].

## Метод расчета

Данная работа является непосредственным продолжением работы [8], в которой совершенно аналогичная процедура была выполнена для никелеподобных ионов до Ag XX включительно. Расчет проведен в промежуточной схеме связи, при этом угловая часть волновой функции получается диагонализацией матрицы оператора энергии, построенной в *SL*-связи в одноконфигурационном приближении. Радиальные части элементов матрицы оператора энергии рассмат-

риваются как параметры, определяемые из предписания наименьших квадратов, сформулированного для собственных значений матрицы оператора энергии и сопоставляемых им экспериментальных уровней энергии. При реализации предписания наименьших квадратов для конфигураций  $3d^9 4l$  рассматривался следующий набор параметров: интегралы Слэтера  $F_{dl}^k$ ,  $G_{dl}^k$  (радиальные интегралы, входящие сомножителями в матричные элементы оператора электростатического взаимодействия), спин-орбитальные константы  $\xi_{3d}$ ,  $\xi_{4l}$  (радиальные интегралы, входящие сомножителями

**Таблица 1.** Параметры (в  $\text{cm}^{-1}$ ) для конфигурации  $3d^9 4s$  в спектрах Cd XXI, In XXII, Sn XXIII

Параметр	Cd XXI	In XXII	Sn XXIII
$F_{ds}^0$	$345907 \pm 57$	$375300 \pm 67$	$405779 \pm 43$
$G_{ds}^2$	$30804 \pm 569$	$31685 \pm 662$	$32890 \pm 426$
$\xi_{3d}$	$23032 \pm 46$	$25832 \pm 53$	$28817 \pm 34$
$\Delta E$	114	132	85
$\Delta E'$	57	66	43

**Таблица 2.** Параметры (в  $\text{cm}^{-1}$ ) для конфигурации  $3d^9 4p$  в спектрах Cd XXI, In XXII, Sn XXIII

Параметр	Cd XXI	In XXII	Sn XXIII
$F_{dp}^0$	$388914 \pm 40$	$420866 \pm 16$	$453890 \pm 5$
$F_{dp}^2$	$90350 \pm 600$	$94307 \pm 270$	$98369 \pm 69$
$G_{dp}^1$	$28530 \pm 181$	$30107 \pm 82$	$31225 \pm 24$
$G_{dp}^3$	$29334 \pm 685$	$30762 \pm 371$	$31791 \pm 78$
$\xi_{3d}$	$23009 \pm 31$	$25818 \pm 18$	$28783 \pm 3$
$\xi_{4p}$	$52811 \pm 139$	$59195 \pm 41$	$66576 \pm 7$
$F_1$	$-106 \pm 23$	$-158 \pm 12$	$-164 \pm 3$
$G_2$	$-40 \pm 39$	–	$-47 \pm 5$
$T_{111}$	$3431 \pm 1160$	$955 \pm 440$	–
$\Delta E$	98	56	11
$\Delta E'$	42	25	4

**Таблица 3.** Длины волн ( $\lambda$ , nm) и вероятности ( $A$ ,  $s^{-1}$ ) переходов  $3d^9 4p \rightarrow 3d^9 4s$  в спектрах Cd XXI, In XXII, Sn XXIII

Переход $3d^9 4p \rightarrow 3d^9 4s$	Cd XXI			In XXII		Sn XXIII	
	$\lambda$	$A$	$A$ [5]	$\lambda$	$A$	$\lambda$	$A$
01 $\rightarrow$ 11	25.311	2.47 + 10	2.20 + 10	23.874	2.76 + 10	22.488	3.09 + 10
11 $\rightarrow$ 11	29.474	3.81 + 8		28.141	5.18 + 8	26.887	7.19 + 8
11 $\rightarrow$ 21	25.633	7.01 + 9	6.84 + 9	24.216	6.98 + 9	22.901	6.62 + 9
11 $\rightarrow$ 22	29.967	1.02 + 10	0.85 + 10	28.598	1.13 + 10	27.317	1.27 + 10
12 $\rightarrow$ 11	27.363	2.37 + 9	2.12 + 9	26.034	2.41 + 9	24.790	2.35 + 9
12 $\rightarrow$ 21	24.022	1.91 + 10	1.59 + 10	22.640	2.24 + 10	21.361	2.65 + 10
12 $\rightarrow$ 22	27.788	4.09 + 9	4.02 + 9	26.425	3.92 + 9	25.155	3.57 + 9
13 $\rightarrow$ 11	24.011	2.48 + 10	2.16 + 10	22.643	2.76 + 10	21.355	3.10 + 10
13 $\rightarrow$ 21	21.399	1.88 + 9		20.031	1.97 + 9	18.761	1.99 + 9
13 $\rightarrow$ 22	24.337	2.77 + 9		22.938	3.17 + 9	21.625	3.63 + 9
21 $\rightarrow$ 11	36.709	8.98 + 6		35.585	8.30 + 6	34.556	7.60 + 6
21 $\rightarrow$ 21	30.936	1.13 + 9		29.533	1.33 + 9	28.239	1.56 + 9
21 $\rightarrow$ 22	37.477	5.88 + 7		36.319	5.26 + 7	35.270	4.79 + 7
21 $\rightarrow$ 31	30.304	1.31 + 10	1.13 + 10	28.935	1.39 + 10	27.668	1.48 + 10
22 $\rightarrow$ 11	30.126	7.90 + 9	6.57 + 9	28.777	8.45 + 9	27.534	9.04 + 9
22 $\rightarrow$ 21	26.125	1.95 + 9	1.76 + 9	24.686	1.91 + 9	23.368	1.82 + 9
22 $\rightarrow$ 22	30.641	5.18 + 9	4.34 + 9	29.255	5.73 + 9	27.985	6.31 + 9
22 $\rightarrow$ 31	25.673	8.19 + 7		24.267	9.22 + 7	22.976	9.63 + 7
23 $\rightarrow$ 11	27.694	8.72 + 8		26.348	8.49 + 8	25.075	7.92 + 8
23 $\rightarrow$ 21	24.276	2.32 + 10	2.05 + 10	22.877	2.60 + 10	21.573	2.91 + 10
23 $\rightarrow$ 22	28.128	7.87 + 8		26.748	7.50 + 8	25.448	7.08 + 8
23 $\rightarrow$ 31	23.885	2.43 + 9		22.517	2.97 + 9	21.238	3.61 + 9
24 $\rightarrow$ 11	23.547	1.27 + 10	1.09 + 10	22.193	1.44 + 10	20.927	1.64 + 10
24 $\rightarrow$ 21	21.029	9.61 + 7		19.678	8.66 + 7	18.430	8.69 + 7
24 $\rightarrow$ 22	23.860	1.71 + 10	1.49 + 10	22.476	1.89 + 10	21.186	2.10 + 10
24 $\rightarrow$ 31	20.735	2.75 + 8		19.411	2.77 + 8	18.185	2.79 + 8
31 $\rightarrow$ 21	30.271	8.94 + 9	7.54 + 9	28.921	9.52 + 9	27.677	1.01 + 10
31 $\rightarrow$ 22	36.507	1.03 + 7		35.398	8.49 + 6	34.399	7.49 + 6
31 $\rightarrow$ 31	29.666	5.85 + 9	4.86 + 9	28.348	6.33 + 9	27.129	6.84 + 9
32 $\rightarrow$ 21	23.786	1.11 + 10	9.48 + 9	22.410	1.26 + 10	21.122	1.43 + 10
32 $\rightarrow$ 22	27.473	2.25 + 8		26.112	2.04 + 8	24.823	1.92 + 8
32 $\rightarrow$ 31	23.411	1.92 + 10	1.66 + 10	22.064	2.14 + 10	20.801	2.38 + 10
33 $\rightarrow$ 21	21.514	3.58 + 8		20.117	3.39 + 8	18.829	3.37 + 8
33 $\rightarrow$ 22	24.487	2.70 + 10	2.30 + 10	23.051	3.03 + 10	21.716	3.40 + 10
33 $\rightarrow$ 31	21.207	1.68 + 8		19.838	1.59 + 8	18.573	1.56 + 8
41 $\rightarrow$ 31	24.525	2.72 + 10	2.31 + 10	23.092	3.04 + 10	21.751	3.41 + 10

Примечание. Значения вероятностей переходов приведены в следующей форме: например,  $2.72 + 10 = 2.72 \cdot 10^{10}$ .

**Таблица 4.** Длины волн ( $\lambda$ , nm) и вероятности ( $A$ ,  $s^{-1}$ ) переходов  $3d^9 4p \rightarrow 3d^{10}$  в спектрах Cd XXI, In XXII, Sn XXIII

Переход $3d^9 4p \rightarrow 3d^{10}$	Cd XXI			In XXII			Sn XXIII		
	$\lambda$	$A$	$A$ [6]	$\lambda$	$A$	$A$ [6]	$\lambda$	$A$	$A$ [6]
11 $\rightarrow$ 01	2.893	4.59 + 10	5.10 + 10	2.674	6.37 + 10	7.97 + 10	2.479	9.43 + 10	1.22 + 11
12 $\rightarrow$ 01	2.872	8.93 + 11	1.21 + 12	2.653	1.01 + 12	1.39 + 12	2.460	1.13 + 12	1.57 + 12
13 $\rightarrow$ 01	2.830	1.61 + 11	1.93 + 11	2.613	1.80 + 11	2.14 + 11	2.421	1.97 + 11	2.40 + 11

в матричные элементы оператора спин-орбитального взаимодействия), эффективные параметры  $F_k$ ,  $G_k$ , которые принято называть интегралами Слэтера с запрещенными рангами, магнитные эффективные параметры  $T_{k_1 k_2 k_3}$  (для конфигураций  $3d^9 4p$ ). Угловые коэффициенты для интегралов Слэтера и спин-орбитальных

констант вычислялись по общеизвестным формулам (например, [9]), детали вычислений угловых коэффициентов для эффективных параметров можно найти в [8].

Качество реализации предписания наименьших квадратов определяется дисперсиями параметров, а также

стандартными ( $\Delta E$ ) и среднеквадратичными ( $\Delta E'$ ) отклонениями по энергии:

$$\Delta E = \sqrt{\sum_{i=1}^n (E_{\text{calc}}^i - E_{\text{exp}}^i)^2 / (n - m)},$$

$$\Delta E' = \sqrt{\sum_{i=1}^n (E_{\text{calc}}^i - E_{\text{exp}}^i)^2 / n},$$

где  $n$  — число экспериментальных уровней, включенных в вычислительную процедуру,  $m$  — число свободно варьируемых параметров,  $E_{\text{calc}}^i$ ,  $E_{\text{exp}}^i$  — соответственно вычисленное и экспериментальное значения энергии  $i$ -го уровня.

## Результаты

### Параметры

Таблицы 1, 2 содержат значения параметров, их дисперсии и среднеквадратичные отклонения  $\Delta E$ ,  $\Delta E'$ , полученные из предписания наименьших квадратов для конфигураций  $3d^9 4s$  (табл. 1) и  $3d^9 4p$  (табл. 2). Экспериментальные уровни энергии были взяты из [3]. Заметим, что в статье [3] допущена опечатка в той части Table II, где приведены значения уровней энергии конфигурации  $3d^9 4p$  для Cd XXI. Эти же значения (без опечатки) повторно опубликованы в работе [10].

Из табл. 1, 2 следует, что интегралы Слэтера и спин-орбитальные константы определены очень хорошо — с точностью до 3–5 значащих цифр. Что касается эффективных параметров ( $F_1$ ,  $G_2$ ,  $T_{111}$ ), то они определены, скажем так, вполне приемлемо. При этом отметим, что в [3] для трех уровней энергии конфигурации  $3d^9 4p$  (из 12 возможных) отсутствуют экспериментальные значения в случае Sn XXIII, а экспериментальные значения этих же уровней для In XXII отмечены вопросительным знаком (авторы сомневаются в их надежности). Поэтому при реализации предписания наименьших квадратов для конфигураций  $3d^9 4p$  In XXII, Sn XXIII упомянутые уровни были исключены из вычислительной процедуры. По этой причине не все эффективные параметры (из трех рассмотренных) оказались существенными для In XXII и Sn XXIII.

В целом, привлекая результаты, полученные в [8] для предыдущих членов изоэлектронной последовательности, можно заключить, что параметры монотонно изменяются с ростом  $Z$  (исключая скачок эффективного параметра  $T_{111}$  для In XXII). Это обстоятельство наряду с небольшими значениями среднеквадратичных отклонений  $\Delta E$ ,  $\Delta E'$  свидетельствует об адекватности реализованной процедуры наименьших квадратов.

### Вероятности переходов

Волновые функции промежуточной связи, полученные в предыдущем разделе, были использованы для расчета

**Таблица 5.** Времена жизни (в ps) уровней  $3d^9 4p$  в спектрах Cd XXI, In XXII, Sn XXIII

Уровень	Cd XXI	In XXII	Sn XXIII
01( $^3P_0$ )	40.4	36.2	32.4
11( $^3P_1$ )	15.8	12.1	8.74
12( $^1P_1$ )	1.09	0.962	0.862
13( $^3D_1$ )	5.26	4.77	4.27
21( $^3P_2$ )	70.0	65.2	60.9
22( $^3F_2$ )	66.2	61.8	57.9
23( $^1D_2$ )	36.6	32.7	29.2
24( $^3D_2$ )	33.2	29.7	26.5
31( $^3F_3 + ^1F_3$ )	67.6	63.0	58.9
32( $^3D_3$ )	32.7	29.3	26.2
33( $^3F_3 + ^1F_3$ )	36.4	32.5	29.0
41( $^3F_4$ )	36.8	32.8	29.3

*Примечание.* В скобках указана  $SL$ -компонента волновой функции с максимальным весом.

вероятностей электродипольных радиационных переходов  $3d^9 4p \rightarrow 3d^{10}$ ,  $3d^9 4s$ . Для перехода к абсолютной шкале вероятностей были использованы радиальные интегралы переходов, рассчитанные в форме длины с функциями Хартри-Фока по программе [11]. В табл. 3, 4 приведены длины волн и вероятности указанных переходов. Уровни в этих таблицах обозначаются двумя цифрами. Первая цифра дает значение полного момента  $J$  для данного уровня, вторая — порядковый номер данного уровня среди совокупности уровней с указанным значением  $J$ , упорядоченных по возрастанию энергии. В табл. 5 даны времена жизни уровней  $3d^9 4p$ , полученные суммированием вероятностей переходов  $k \rightarrow i$  из табл. 3, 4:

$$\tau_k = 1 / \sum_i A_{ki}.$$

Для сравнения в табл. 3, 4 приведены те данные работ [5, 6], которые можно непосредственно сопоставить нашим результатам. Данные [5, 6] получены на основе „relativistic many-body perturbation theory (RMBPT)“. Легко видеть, что они вполне приемлемо согласуются с данными настоящей работы. При этом значения вероятностей переходов  $3d^9 4p \rightarrow 3d^{10}$  из [6] (табл. 4) систематически превосходят наши, а значения вероятностей переходов  $3d^9 4p \rightarrow 3d^9 4s$  из [5] (табл. 3), напротив, систематически меньше таковых. Это означает, что расхождение с результатами [5, 6] можно описать масштабными множителями и отнести их, например, на счет различия в радиальных интегралах переходов. А в целом можно заключить, что *ab initio* метод RMBPT [5, 6] и полуэмпирическая вычислительная процедура из настоящей работы привели в данном случае к очень похожим результатам. Сопоставление с экспериментальными радиационными константами невозможно ввиду их отсутствия в литературе.

## Список литературы

- [1] *Kramida A., Ralchenko Yu., Reader J., and NIST ASD Team.* NIST Atomic Spectra Database (ver. 5.3). Электронный ресурс. Режим доступа: <http://physics.nist.gov/asd>
- [2] *Chen B.K. et al.* // *Appl. Phys. B.* V. 106. N 4. P. 817.
- [3] *Churilov S.S., Ryabtsev A.N.* // *Phys. Scr.* 1988. V. 38. P. 326.
- [4] *Иванова Е.П.* // *Опт. и спектр.* 2015. Т. 118. № 4. С. 535.
- [5] *Safronova U.I., Safronova A.S., Beiersdorfer P.* // *J. Phys. B.* 2007. V. 40. P. 955.
- [6] *Safronova U.I., Safronova A.S., Hamasha S.M., Beiersdorfer P.* // *At. Dat. Nucl. Dat. Tabl.* 2006. V. 92. P. 47.
- [7] *Safronova U.I., Safronova A.S., Beiersdorfer P.* // *Phys. Rev. A.* 2008. V. 77. P. 032506.
- [8] *Логинов А.В.* // *Опт. и спектр.* 2015. Т. 118. № 3. С. 355.
- [9] *Wybourne B.G.* *Spectroscopic Properties of the Rare Earths.* N.Y.: Wiley, 1965.
- [10] *Rahman A., Hammarsten E.C., Sakadzic S., Rocca J.J., Wyart J.-F.* // *Phys. Scr.* 2003. V. 67. P. 414.
- [11] *Cowan R.D.* *The Theory of Atomic Structure and Spectra.* Berkeley: Univ. Calif. Press, 1981. Cowan computer codes.