

05
Твердотельный изгибно-вибрационный датчик низкочастотного магнитного поля на основе пьезоэлектрического эффекта

© А.Е. Панич,² Г.С. Радченко,¹ А.В. Скрялев,² А.А. Панич,² А.Ю. Малыхин²

¹ Южный федеральный университет,
344022 Ростов-на-Дону, Россия

² Южный федеральный университет, Институт высоких технологий и пьезотехники,
344090 Ростов-на-Дону, Россия
e-mail: grig1980@mail.ru

(Поступило в Редакцию 9 мая 2018 г.)

Произведен теоретический расчет оптимальных геометрических и электрофизических параметров и экспериментальное исследование эффективного отклика твердотельного гибридного датчика „магнит–карбон–пьезоэлектрик“. Воздействием являлось внешнее магнитное поле низких частот изгибных резонансов от 1 до 230 Нз. На основе теоретических расчетов создан экспериментальный прототип прибора. Построена частотная зависимость прямого пьезоэлектрического отклика на приложенное малосигнальное переменное магнитное воздействие.

DOI: 10.21883/JTF.2019.02.47071.180-18

Введение

Магнитное поле как физический объект характерно силовым влиянием на движущиеся отдельные заряженные частицы или электрические токи. Справедлив и обратный эффект — наведение магнитного поля движущимися зарядами или токами. Эти эффекты в твердых телах с магнитной структурой неразрывно связаны с наличием у них собственной индуктивности, пропорционально которой находится магнитный поток. Именно этот параметр является ответственным за величину и направление возникающего на выходе устройства электромагнитного отклика [1–4]. В связи с этим для намагничивания возможны две принципиально противоположные ситуации: намагничивание против поля, которое подчиняется закону Фарадея, и твердотельное намагничивание по полю, которое слабо проявляется в парамагнетиках и намного более сильно в ферромагнетиках. Ясно, что прямая связь между электромагнитным откликом и воздействием может давать нежелательные погрешности в процессе измерения. Например, ферромагнитный образец подвержен возникновению фарадеевских по своей природе токов Фуко, которые препятствуют его намагничиванию. Также помещение в измерительную катушку для усиления индуктивности любого твердотельного материала резко изменяет эффективный отклик прибора в соответствии с конкретной твердотельной магнитной структурой вносимого вещества. Данная структура, как правило, очень сложна и часто бывает неизвестной, что затрудняет согласование электромагнитной выходной цепи с нагрузкой. Поэтому полностью разделить входную и выходную цепь электромагнитного или магнитострикционного преобразователя является невозможным. Равно как является невозможным полное погашение квазистатического магнитного воздействия в произвольной точке пространства в от-

личие от аналогичного воздействия электростатической природы. В связи с этим перспективным направлением проектирования датчиков магнитных воздействий является использование кросс-эффектов пьезоэлектричества и магнитострикции, а также этих эффектов в отдельности [1–16]. В этом случае входная и выходная цепи связаны лишь механически, а именно через обратимый упругий отклик [10–16]. Известно, что скорость распространения упругих взаимодействий намного меньше, чем электромагнитных. Поэтому намного меньше становятся и нежелательные фазовые сдвиги, и искажения, и форма выходного сигнала остается практически той же, что имеется на входе. Иными перспективными путями для детектирования подобного воздействия и электромагнитного разделения входной и выходной цепи являются твердотельные электронные приборы Холла [17], сверхпроводящие датчики [18], и, в общем случае, использование электронной структуры. В этом случае главным фактором, ответственным за вышеописанное разделение, является быстрота передачи сигнала из входной цепи в выходную развязку, что эффективно нивелирует медленные, инерционные и механические помехи. В общем случае температурно-зависимые полупроводниковые и даже проводниковые приборы на основе эффекта Холла [17] являются очень чувствительными и эффективными устройствами, но они для своей безотказной работы требуют существования стабильного электронного потока (или тока). Это условие может нарушаться в случае сильной радиации, температурных и электрических воздействий и других неблагоприятных внешних условий. Поэтому для случая необходимости не слишком быстрой передачи взаимодействий упругая связь может выступить в более перспективной роли. В каждом конкретном случае все зависит от надлежащего типа инженерной проблемы, что диктует необходимость как быстрой, так и медленной

развязки входного и выходного сигналов. В настоящей работе предлагается низкочастотный прибор, в котором механические воздействия играют определяющую роль в детектировании слабых электромагнитных полей и их последующем усилении. Особый акцент здесь делается на конструктивных и расчетных особенностях магнитоэлектрического отклика прибора. Также в настоящей работе производятся вычисления и экспериментальное определение важных для практики технологических параметров.

Теоретическое исследование

Рассматривается сенсор, впервые описанный в работах [5,11–16] (рис. 1 из [5,15,16]) в стандартных координатах $Oxyz$. Под действием приложенного магнитного поля в магните прибора возникает механический момент. Это приводит к изгибным колебаниям структуры. Край прибора, который зажат и свободен от магнита, совместим с началом координат, ось x направим по длине, ось y — по ширине, а ось z по толщине структуры. Начало координат выберем на левом, жестко зажатом краю металлической или карбоновой пластины. Дифференциальным уравнением изгибных колебаний для гармонически меняющейся во времени деформации будет (1) [6–10,14,16]:

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + \frac{\rho^* S^*}{Y^* J_y^*} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0. \quad (1)$$

Здесь z — величина изгибной деформации, t — время, ρ^* , S^* , Y^* и J_y^* — эффективные плотность, площадь, модуль Юнга и осевой момент инерции поперечного сечения структуры. Исходя из геометрии поперечного сечения в [6], эффективный осевой момент инерции сенсора будет равен $J_y^* = 2 \frac{h_p^3 w_p}{3} + \frac{h_m^2 w_p h_p}{2} + \frac{h_m^3 w_m}{12}$. Здесь h и w есть толщины и ширины металлической (карбоновой) пластины (нижний индекс m) и пьезоэлектрических слоев (нижний индекс p) соответственно. Эффективный модуль Юнга вычисляется методом усреднения как композитный материал связности 2–2 по известным моделям, например, [1,4].

Решением уравнения (1) является функция (2) продольной координаты x и времени t :

$$z(x, t) = (A \sin(kk \cdot x) + B \cos(kk \cdot x) + C \operatorname{sh}(kk \cdot x) + D \operatorname{ch}(kk \cdot x)) \sin(\omega x). \quad (2)$$

Величина kk является фазовым множителем пространственной деформации и равна $(\frac{\rho^* S^*}{Y^* J_y^*}) \omega^{0.5}$. Также в (2) A , B , C и D есть константы, которые подлежат определению из граничных условий, и находятся нами далее. Также $\omega = 2\pi f$ есть круговая частота, f есть стандартная частота детектируемого внешнего магнитного поля в единицах Hz.

Исходя из геометрии [5], граничными условиями для (2) являются следующие соотношения, находящие отражение в формулах (3)–(11) ниже:

1) при $x = 0$: $z_{x=0} = 0$; $\frac{dz}{dx_{x=0}} = 0$ (условие отсутствия деформации и углового отклонения свободного от магнита края прибора, $z(x, t)$ есть поперечный прогиб в зависимости от времени и координаты);

2) при $x = l_m$ (l_m есть длина карбоновой базы основания): $\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{JVH}{Y^* J_y^*}$ (связь кривизны структуры с механическим моментом согласно теории сопротивления материалов); $\frac{d^3 z}{dx^3} = 0$ (условие отсутствия поперечных динамических силовых воздействий [5,7–10]).

Здесь J — намагниченность магнита, V — геометрический объем магнита в m^3 , H есть амплитуда величины приложенного магнитного поля в единицах A/m. Из граничных условий получается решение для функции $z(x, t)$. Для зажатой с левого края пластины дисперсионное уравнение будет выглядеть так (3) по [14].

$$\operatorname{ch}(kk \cdot l_m) \cos(kk \cdot l_m) = -1. \quad (3)$$

Наименьший корень данного уравнения $kk \cdot l_m = 1.875$, найденный из графического решения трансцендентного уравнения, соответствует частоте первого резонанса, которая берется из эксперимента. Из этого соотношения определяется эффективная величина $\frac{\rho^* S^*}{Y^* J_y^*}$ для всей структуры по соотношению (9) ниже.

Уравнения пьезоэффекта могут быть записаны следующим образом:

$$S_1(x) = T_1(x)/Y^* + d_{31} E_3(x),$$

$$D_3(x) = d_{31} T_1(x) + \epsilon_{33} E_3(x). \quad (4)$$

Здесь $S_1(x, Z, t) = -\frac{d^2 z(x, t)}{dx^2} Z$ есть кривизна сенсора, функции $T_1(x)$ и $E_3(x)$ являются генерируемым механическим напряжением и поперечным электрическим полем, d_{31} и ϵ_{33} есть пьезомодуль и диэлектрическая проницаемость пьезоэлектрика, Z есть величина поперечной координаты (не путать с прогибом $z(x, t)$). Граничным условием электростатики [5,14–16] является равенство нулю электрической индукции на границе раздела между пьезоэлектриком и воздухом $D_3|_{Z=h_p} = 0$ [5] и во всем объеме. Подставляя в (4) $z(x, t)$ и усредняя по координате x , получаем базовое соотношение (5) для эффективного генерируемого напряжения. Значение производной $\frac{dz}{dx}(l_p)$ на краю пьезоэлектрика является угловым отклонением его правой крайней точки и в работе [16], где также строится описание данного датчика, оно задавалось экспериментально. Ясно, что это гораздо более трудоемко, так как требует наличие и применение чувствительного микрометра, в отличие от развиваемого в настоящей работе метода вычислений, основанного на экспериментальном определении частоты основного тона для определения оптимальных размеров прибора. Этот факт также делает невозможным непосредственное сравнение теории [16] с результатами по формулам (7), (9) ниже, однако если из эксперимента известно

угловое отклонение края пьезоэлектрика, то для сравнения с [16] применимо соотношение (5), которое также приводится в [14]:

$$U = -\frac{2d_{31}Y^*(h_p)^2}{l_p\epsilon_{33}(1-(k_{31})^2)} \int_0^{l_p} \frac{d^2z}{dx^2} dx. \quad (5)$$

В случае равных длин металла (карбона) и пьезоэлектрика параметр l_p меняется на общую длину l во всех соотношениях ниже, и для теоретических расчетов используется соотношение (11) настоящей работы. Здесь $k_{31} = (d_{31})^2 \frac{Y^*}{\epsilon_{33}}$ есть квадрат электромеханической связи выходной твердотельной цепи „пьезоэлектрик–карбон“. В процессе теоретического прогнозирования и экспериментального изготовления композита „пьезоэлектрик–карбон“ необходимо контролировать данный параметр с целью его наибольшего увеличения. Следовательно, в качестве пластины-основания подходят составляющие с максимально возможными модулями Юнга. Однако дальнейшее увеличение данного параметра приводит к усилению роли влияния высших мод и повышению резонансной частоты основной (первой) моды, что не всегда подходит для конкретной технической реализации прибора и цели измерения. Увеличение же объемной плотности, равно как и площади поперечного сечения структуры напротив приводит к уменьшению характерных резонансных частот на итоговой АЧХ. Рост осевого момента инерции приводит к росту резонансных частот и уменьшению амплитуды колебаний.

Аналитические формулы для найденных констант и итогового напряжения получены в настоящей работе впервые и могут быть записаны в следующем виде (6), (7), (11):

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2kk^2J_y^*Y^*} \frac{\text{sh}(kk \cdot l_m) - \sin(kk \cdot l_m)}{1 + \cos(kk \cdot l_m) \text{ch}(kk \cdot l_m)} J VH, \\ B &= \frac{1}{2kk^2J_y^*Y^*} \frac{\text{ch}(kk \cdot l_m) + \cos(kk \cdot l_m)}{1 + \cos(kk \cdot l_m) \text{ch}(kk \cdot l_m)} J VH, \\ C &= \frac{1}{2kk^2J_y^*Y^*} \frac{\text{sh}(kk \cdot l_m) - \sin(kk \cdot l_m)}{1 + \cos(kk \cdot l_m) \text{ch}(kk \cdot l_m)} J VH, \\ D &= \frac{1}{2kk^2J_y^*Y^*} \frac{\text{ch}(kk \cdot l_m) + \cos(kk \cdot l_m)}{1 + \cos(kk \cdot l_m) \text{ch}(kk \cdot l_m)} J VH. \quad (6) \end{aligned}$$

В полном соответствии с найденным ранее дисперсионным соотношением константы имеют экстремум при выполнении условия (3) и обладают в знаменателе квадратом фазового множителя. Итоговая формула для генерируемого напряжения может быть записана в

виде (7), с полным учетом соотношений (5), (6):

$$\begin{aligned} U &= \frac{d_{31}(h_p)^2 J VH}{kk \cdot J_y^* l_p \epsilon_{33} (1 - (k_{31})^2)} \\ &\times \left(\frac{\sin(kk(l_p - l_m)) + \text{ch}(kk \cdot l_p) (\sin(kk \cdot l_m) - \text{sh}(kk \cdot l_m)) + \cos(kk \cdot l_p) \text{sh}(kk \cdot l_m)}{1 + \cos(kk \cdot l_m) \text{ch}(kk \cdot l_m)} \right. \\ &\left. + \frac{\cos(kk \cdot l_m) \text{sh}(kk \cdot l_p) + \text{ch}(kk \cdot l_m) (\sin(kk \cdot l_p) + \text{sh}(kk \cdot l_p))}{1 + \cos(kk \cdot l_m) \text{ch}(kk \cdot l_m)} \right). \quad (7) \end{aligned}$$

Коэффициент магнитоэлектрического преобразования определяется следующим образом (8):

$$a_E = \frac{1}{(2h_p + h_m)} \frac{U}{H}. \quad (8)$$

Все результаты компьютерного моделирования производились в [14] согласно соотношению (7), а в настоящей работе для определения оптимальных размеров прибора согласно (11). Основным результатом являлось определение оптимальных толщин металла и пьезоэлектрика для получения наибольшего генерируемого напряжения, что ранее [14–16] сделано в литературе достаточно подробно. Однако до настоящего исследования не были применены карбоновые основания, что было сделано здесь впервые. Особенно важным является факт, что все зависимости U от толщины как пьезоэлектрика, так и металла (карбона) должны быть немонотонными, с максимумом при определенной величине изменяемого геометрического параметра [14–16].

Эквивалентная жесткость структуры bb определится так $bb = \frac{\rho^* S^*}{Y^* J_y^*}$. Тогда для ее численного определения получаем соотношение (9):

$$bb = \frac{15}{8l_m} \frac{1}{\sqrt{f_1}}. \quad (9)$$

Здесь f_1 — это частота первого резонанса, определяемая экспериментально из анализа вибраций конкретной структуры. Далее получаем базовое соотношение (10) для волнового вектора структуры при неоднородной пространственной деформации, который входит во все соотношения выше:

$$kk = bb \cdot \sqrt{f}. \quad (10)$$

Особую важность представляет случай, когда длина керамического компонента равна длине карбоновой пластины. Для этого случая перейдем в формуле (7) к предельному случаю $l_m = l_p = l$. В этом важном для практики случае для итогового расчета эффективного ге-

нерируемого напряжения получается соотношение (11):

$$U = \frac{2d_{31}(h_p)^2}{kk \cdot J_3^* l \varepsilon_{33} (1 - (k_{31})^2)} \times \left(\frac{\operatorname{ch}(kk \cdot l) \sin(kk \cdot l) + \cos(kk \cdot l) \operatorname{sh}(kk \cdot l)}{(1 + \cos(kk \cdot l) \operatorname{ch}(kk \cdot l))} \right) J V H. \quad (11)$$

Важно отметить, что для случая равных длин дисперсионное соотношение сохраняет свою форму, число возможных численных решений и их величину.

Основным отличием настоящей теории от [16] является предположение о том, что вся электрическая индукция в образце равна нулю, в [16] же она обладает пространственными вариациями и в граничном условии нивелируется лишь ее интегральная величина, что не является оправданным для тонких слоев пьезокерамики.

Экспериментальное исследование

Экспериментальное исследование осуществлялось с помощью составной гибридной структуры „магнит–карбон–пьезоэлектрик“ (рис. 1) в магнитном поле амплитудой 0.05 Ое. Карбоновая пластинка изготавливалась методом укладки слоев карбона в эпоксидной смоле для получения итоговым объектом наибольшего модуля Юнга. На карбоновую пластинку были нанесены методом склеивания два поляризованных вонне керамических слоя из керамики ПКП-12. Левый конец итоговой конструкции симметричного биморфа был жестко зажат. На правом конце структуры располагался неодимовый магнит (рис. 1) с остаточной намагниченностью, равной 1.4Т. Для измерений использовался модуль измерения температурных и частотных характеристик, изготовленный в МГУ МИРЭА (г. Москва). Магнитное поле разной частоты создавалось встроенными в установку катушками Гельмгольца.

Геометрические размеры составных частей были следующими:

1. Карбоновая пластина–основание — $26 \times 1.8 \times 0.2 \text{ mm}^3$.

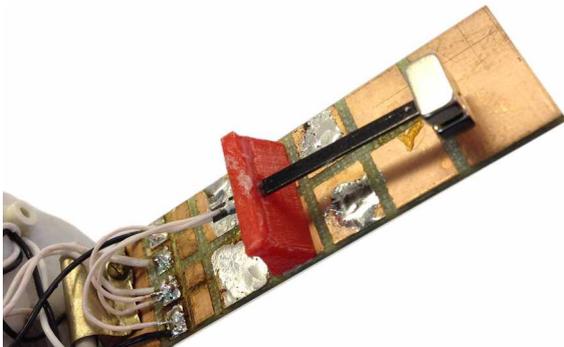


Рис. 1. Фотография (внешний вид) симметричного датчика магнитного поля „магнит–карбон–пьезоэлектрик“.

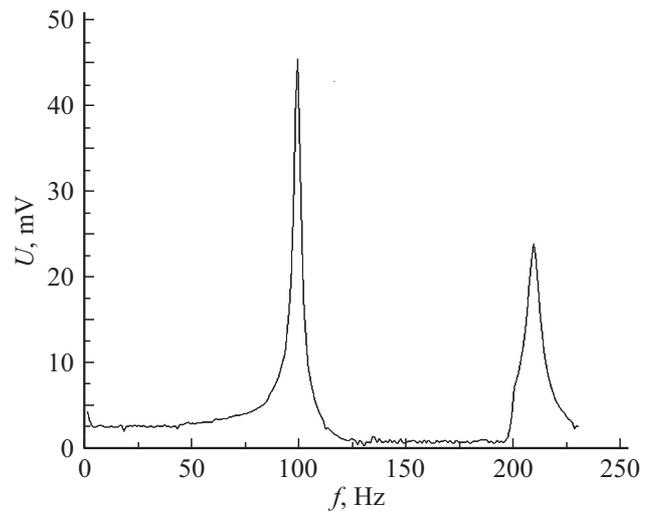


Рис. 2. Экспериментально определенная частотная зависимость амплитуды генерируемого напряжения от переменного магнитного поля величиной 0.05 Ое симметричного биморфа „магнит–карбон–пьезоэлектрик“.

2. Пьезокерамика ПКП-12 — $26 \times 1.8 \times 0.2 \text{ mm}^3$.

3. Неодимовый магнит — $4 \times 7 \times 3 \text{ mm}^3$.

Все геометрические параметры были подобраны в результате прогнозирования оптимального отклика по генерируемому напряжению в условиях разомкнутой цепи по формуле (11), зная плотности и модули Юнга составных частей биморфа. Для расчета использовались следующие значения: для пьезокерамики ПКП-12, производимой в НТКБ „Пьезоприбор“ ЮФУ — относительная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_{33}^T/\varepsilon_0 = 4600$, пьезомодуль $d_{31} = 310 \text{ pC/N}$, модуль Юнга $c_{11}^E = 127 \text{ GPa}$, плотность $\rho = 7500 \text{ kg/m}^3$, карбонового основания — $c = 230 \text{ GPa}$, $\rho = 1500 \text{ kg/m}^3$. Результаты эксперимента на серии образцов показали хорошее соответствие с амплитудным значением выражения (10).

Магнитное поле с частотой от 1 до 230 Hz вызывало изгибные колебания карбона и пьезоэлектрика, и в результате прямого пьезоэффекта на серебряных электродах генерировалось электрическое напряжение. Его последующее усиление и обработка не производились. Все измерения осуществлялись при комнатной температуре с шагом по частоте, равным 1 Hz, вручную и записывались в таблицу Excel, по которой затем был построен рис. 2. Все измерения проводились без приложения постоянного подмагничивающего поля, что является важным при практических применениях данной составной конструкции. При измерениях прибор был в вертикальном положении.

На рис. 2 ниже изображена частотная зависимость генерируемого напряжения от частоты приложенного магнитного поля. Хорошо видно, что в низкочастотной области отклик стабилен по частоте и достаточен для усиления и обработки. Два явно выраженных резонанса наблюдаются на частотах 100 и 210 Hz. В частотной

области между резонансами отклик достаточно слабый. На кривой имеются незначительные флуктуации, которые, видимо, связаны с вихревыми токами снаружи измерительной камеры и магнитным полем Земли. В резонансной области наблюдается хорошая чувствительность датчика к внешнему магнитному воздействию, достаточная для широкого практического применения после усиления и обработки генерируемого сигнала. В ходе проведенного эксперимента получен магнито-электрический отклик свыше 1 V/Oe в резонансном режиме измерения. Совокупность теоретических данных указывает на изгибную природу обоих полученных резонансных пиков выходного сигнала.

Для конкретного применения формул (7), (11) для построения расчетной частотной зависимости генерируемого напряжения аналогично [14] необходимо знать частоту первого резонанса твердотельной структуры [5] и коэффициент изгибного затухания. Оба эти параметра могут быть найдены лишь эмпирически, их точное определение наталкивается на трудности, поэтому такие и подобные им зависимости в настоящей работе не строились. Корректное решение данной проблемы будет предметом дальнейших исследований, имеющих в своей основе теорию настоящей работы.

Заключение

В работе теоретически и экспериментально исследован симметричный изгибно-вибрационный биморф на основе карбона, дополненный магнитом для измерения и детектирования низкочастотного магнитного поля. Также данный датчик обладает чувствительностью к любым электромагнитным воздействиям, содержащим значительную по амплитуде магнитную составляющую.

Как видно из основных расчетных формул, эффективный отклик по напряжению прямо пропорционален детектируемому магнитному полю. Причем в базовые уравнения не входят пространственные вариации магнитного поля и его временные зависимости. Это говорит о том, что данный прибор должен работать на очень низких частотах с несколько большей эффективностью, чем приборы на основе эффекта Фарадея или сверхпроводников [18]. В самом деле, из дифференциального уравнения Максвелла для гармонического воздействия следует очевидное соотношение $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\omega \mathbf{B}$, т.е. эффективный электрический отклик пропорционален частоте внешнего воздействия, имеет фарадеевский механизм возникновения и меняется с координатой, имея поворот по фазе. Этих недостатков практически лишен настоящий прибор, потому что возникающее напряжение априори является вполне измеряемой интегральной величиной, синфазной с внешним воздействием, а также отсутствует пропорциональная зависимость от частоты.

Негативным влиянием в случае возможного применения датчика в реальных условиях могут быть вибрации,

внешние толчки и очень сильные внешние нагрузки. Эти влияния в отличие, например, от сильной радиации, могут быть устранены методами визуального контроля и применением низкочастотных резонансных фильтров, а также механических демпферов. Также к преимуществам такого прибора можно отнести линейность его полевых характеристик в ответ на внешнее воздействие, в отличие от датчиков Холла [17] и сверхпроводящих датчиков в сильных полях [18] при неблагоприятных воздействиях. Поэтому развитие подобных пьезомагнитных сенсоров на основе упругих кросс-эффектов является перспективным направлением развития технологии измерения внешних квазистатических магнитных полей.

Исследования проведены при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках реализации комплексного проекта „Разработка и создание высокотехнологичного производства мобильного гидроакустического комплекса освещения обстановки в различных акваториях Мирового океана на основе современных пьезоэлектрических средств нового поколения“ (Договор № 03.G25.31.0276 от 29.05.2017).

Работа выполнена с использованием оборудования ЦКП „Высокие технологии“ ЮФУ.

Список литературы

- [1] Nan C.-W., Bichurin M.I., Dong S., Viehland D., Srinivasan G. // J. Appl. Phys. 2008. Vol. 103. P. 031101 (1–35).
- [2] Филиппов Д.А., Галкина Т.А., Лалетин В.М., Srinivasan G. // Письма ЖТФ. 2012. Т. 38. Вып. 2. С. 82–86.
- [3] Филиппов Д.А. // ФТТ. 2012. Т. 54. Вып. 6. С. 1112–1115.
- [4] Petrov V.M., Srinivasan G., Bichurin M.I., Galkina T.A. // J. Appl. Phys. 2009. Vol. 105. P. 063911 (1–6).
- [5] Liu G., Li X., Chen J., Shi H., Xiao W., Dong S. // Appl. Phys. Lett. 2012. Vol. 101. P. 142904 (1–4).
- [6] Patil D.R., Chai Y., Kambale R.S., Jeon B.-G., Yoo K., Ryu J., Yoon W.-H., Park D.-S., Jeong D.-Y., Lee S.-G., Lee J., Nam J.-H., Cho J.-H., Kim B.-I., Kim K.H. // Appl. Phys. Lett. 2013. Vol. 102. P. 062909 (1–4).
- [7] Ballas R.G. Piezoelectric Multilayer beam bending actuators. Berlin–Heidelberg: Springer–Verlag, 2007. 353 p.
- [8] Феодосьев В.И. Сопrotивление материалов. М.: Наука, 1967. 552 с.
- [9] Wu N., Wang Q., Quek S.T. // J. Sound and Vibration. 2010. Vol. 329. P. 1126–1136.
- [10] Radchenko G.S. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2008. Vol. 41. P. 055421 (1–4).
- [11] Smits Jan G., Dalke S.I., Cooney T.K. // Sensors and Actuators. A. 1991. Vol. 28. P. 41–61.
- [12] Wang Q.-M., Du X.-h., Xu B., Cross L.E. // J. Appl. Phys. 1999. Vol. 85. P. 1702–1712.
- [13] Wang Q.-M., Cross L.E. // Ferroelectrics. 1998. Vol. 215. P. 187–213.

- [14] Радченко Г.С., Радченко М.Г. // Письма ЖТФ. 2014. Т. 40. Вып. 12. С. 19–23.
- [15] Радченко Г.С., Радченко М.Г. // ЖТФ. 2014. Т. 84. Вып. 10. С. 39–43.
- [16] Liu G., Dong S. // J. Appl. Phys. 2014. Vol. 115. P. 084112 (1–8).
- [17] Веселов А.Г., Рябушкин С.Л., Шуллер И.Я. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 11. С. 204–206.
- [18] Черных С.В. // ЖТФ. 2013. Т. 83. Вып. 2. С. 129–135.