

03

Двумерные автоволновые газодинамические структуры в изоэнтропически неустойчивом тепловыделяющем газе

© Д.С. Рящиков^{1,2}, Н.Е. Молевич^{1,2}, Д.И. Завершинский^{1,2}¹ Самарский национальный исследовательский университет, Самара, Россия² Самарский филиал Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, Самара, Россия

E-mail: ryashchikovd@gmail.com

Поступило в Редакцию 7 августа 2018 г.

В двумерной геометрии исследована эволюция газодинамических возмущений в тепловыделяющей среде в условиях изоэнтропической неустойчивости. Показан распад начального возмущения типа „ступенька“, обладающего поперечной модуляцией (рябью) фронта, на последовательность плоских автоволновых фронтов, предсказываемых обобщенным нелинейным акустическим уравнением. В результате эволюции локализованного возмущения происходит распад на последовательность концентрических автоволн. Фронт двумерных автоволновых структур является устойчивым к поперечной модуляции. Позади фронтов образуется квазирегулярная ячеистая структура.

DOI: 10.21883/PJTF.2018.24.47036.17494

Известно, что процессы нагрева и охлаждения могут оказывать существенное влияние на динамику среды в целом и на эволюцию волн, распространяющихся в этой среде. В частности, процессы нагрева в ходе различных экзотермических реакций и радиационного охлаждения играют важную роль в таких астрофизических средах, как межзвездный газ, планетарные туманности, атмосферы звезд, солнечная корона и т. д. Для оптически тонких сред, когда описание влияния радиационных потерь не требует учета уравнений переноса излучения, процессы нагрева и охлаждения могут быть описаны с помощью обобщенной функции тепловых потерь $\mathcal{J}(\rho, T) = L(\rho, T) - Q(\rho, T)$, где $L(\rho, T)$ — мощность охлаждения, $Q(\rho, T)$ — мощность нагрева [1]. Данная функция опреде-

ляется локальной плотностью ρ и температурой среды T . В стационарном режиме $\mathcal{J}(\rho_0, T_0) = 0$. В основополагающей работе [1] было показано, что в подобных средах возможна раскачка возмущений акустического типа в условиях так называемой изоэнтропической тепловой неустойчивости, возникающей при $(\partial \mathcal{J} / \partial T)_\rho + \rho_0 (\partial \mathcal{J} / \partial \rho)_T / T_0 (\gamma_\infty - 1) < 0$, где γ_∞ — показатель адиабаты. Следует отметить, что это условие совпадает с условием существования отрицательного коэффициента второй вязкости [2,3]. Как показано в работах [3–6], условие изоэнтропической тепловой неустойчивости выполняется в ряде областей межзвездной среды. Кроме того, изоэнтропически неустойчивые области существуют в солнечной короне [3,7–9] и могут быть одной из причин фиксируемых аппаратами (SOHO, Hinode, STEREO, TRACE и др.) долгоживущих незатухающих цугов магнитоакустических волн [10,11].

Рассматриваемые среды часто описываются с помощью системы уравнений газодинамики с учетом обобщенной функции тепловых потерь

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{v} &= 0, & \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= -\nabla P, \\ C_{V\infty} \frac{dT}{dt} - \frac{k_B T}{m \rho} \frac{d\rho}{dt} &= -\mathcal{J}(\rho, T), & P &= \frac{k_B T \rho}{m}. \end{aligned} \quad (1)$$

В (1) $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{v} \nabla$, \mathbf{v} — вектор скорости, ρ , T , P — соответственно плотность, температура и давление в газе, k_B — постоянная Больцмана, m — средняя масса частиц, $C_{V\infty}$ — высокочастотная удельная теплоемкость при постоянном объеме.

Линейный анализ (1) показывает, что влияние обобщенной функции тепловых потерь заключается в следующем [3]. Во-первых, возникает дисперсия фазовой скорости акустических волн (зависимость фазовой скорости от частоты возмущения). Во-вторых, источник тепловыделения приводит либо к дополнительной диссипации (в случае изоэнтропической устойчивости среды), либо к усилению (в условиях изоэнтропической неустойчивости среды) акустических волн. В-третьих, инкремент/декремент, характеризующий усиление/диссипацию, тоже зависит от частоты возмущения.

Отметим, что в неустойчивой среде линейное приближение способно описать лишь начальную стадию эволюции акустических возмущений. На нелинейной стадии исследование динамики волн может быть проведено с помощью численного решения полной системы уравнений (1). Одномерное численное моделирование, проведенное в [3], показало, что нелинейная стадия усиления слабых локализо-

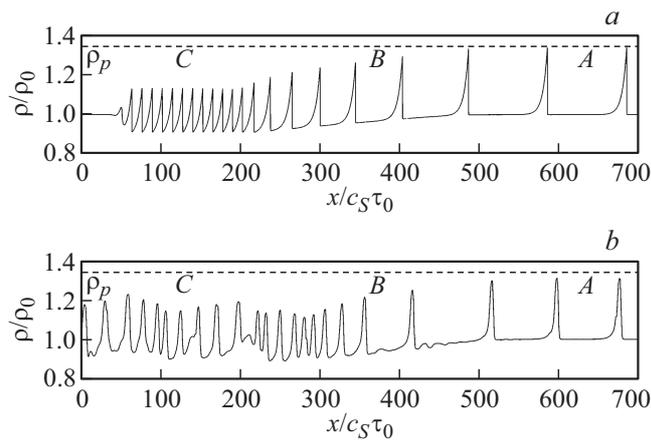


Рис. 1. Численное моделирование эволюции локализованного возмущения, полученное при решении ОНАУ (2) (а) и полной системы уравнений (1) (б). Области А, В, С описаны в тексте. ρ_p — амплитуда импульсных автоволн, рассчитанная аналитически при помощи ОНАУ (2).

ванных возмущений и слабых ударных волн в среде с изоэнтропической неустойчивостью приводит к образованию последовательности импульсных автоволн одной амплитуды. Амплитуда и форма автоволны полностью определяются свойствами неустойчивой тепловыделяющей среды. Кроме того, образуются переходная область и периодическая автоволна (данные области продемонстрированы далее на основе численного моделирования на рис. 1). Как показано в [3], наблюдаемые в численном моделировании одномерные структуры и их свойства могут быть в приближении слабых ударных волн и слабой дисперсии найдены аналитически с помощью следующего обобщенного нелинейного акустического уравнения (ОНАУ), описывающего эволюцию газодинамических возмущений малой амплитуды в тепловыделяющей среде:

$$C_{V\infty} \left(\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{\tau}} + 0.5 \Psi_{\infty} \frac{\partial \tilde{\rho}^2}{\partial \tilde{\xi}} \right)_{\tilde{\xi}} - C_{V0} \left(\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{\tau}} + 0.5 \beta \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{\xi}} + 0.5 \Psi_0 \frac{\partial \tilde{\rho}^2}{\partial \tilde{\xi}} \right) = 0, \quad (2)$$

где введены безразмерные величины $\tilde{\xi} = (x - c_{\infty}t)/(c_{\infty}\tau_0)$, $\tilde{\tau} = \varepsilon t/\tau_0$, $\tilde{\rho} = (\rho - \rho_0)/\rho_0$, ε — величина первого порядка малости,

$\beta = (\gamma_0 - \gamma_\infty)/\gamma_\infty$ — коэффициент дисперсии, $\tau_0 = k_B T_0/mQ_0(\rho_0, T_0)$ — характерное время нагрева, $c_\infty^2 = k_B T_0 \gamma_\infty/m$ — высокочастотная скорость звука, $\gamma_\infty = C_{P\infty}/C_{V\infty}$, $\gamma_0 = C_{P0}/C_{V0}$, $C_{P\infty}$ — высокочастотная теплоемкость при постоянном давлении, $C_{V0} = \tau_0(\partial\mathcal{J}/\partial T)_{\rho_0, T_0}$, $C_{P0} = C_{V0} - (\partial\mathcal{J}/\partial\rho)_{\rho_0, T_0} \tau_0 \rho_0/T_0$ — низкочастотные теплоемкости при постоянном объеме и давлении. Высокочастотный и низкочастотный коэффициенты нелинейности определяются соответственно как $\Psi_\infty = (\gamma_\infty + 1)/2$, $\Psi_0 = f(\mathcal{J}(\rho, T))$, где функция f дана в [3]. Решения этого уравнения в виде стационарных бегущих волн позволяют записать форму и параметры импульсной автоволны в аналитическом виде $\rho(\xi)/\rho_0 = \rho_p \exp[(\xi - \xi_0)C_{V0}\Psi_0/2C_{V\infty}\Psi_\infty]$ ($\xi \leq \xi_0$, ξ_0 — координата переднего разрывного фронта), где $\xi = \tilde{\xi} - w_p \tilde{t}$, $w_p = \beta\Psi_\infty/(2\Psi_\infty - \Psi_0)$, $\rho_p = 1 + 2w_p/\Psi_\infty$ — амплитуда импульса.

В настоящей работе впервые показано, что полученные в рамках одномерного рассмотрения импульсные автоволновые газодинамические структуры устойчивы к поперечным возмущениям и при двумерном численном моделировании формируют систему плоских автоволновых фронтов или систему автоволновых концентрических волн. Для демонстрации данного эффекта было проведено двумерное численное моделирование эволюции начального возмущения типа „ступенька“, обладающего поперечной модуляцией (рябью) фронта (рис. 2), и локализованного возмущения (рис. 3). Для наглядности проводилось сравнение результатов двумерного численного моделирования с численным решением ОНАУ (2) и численным моделированием системы уравнений (1) в одномерной геометрии (рис. 1).

Численное решение системы уравнений (1) как в двумерном, так и в одномерном случае было проведено с использованием открытого кода Athena [12]. В связи с тем, что во многих астрофизических средах процессы нагрева и радиационного охлаждения могут быть описаны с помощью простейших степенных функций, функция тепловых потерь для определенности была выбрана в виде

$$\mathcal{J}(\tilde{\rho}, \tilde{T}) = \tilde{\rho}^{a_1} \tilde{T}^{b_1} - \tilde{\rho}^{a_2} \tilde{T}^{b_2},$$

где $\tilde{\rho} = \rho/\rho_0$, $\tilde{T} = T/T_0$, $a_1 = 1$, $b_1 = 0.5$, $a_2 = 1.5$, $b_2 = 0$. Коэффициенты подобраны так, чтобы из трех видов тепловых неустойчивостей (изобарической, изохорической и изоэнтропической [1]) реализова-

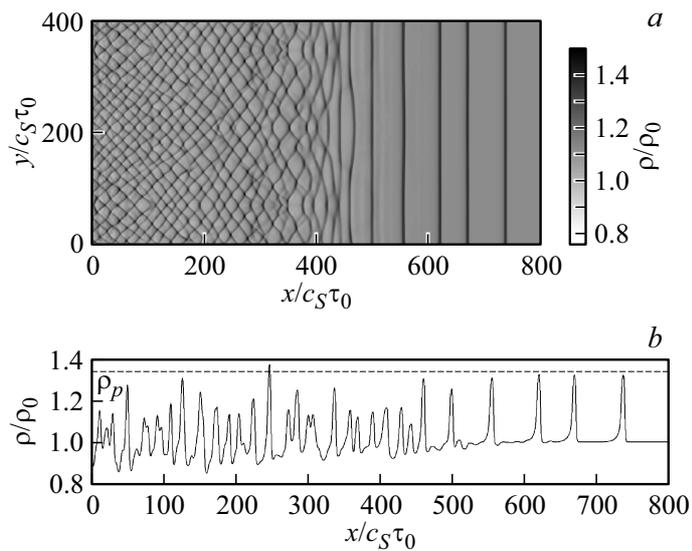


Рис. 2. Численное моделирование эволюции возмущения типа „ступенька“ с модулированным по координате фронтом (4). *a* — фрагмент двумерной области моделирования, *b* — одномерный срез распределения плотности при $y/c_s\tau_0=200$. ρ_p — амплитуда импульсных автоволн, рассчитанная аналитически при помощи ОНАУ (2).

лась только изоэнтропическая. Приведем коэффициенты ОНАУ (2) для рассматриваемого источника: $\Psi_\infty = 4/3$, $C_{V0}/C_{V\infty} = 1/3$, $\beta = 0.2$, $\Psi_0 = 1.5$. Для решения задачи об эволюции локализованного возмущения (рис. 1, 3) было задано начальное условие

$$P = P_0 + (P_1 - P_0) \exp\left\{-\left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2\right]/2\sigma^2\right\}. \quad (3)$$

Здесь P_0, P_1 — стационарные и возмущенные значения давления соответственно, x_0, y_0 — координаты максимума возмущения, σ — характерный масштаб возмущения. В одномерной геометрии координата y не учитывалась.

При решении задачи об эволюции возмущения типа „ступенька“ (рис. 2), обладающего поперечной модуляцией, по оси y были заданы

периодические граничные условия, а начальное условие имело следующий вид:

$$P(x, y) = \begin{cases} P_1, & x \leq x_S, \\ P_0, & x \geq x_S, \end{cases}$$

где $x_S = A \sin(2\pi N(y - y_{\min}) / (y_{\max} - y_{\min}))$. (4)

Здесь A — амплитуда поперечного возмущения, N — количество поперечных возмущений в области моделирования, y_{\min} , y_{\max} — минимальные и максимальные значения координаты y в области моделирования.

Как было установлено ранее [3,13], эволюция начального возмущения малой амплитуды в изэнтропически неустойчивой среде приводит к образованию последовательности импульсных автоволн (область A на рис. 1), за которыми после переходной области (область B на рис. 1) следует периодическая автоволна (область C на рис. 1). На фазовой плоскости ОНАУ, записанного в автомодельной форме, импульсной автоволне (область A) соответствует петля сепаратрисы, а периодической автоволне (область C) — предельный цикл. Данные области показаны (для используемой модели обобщенной функции тепловых потерь) как при помощи численного решения ОНАУ (2) (рис. 1, a), так и при помощи полной системы уравнений (1) (рис. 1, b).

Двумерное численное моделирование эволюции начального возмущения типа „ступенька“ малой амплитуды демонстрирует устойчивость последовательности импульсных ударных волн к поперечным возмущениям. Так, „ступенька“, фронт которой модулирован по координате синусоидальной функцией (4), эволюционирует в серию импульсных ударных волн, фронт которых является плоским (рис. 2, a), а их одномерный срез совпадает с автоволновыми импульсами, полученными при решении ОНАУ (рис. 1, область A). Позади формируется квазирегулярная ромбовидная ячеистая структура, внешне похожая на ячеистую структуру, следующую за детонационными волнами [14,15]. По-видимому, она формируется в результате нелинейных взаимодействий периодических автоволн. По крайней мере, ее характерный период и амплитуда (рис. 2, b) качественно соответствуют параметрам этих автоволн (рис. 1, b , область C). Однако происхождение ячеистой структуры требует дополнительного исследования.

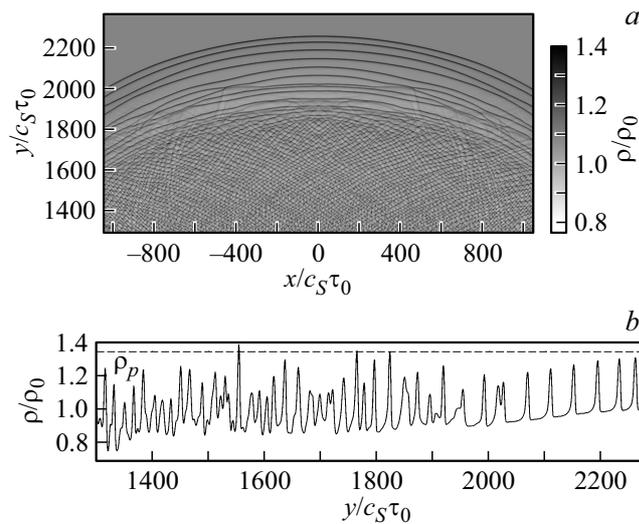


Рис. 3. Численное моделирование эволюции локализованного возмущения (3). *a* — фрагмент двумерной области моделирования, *b* — одномерный срез распределения плотности при $x/c_s\tau_0 = 0$. ρ_p — амплитуда импульсных ударных волн, рассчитанная аналитически при помощи ОНАУ (2).

Подчеркнем, что в отличие от волн детонации, где плоский фронт оказывается неустойчивым (см., например, рис. 33 в работе [14], иллюстрирующий возникновение „волнистости“ плоского фронта детонации), рис. 2 демонстрирует, что исходное возмущение распадается на систему нескольких плоских автоволновых фронтов, устойчивых к поперечным возмущениям. Число этих фронтов растет с течением времени.

На рис. 3 показан результат эволюции другого типа возмущения — локализованного возмущения вида (3). Полученная картина демонстрирует формирование от локализованного возмущения малой амплитуды системы концентрических импульсных ударных волн, за которой снова следует ячеистая структура. Заметим, что полученная картина практически не зависела от параметров первоначального гауссова возмущения. Менялось только время образования системы концентрических автоволн. На рис. 3, *b* показан одномерный срез полученных картин, который аналогичен представленным на рис. 1 и 2, *b* результатам.

Таким образом, в работе впервые продемонстрировано, что в тепловыделяющей среде с изэнтропической неустойчивостью возможен распад локализованного возмущения (например, области теплового взрыва) на систему концентрических газодинамических волн, амплитуда которых определяется свойствами не начального возмущения, а среды. Разумеется, для наблюдения такой картины необходимо, чтобы размер тепловыделяющей среды превышал характерный масштаб усиления. Такие условия могут выполняться в астрофизических системах [3–10]. Также показано, что фронт возмущения давления, обладающий поперечной модуляцией, распадается на систему плоских фронтов, поперечное сечение которых демонстрирует качественное и количественное согласие с видом импульсных автоволн (решениями ОНАУ). В отличие от детонационной волны полученная система концентрических и плоских волн устойчива к поперечным возмущениям. Поперечные возмущения и шумы образуют квазирегулярную ячеистую структуру позади фронтов, пространственный период которой коррелирует с периодом периодической автоволны (также являющейся решением ОНАУ).

Работа частично поддержана Министерством образования и науки РФ в рамках государственного задания вузам (проект № 3.1158.2017/4.6), государственного задания ФАНО (проект № 0023-2016-0002), РФФИ и Правительства Самарской области (проект 17-42-630224). Построение расчетной модели проводилось при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-32-00344. Численное моделирование выполнено при помощи суперкомпьютерного центра Самарского университета.

Список литературы

- [1] *Field G.B.* // *Astrophys. J.* 1965. V. 142. N 2. P. 531–567.
- [2] *Молевич Н.Е., Ораевский А.Н.* // *ЖЭТФ.* 1988. Т. 94. В. 3. С. 128–132.
- [3] *Molevich N.E., Zavershinsky D.I., Galimov R.N., Makaryan V.G.* // *Astrophys. Space Sci.* 2011. V. 334. N 1. P. 35–44.
- [4] *Oppenheimer M.* // *Astrophys. J.* 1977. V. 211. P. 400–403.
- [5] *Krasnobaev K.V.* // *Astrophys. Space Sci.* 2000. V. 274. N 1–2. P. 307–314.
- [6] *Krasnobaev K.V., Tagirova R.R., Arafailov S.I., Kotova G.Y.* // *Astronomy Lett.* 2016. V. 42. N 7. P. 460–473.
- [7] *Nakariakov V.M., Mendoza-Briceño C.A., Ibanez S.M.H.* // *Astrophys. J.* 2000. V. 528. N 2. P. 767–775.

- [8] *Carbonell M., Oliver R., Ballester J.* // *Astronomy Astrophys.* 2004. V. 415. N 2. P. 739–750.
- [9] *Molevich N.E., Ryashchikov D.S., Zavershinskiy D.I.* // *Magnetohydrodynamics.* 2016. V. 52. N 1. P. 199–208.
- [10] *Banerjee D., Krishna Prasad S.* MHD waves in coronal holes // *Low-frequency waves in space plasmas.* John Wiley and Sons, 2016. P. 419–430.
- [11] *Nakariakov V.M., Pilipenko V., Heilig B., Jelinek P., Karlicky M., Klimushkin D.Y., Klotkov D.Y., Lee D.-H., Nistico G., Van Doorsselaere T., Verth G., Zimovets I.V.* // *Space Sci. Rev.* 2016. V. 200. N 1–4. P. 75–203.
- [12] *Stone J.M., Gardiner T.A., Teuben P., Hawley J.F., Simon J.B.* // *Astrophys. J. Supplement Ser.* 2008. V. 178. N 1. P. 137–177.
- [13] *Molevich N.E., Makaryan V.G.* A nonlinear evolution of wide spectrum acoustical disturbances in nonequilibrium media with one relaxation process // *AIP Conf. Proc. 17th Int. Symp. on nonlinear acoustics.* N.Y.: American Institute of Physics, 2006. V. 838. P. 548–551.
- [14] *Щелкин К.И., Трошин Я.К.* Газодинамика горения. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 254 с.
- [15] *Yi T., Lu F., Wilson D., Emanuel G.* // *Shock Waves.* 2017. V. 27. N 3. P. 395–408.