

Эффект увлечения одномерных электронов при фотоионизации $D^{(-)}$ -центров в продольном магнитном поле

© В.Д. Кревчик, А.Б. Грунин

Пензенский государственный университет,
440017 Пенза, Россия

E-mail: physics@diamond.stup.ac.ru

(Поступила в Редакцию 10 сентября 2002 г.)

Развита теория примесного эффекта фотонного увлечения (ЭФУ) в полупроводниковой квантовой нити (КН) в присутствии продольного магнитного поля \mathbf{B} , направленного вдоль оси КН. ЭФУ обусловлен передачей локализованным электронам продольного импульса фотонов при оптических переходах из $D^{(-)}$ -состояний в гибридно-квантованные состояния КН, описываемой параболическим потенциалом конфайнмента. В рамках модели потенциала нулевого радиуса в приближении эффективной массы получено аналитическое выражение для плотности тока увлечения (ТУ) и исследована его спектральная зависимость для различных значения величины \mathbf{B} и параметров КН при рассеянии электронов на системе потенциалов короткодействующих примесей. Для спектральной зависимости плотности ТУ характерен дублет Зеемана с ярко выраженным пиком типа „клюва“, связанным с оптическими переходами электронов из $D^{(-)}$ -состояний в состояния с магнитным квантовым числом $m = 1$. Обсуждается возможность использования ЭФУ одномерных электронов в продольном магнитном поле для разработки детекторов лазерного излучения.

Эффект фотонного увлечения (ЭФУ) обусловлен импульсом фотонов, передаваемым в процессе поглощения электронной (дырочной) подсистеме. Учет импульса света приводит к асимметрии в распределении носителей заряда в пространстве квазиимпульса, т. е. к образованию тока увлечения (ТУ). ЭФУ двумерных электронов при оптических переходах между размерно-квантованными состояниями гетероструктуры теоретически исследован в [1], где показано, что этот эффект при определенных условиях может быть достаточно велик. В работе [2] рассмотрены вклады межподзонных и междузонных оптических переходов в ЭФУ дырок в бесконечно глубокой квантовой яме полупроводника. Понижение размерности при переходе $2D \rightarrow 1D$ должно приводить к существенным изменениям физических свойств квантовых структур. В частности, ожидается более кардинальная модификация локальных электронных состояний, а также появление особенностей в спектре примесного поглощения света, связанных со спецификой одномерных электронных состояний. Проблема управляемой модуляции энергии связи примесных состояний [3] и соответственно управления энергиями оптических переходов [4] стимулирует исследования магнитооптических свойств структур с квантовыми нитями (КН). Показано [5,6], что приложенное вдоль оси КН магнитное поле \mathbf{B} может существенно изменять латеральный геометрический конфайнмент. Поэтому, варьируя \mathbf{B} , можно изменять эффективный геометрический размер системы и, следовательно, управлять ее оптическими свойствами.

Цель данной работы — исследование ЭФУ электронов при фотоионизации $D^{(-)}$ -центров КН, помещенной в продольное магнитное поле. ЭФУ одномерных электронов в данном случае обусловлен поглощением света поперечной по отношению к оси КН поляризации $\mathbf{e}_{\lambda\perp}$, т. е.

поглощением фотонов с импульсом $\hbar\mathbf{q}_{\parallel}$, направленным вдоль оси КН.

Для описания одноэлектронных состояний в КН используется параболический потенциал конфайнмента вида $V(x, y) = m^*\omega_0^2(x^2 + y^2)/2$, где m^* — эффективная масса электрона, ω_0 — характерная частота потенциала конфайнмента. Векторный потенциал постоянного однородного магнитного поля $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ выбирается в симметричной калибровке $\mathbf{A} = (-By/2, Bx/2, 0)$. Тогда эффективный гамильтониан взаимодействия с полем световой волны в цилиндрической системе координат запишется в виде

$$\hat{H}_{\text{int}} = -\lambda_0 \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2\alpha^*I_0}{m^*2\omega}} \exp(iq_z z) \left[i\hbar \left(\cos(\Theta - \varphi) \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \sin(\Theta - \varphi) \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) + \frac{|e|B}{2} \rho \sin(\varphi - \Theta) \right], \quad (1)$$

где ρ, φ, z — цилиндрические координаты; q_z — проекция волнового вектора фотона $\mathbf{q}_{\parallel} = (0, 0, q_z)$ на ось КН, Θ — полярный угол вектора поляризации света $\mathbf{e}_{\lambda\perp}$, λ_0 — коэффициент локального поля, α^* — постоянная тонкой структуры с учетом диэлектрической проницаемости ϵ , I_0 — интенсивность света, ω — его частота, $|e|$ — величина заряда электрона, B — величина магнитной индукции.

Для потенциала примесного центра (ПЦ) $V_s(\mathbf{r}, \mathbf{R}_a)$ используется модель потенциала нулевого радиуса [7]

$$V_s(\boldsymbol{\rho}, z, \boldsymbol{\rho}_a, z_a) = \gamma \delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_a) \delta(z - z_a) \times \left[1 + (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_a) \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\rho}} + (z - z_a) \frac{\partial}{\partial z} \right], \quad (2)$$

где $\gamma = 2\pi\hbar^2/(am^*)$, α определяется энергией связи E_i электронного локализованного состояния на этом же

ПЦ в массивном полупроводнике; ПЦ локализован в точке $\mathbf{R}_a = (\rho_a, z_a)$. Как известно [8], такая модель применима для описания $D^{(-)}$ -состояний, соответствующих присоединению дополнительного электрона к мелкому донору. Как будет показано далее, метод потенциала нулевого радиуса позволяет получить аналитическое решение для волновой функции локализованного носителя в присутствии внешнего продольного магнитного поля, что важно для анализа эффекта позиционного беспорядка в КН с параболическим потенциальным профилем, а также для получения явной формулы для ТУ одномерных электронов. Энергетический спектр гамильтониана в выбранной нами модели будет иметь вид [9]

$$E_{n,m,k_z} = \frac{\hbar\omega_B m}{2} + \hbar\omega_0 \sqrt{1 + \frac{\omega_B^2}{4\omega_0^2} (2n + |m| + 1) + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*}}, \quad (3)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$ — квантовое число, соответствующее уровням Ландау; $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ — магнитное квантовое число; $\omega_B = |e|B/m^*$ — циклотронная частота; $\hbar k_z$ — проекция квазиимпульса электрона на ось Oz .

Невозмущенные примесями одноэлектронные состояния $\Psi_{n,m,k_z}(\rho, \varphi, z)$ в продольном магнитном поле представляются в виде¹ [9]

$$\Psi_{n,m,k_z}(\rho, \varphi, z) = \frac{1}{2^{\frac{|m|+1}{2}} \sqrt{\pi} L_{QW} a_1^{|m|+1}} \left[\frac{n!}{(n+|m|)!} \right]^{1/2} \rho^{|m|} \times \exp\left(-\frac{\rho^2}{4a_1^2}\right) L_n^{|m|}\left(\frac{\rho^2}{2a_1^2}\right) \exp(im\varphi) \exp(ik_z z), \quad (4)$$

здесь $a_1^2 = a^2 / (2\sqrt{1 + a^4 / (4a_B^4)})$, $a^2 = \hbar / (m^* \omega_0)$, $a_B^2 = \hbar / (m^* \omega_B)$, $L_n^\alpha(x)$ — полиномы Лаггера [10]; L_{QW} — длина КН.

В настоящей работе проводится расчет ТУ одномерных электронов при фотоионизации ПЦ для случая сильного магнитного квантования, когда характерная длина осциллятора значительно больше магнитной длины. Учитывая упругое рассеяние электронов на системе потенциалов короткодействующих примесей, которая имитируется суммой потенциалов нулевого радиуса [11–13].

1. Расчет энергии связи $D^{(-)}$ -центра в продольном магнитном поле

Рассмотрим эффект позиционного беспорядка в полупроводниковой КН с параболическим потенциалом конфайнмента, помещенной в продольное магнитное

¹ В дальнейшем рассматривается случай сильной локализации примесного электрона, когда $\lambda_B a_1 \gg 1$, где λ_B^{-1} — радиус локализованного состояния в магнитном поле. Это дает основание считать, что одноэлектронные состояния в продольном магнитном поле не искажены потенциалом примеси.

поле. Предположим, что ПЦ расположен в точке $\mathbf{R}_a = (\rho_a, \varphi_a, z_a)$. Волновая функция электрона $\Psi_{\lambda_B}(\rho, \varphi, z; \rho_a, \varphi_a, z_a)$, локализованного на $D^{(-)}$ -центре, удовлетворяет уравнению Липпмана–Швингера для связанного состояния, которое в цилиндрической системе координат имеет вид

$$\Psi_{\lambda_B}(\rho, \varphi, z; \rho_a, \varphi_a, z_a) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_1 d\rho_1 d\varphi_1 dz_1 G(\rho, \varphi, z, \rho_1, \varphi_1, z_1; E_{\lambda_B}^{(0)}) \times V_\delta(\rho_1, \varphi_1, z_1; \rho_a, \varphi_a, z_a) \Psi_{\lambda_B}(\rho_1, \varphi_1, z_1; \rho_a, \varphi_a, z_a), \quad (5)$$

где $G(\rho, \varphi, z, \rho_1, \varphi_1, z_1; E_{\lambda_B}^{(0)})$ — одноэлектронная функция Грина, соответствующая источнику в точке (ρ_1, φ_1, z_1) и энергии $E_{\lambda_B}^{(0)} = -\hbar^2 \lambda_B^2 / (2m^*)$ ($E_{\lambda_B}^{(0)}$ — собственные значения гамильтониана $\hat{H}_B = (\hat{\mathbf{p}} + |e|\mathbf{A})^2 / (2m^*) + V(x, y) + V_\delta(\rho, \varphi, z; \rho_a, \varphi_a, z_a)$, где $\hat{\mathbf{p}}$ — оператор импульса электрона),

$$G(\rho, \varphi, z, \rho_1, \varphi_1, z_1; E_{\lambda_B}^{(0)}) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\left(\frac{k_z L_{QW}}{2\pi}\right) \sum_{n,m} \frac{\Psi_{n,m,k_z}^*(\rho_1, \varphi_1, z_1) \Psi_{n,m,k_z}(\rho, \varphi, z)}{E_{\lambda_B}^{(0)} - E_{n,m,k_z}}. \quad (6)$$

Подставляя (2) в (5), получим

$$\Psi_{\lambda_B}(\rho, \varphi, z; \rho_a, \varphi_a, z_a) = \gamma G(\rho, \varphi, z, \rho_a, \varphi_a, z_a; E_{\lambda_B}^{(0)}) \times (\hat{T}\Psi_{\lambda_B})(\rho_a, \varphi_a, z_a; \rho_a, \varphi_a, z_a), \quad (7)$$

где

$$(\hat{T}\Psi_{\lambda_B})(\rho_a, \varphi_a, z_a; \rho_a, \varphi_a, z_a) \equiv \lim_{\rho \rightarrow \rho_a, \varphi \rightarrow \varphi_a, z \rightarrow z_a} \left[1 + (\rho - \rho_a) \frac{\partial}{\partial \rho} + (z - z_a) \frac{\partial}{\partial z} \right] \times \Psi_{\lambda_B}(\rho, \varphi, z; \rho_a, \varphi_a, z_a). \quad (8)$$

Применяя операцию (8) к обеим частям соотношения (7), получим уравнение, определяющее зависимость энергии связи ПЦ от параметров КН, координат ПЦ и значения магнитной индукции B ,

$$1 = \gamma (\hat{T}G)(\rho_a, \varphi_a, z_a, \rho_a, \varphi_a, z_a; E_{\lambda_B}^{(0)}). \quad (9)$$

В соответствии с формулой (9) энергия связанного состояния электрона в суммарном поле является полюсом функции Грина, которую с учетом (3), (4) и (6) можно

записать как

$$\begin{aligned}
 G(\rho, \varphi, z, \rho_a, \varphi_a, z_a; E_{\lambda_B}^{(0)}) &= -\frac{\hbar^2}{4\pi^2 m^* E_d a_1^2} \\
 &\times \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z \exp[ik_z(z - z_a)] \sum_{n,m} C_{n,m}^2(\rho_a \rho)^{|m|} \\
 &\times \exp\left(-\frac{\rho_a^2 + \rho^2}{4a_1^2}\right) L_n^{|m|}\left(\frac{\rho_a^2}{2a_1^2}\right) L_n^{|m|}\left(\frac{\rho^2}{2a_1^2}\right) \\
 &\times \exp[im(\varphi - \varphi_a)] \left(\eta_B^2 + ma^{*-2} + \beta^{-1}\sqrt{1 + \beta^2 a^{*-4}}\right) \\
 &\times (2n + |m| + 1) + k_z^2 a_d^2)^{-1}, \quad (10)
 \end{aligned}$$

где $C_{n,m} = 2^{-|m|/2} a_1^{-|m|} \sqrt{n!/(n+|m|)!}$, $a^* = a_B/a_d$, a_d — эффективный борковский радиус, $\eta_B^2 = |E_{\lambda_B}^{(0)}|/E_d$, E_d — эффективная борковская энергия, $\beta = L^*/(4\sqrt{U_0^*})$, $L^* = 2L/a_d$, $2L$ — диаметр КН, $U_0^* = U_0/E_d$, U_0 — амплитуда потенциала КН.

Суммирование в (10) по n можно выполнить, используя очевидное соотношение

$$\begin{aligned}
 &\left(\eta_B^2 + ma^{*-2} + \beta^{-1}\sqrt{1 + \beta^2 a^{*-4}}(2n + |m| + 1) + k_z^2 a_d^2\right)^{-1} \\
 &= \int_0^{+\infty} \exp\left[-\left(\eta_B^2 + ma^{*-2} + \beta^{-1}\sqrt{1 + \beta^2 a^{*-4}}(2n + |m| + 1) + k_z^2 a_d^2\right)t\right] dt, \quad (11)
 \end{aligned}$$

а также формулу Хилле–Харди для билинейной производящей функции [10]

$$\begin{aligned}
 &\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{\Gamma(n + \alpha + 1)} L_n^\alpha(x) L_n^\alpha(y) z^n = (1 - z)^{-1} \\
 &\times \exp\left(-z \frac{x + y}{1 - z}\right) (xyz)^{-\alpha/2} I_\alpha\left(2 \frac{\sqrt{xyz}}{1 - z}\right), \quad (12)
 \end{aligned}$$

здесь $|z| < 1$, $I_\alpha(u)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода [10]. Ряд в (10) можно просуммировать по m , используя формулу для производящей функции бesselевых первого рода $J_k(z)$

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(z) t^k = \exp\left[\frac{1}{2}\left(t - \frac{1}{t}\right)z\right]. \quad (13)$$

Наконец, учитывая, что интегрирование по k_z в (10) дает

$$\begin{aligned}
 &\int_{-\infty}^{+\infty} \exp[ik_z(z - z_a) - k_z^2 a_d^2 t] dk_z \\
 &= \frac{1}{a_d} \sqrt{\frac{\pi}{t}} \exp\left[-\frac{(z - z_a)^2}{4a_d^2 t}\right], \quad (14)
 \end{aligned}$$

можно посредством интеграла Вебера [10] (в принятых здесь обозначениях)

$$\begin{aligned}
 &\int_0^{+\infty} \frac{1}{t\sqrt{t}} \exp\left[-\frac{(\rho - \rho_a)^2}{4a_1^2 t} - \frac{(z - z_a)^2}{2a_1^2 t}\right] \\
 &\times \exp\left[-\left(\beta\eta_B^2 + \sqrt{1 + \beta^2 a^{*-4}}\right)t\right] dt = \sqrt{2\pi} a \\
 &\times \frac{\exp\left[-\sqrt{2(\beta\eta_B^2 + \sqrt{1 + \beta^2 a^{*-4}})} \sqrt{\frac{(\rho - \rho_a)^2 \sqrt{1 + \beta^2 a^{*-4}} + (z - z_a)^2}{a^2}}\right]}{\sqrt{(\rho - \rho_a)^2 \sqrt{1 + \beta^2 a^{*-4}} + (z - z_a)^2}} \quad (15)
 \end{aligned}$$

представить одноэлектронную функцию Грина в (10) как

$$\begin{aligned}
 G(\rho, \varphi, z, \rho_a, \varphi_a, z_a; E_{\lambda_B}^{(0)}) &= -\frac{\hbar^2}{2^3 \pi^{\frac{3}{2}} E_d a_d^3 m^* \sqrt{\beta}} \\
 &\times \left\{ \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left[-\left(\beta\eta_B^2 + w\right)t + \frac{(z - z_a)^2}{4\beta a_d^2 t}\right] \right. \\
 &\times \left[2w(1 - \exp(-2wt))^{-1} \exp\left[-\frac{(\rho_a^2 + \rho^2)w}{4\beta a_d^2}\right] \right. \\
 &\times \left.\frac{(1 + \exp(-2wt))}{(1 - \exp(-2wt))}\right] \exp\left[\frac{1}{2}\left(\exp(i(\varphi - \varphi_a) - \frac{\beta}{a^{*2}}t) \right.\right. \\
 &\left.\left. + \exp\left(-i(\varphi - \varphi_a) + \frac{\beta}{a^{*2}}t\right)\right) \frac{\rho_a \rho w \exp(-wt)}{\beta a_d^2 (1 - \exp(-2wt))}\right] \\
 &\left. - \frac{1}{t} \exp\left[-\frac{(\rho - \rho_a)^2 w}{4\beta a_d^2 t}\right] \right] dt + 2\sqrt{\pi\beta} a_d \\
 &\times \frac{\exp\left[-\frac{1}{a_d} \sqrt{\frac{\beta\eta_B^2 + w}{\beta}} \sqrt{(\rho - \rho_a)^2 w + (z - z_a)^2}\right]}{\sqrt{(\rho - \rho_a)^2 w + (z - z_a)^2}} \left. \right\}, \quad (16)
 \end{aligned}$$

где $w = \sqrt{1 + \beta^2 a^{*-4}}$.

Подставляя (16) в (9) и выполняя необходимые предельные переходы, получим (в борковских единицах) уравнение для определения энергии связи $D^{(-)}$ -центра в продольном магнитном поле

$$\begin{aligned}
 &\sqrt{\eta_B^2 + \beta^{-1}w} = \eta_i - \frac{1}{\sqrt{\pi\beta}} \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{t}} \exp[-(\beta\eta_B^2 + w)t] \\
 &\times \left(\frac{1}{2t} - w(1 - \exp(-2wt))^{-1}\right) \\
 &\times \exp\left[-\frac{\rho_a^{*2} w}{2\beta(1 - \exp(-2wt))}\right] \left(1 + \exp(-2wt) \right. \\
 &\left. - (\exp(-\beta a^{*-2}t) + \exp(\beta a^{*-2}t)) \exp(-wt)\right) dt, \quad (17)
 \end{aligned}$$

где $\rho_a^* = \rho_a/a_d$.

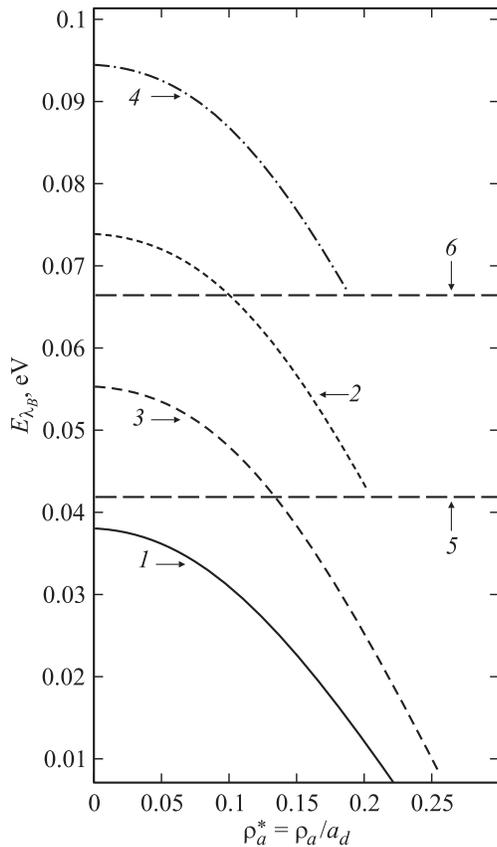


Рис. 1. Зависимость энергии связи $D^{(-)}$ -центра E_{λ_B} при $2L = 71.6$ nm и $U_0 = 0.2$ eV от полярного радиуса $\rho_a^* = \rho_a/a_d$ примеси (в боровских единицах) для различных значений магнитной индукции B (1 и 3 соответствуют $E_{\lambda_B}^{(0)} > 0$, 2 и 4 — $E_{\lambda_B}^{(0)} < 0$), штриховыми кривыми 5 и 6 изображены положения уровней энергии основного состояния в КН для $B = 0$ и 12 Т соответственно: 1 — $|E_i| = 5 \cdot 10^{-3}$ eV, $B = 0$, 2 — $|E_i| = 3.5 \cdot 10^{-2}$ eV, $B = 0$, 3 — $|E_i| = 5 \cdot 10^{-3}$ eV, $B = 12$ Т, 4 — $|E_i| = 3.5 \cdot 10^{-2}$ eV, $B = 12$ Т.

Уравнение (17) доступно для компьютерного анализа. Однако необходимо учесть следующие два обстоятельства. Во-первых, локализованные состояния могут также существовать между дном КН и первым уровнем размерного квантования $\varepsilon_{0,0}$ [8]. В этом случае для примесных уровней, лежащих выше дна КН, $E_{\lambda_B}^{(0)} > 0$ и параметр λ_B становится мнимым. Во-вторых, из-за наличия квантового размерного эффекта энергию связи $D^{(-)}$ -центра E_{λ_B} в КН, помещенной в продольное магнитное поле, необходимо определить как [14]

$$E_{\lambda_B} = \begin{cases} \varepsilon_{0,0} + |E_{\lambda_B}^{(0)}|, & E_{\lambda_B}^{(0)} < 0, \\ \varepsilon_{0,0} - E_{\lambda_B}^{(0)}, & E_{\lambda_B}^{(0)} > 0 \end{cases}$$

или в боровских единицах

$$E_{\lambda_B}/E_d = \begin{cases} \beta^{-1}w + \eta_B^2, & E_{\lambda_B}^{(0)} < 0, \\ \beta^{-1}w - \eta_B^2, & E_{\lambda_B}^{(0)} > 0, \end{cases} \quad (18)$$

здесь $\varepsilon_{0,0} = \hbar\omega_0 \sqrt{1 + \omega_B^2/(4\omega_0^2)}$, $\eta_B^2 = -\eta_B'^2$.

На рис. 1 представлены результаты численного анализа уравнения (17) с учетом (18) применительно к $D^{(-)}$ -состояниям в полупроводниковых КН на основе InSb: эффективная масса электрона в InSb и диэлектрическая проницаемость соответственно равны $m^* = 0.0133m_0$, где m_0 — масса покоя электрона, $\varepsilon \approx 18$, а эффективная боровская энергия составляет $E_d \approx 5.5 \cdot 10^{-4}$ eV. Как видно из рис. 1, в обоих случаях, $E_{\lambda_B}^{(0)} > 0$ и $E_{\lambda_B}^{(0)} < 0$ (кривые 1 и 2 соответственно), энергия связи $D^{(-)}$ -центра E_{λ_B} является убывающей функцией его радиальной координаты ρ_a , что связано с кардинальной модификацией локальных электронных состояний вблизи границ КН. В магнитном поле энергия связи $D^{(-)}$ -центра заметно возрастает. В случае $E_{\lambda_B}^{(0)} < 0$ приращение энергии связи, как можно видеть из рис. 2 (например, кривая 2), составляет более 0.02 eV для $D^{(-)}$ -центра, расположенного в начале координат. При этом условия существования связанного состояния в продольном магнитном поле становятся менее жесткими, что видно из сравнения кривых 1 и 3 , 2 и 4 на рис. 1. Магнитное поле оказывает, таким образом, стабили-

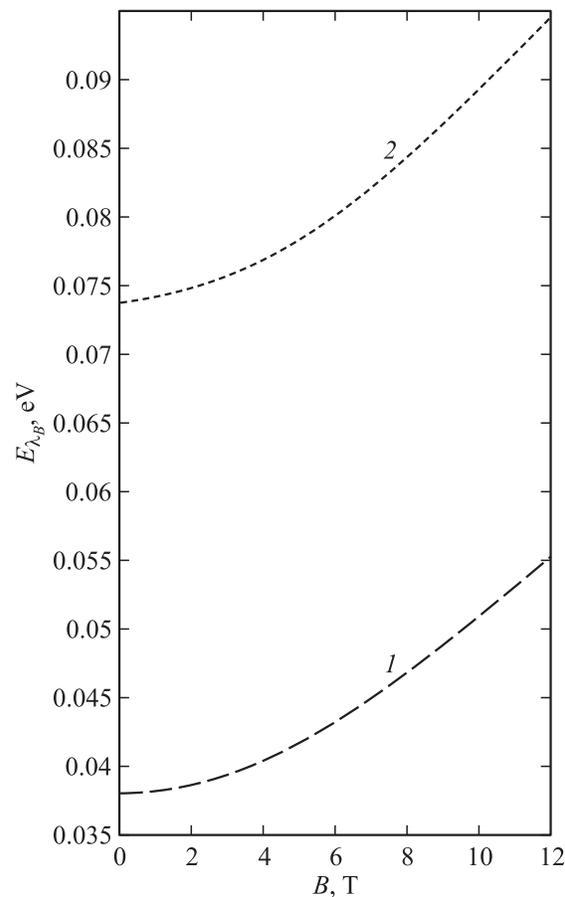


Рис. 2. Зависимость энергии связи $D^{(-)}$ -центра E_{λ_B} , локализованного в точке $\mathbf{R}_a = (0, 0, z_a)$, при $2L = 71.6$ nm и $U_0 = 0.2$ eV от величины магнитной индукции B (1 соответствует $E_{\lambda_B}^{(0)} > 0$, 2 — $E_{\lambda_B}^{(0)} < 0$): 1 — $|E_i| = 5 \cdot 10^{-3}$ eV, 2 — $|E_i| = 3.5 \cdot 10^{-2}$ eV.

лизирующее действие на $D^{(-)}$ -состояния в КН. Следует отметить, что увеличение энергии связи $D^{(-)}$ -центров с ростом \mathbf{B} экспериментально наблюдалось в системах с многими квантовыми ямами GaAs–Ga_{0,75}Al_{0,25}As [15]. Возможность эффективного управления энергиями оптических переходов в магнитном поле представляет интерес в связи с перспективой создания фотоприемников с управляемой рабочей частотой и чувствительностью в области примесного поглощения света.

2. Расчет тока увлечения одномерных электронов в продольном магнитном поле

Из соотношения (7) следует, что волновая функция электрона, локализованного на короткодействующем потенциале, $\Psi_{\lambda_B}(\rho, \varphi, z; \rho_a, \varphi_a, z_a)$ только множителем отличается от одноэлектронной функции Грина $G(\rho, \varphi, z, \rho_a, \varphi_a, z_a; E_{\lambda_B}^{(0)})$

$$\Psi_{\lambda_B}(\rho, \varphi, z; \rho_a, \varphi_a, z_a) = -C\tilde{G}(\rho, \varphi, z, \rho_a, \varphi_a, z_a; E_{\lambda_B}^{(0)}), \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{G}(\rho, \varphi, z, \rho_a, \varphi_a, z_a; E_{\lambda_B}^{(0)}) \\ = 2^{3/2}\beta^{1/2}E_d a_d^3 G(\rho, \varphi, z, \rho_a, \varphi_a, z_a; E_{\lambda_B}^{(0)}), \end{aligned}$$

$$C = \left[2^{3/2}\beta^{1/2}a_d^3 \frac{\partial \tilde{G}}{\partial (\eta_B^2)}(\rho_a, \varphi_a, z_a, \rho_a, \varphi_a, z_a; E_{\lambda_B}^{(0)}) \right]^{-1/2}$$

— нормирующий множитель. Для случая когда $D^{(-)}$ -центр локализован в точке $\mathbf{R}_a = (0, 0, z_a)$, из (10) будем иметь

$$\begin{aligned} \Psi_{\lambda_B}(\rho, \varphi, z; 0, 0, z_a) &\equiv \Psi_{\lambda_B}(\rho, \varphi, z; z_a) \\ &= 2^{1/4}\pi^{-1/4}\beta^{-3/4}a_d^{-3/2}w^{5/4} \left[\xi \left(\frac{3}{2}, \frac{\beta\eta_B^2}{2w} + \frac{1}{2} \right) \right]^{-1/2} \\ &\times \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{t}} \exp \left[- \left((\beta\eta_B^2 + w)t + \frac{(z - z_a)^2}{4\beta a_d^2 t} \right) \right] \\ &\times [1 - \exp(-2wt)]^{-1} \exp \left[- \frac{\rho^2 w (1 + \exp(-2wt))}{4\beta a_d^2 (1 - \exp(-2wt))} \right] dt, \end{aligned} \quad (20)$$

где $\xi(s, u)$ — обобщенная дзета-функция Римана [10].

Решение задачи о примесном ЭФУ в КН основано на кинетическом уравнении Больцмана, записанном в приближении времени релаксации. Генерационный член этого уравнения определяется квантовыми фотопереходами носителей с $D^{(-)}$ -центра в гибридно-квантовую зону, которые рассчитываются в линейном по импульсу фотона приближении. В режиме короткого замыкания

плотность ТУ $j(\omega)$ электронов в КН, помещенной в продольное магнитное поле, имеет вид

$$\begin{aligned} j(\omega) &= -\frac{|e|N_0}{2\pi^2\hbar^2} \int_0^{L_{QW}} dz_a n_{\lambda} \\ &\times \sum_{n,m} \theta \left[\hbar\omega - |E_{\lambda_B}^{(0)}| - \frac{\hbar\omega_B m}{2} - \frac{\hbar\Omega}{2} (2n + |m| + 1) \right] \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial E_{n,m,k_z}}{\partial k_z} \tau(E_{n,m,k_z}) |M_{f,\lambda}|^2 [f_0(E_{\lambda_B}^{(0)}) - f_0(E_{n,m,k_z})] \\ &\times \delta \left[\hbar\omega - |E_{\lambda_B}^{(0)}| - \frac{\hbar\omega_B m}{2} - \frac{\hbar\Omega}{2} (2n + |m| + 1) - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} \right] dk_z, \end{aligned} \quad (21)$$

где N_0 — концентрация $D^{(-)}$ -центров в КН; n_{λ} — линейная концентрация $D^{(-)}$ -центров, локализованных в точках $\mathbf{R}_a = (0, 0, z_a)$ на оси КН; $\hbar\omega$ — энергия фотона; $\tau(E_{n,m,k_z})$ — время релаксации электронов в КН; $f_0(E)$ — квазиравновесная функция распределения электронов в КН; $\delta(x)$ — дельта-функция; $M_{f,\lambda}$ — матричные элементы, определяющие оптические переходы электрона из основного состояния $D^{(-)}$ -центра в гибридно-квантованные состояния КН; $\theta(s) = 1, s \geq 0; 0, s < 0$ — единичная функция Хевисайда [16]; $\Omega = \sqrt{4\omega_0^2 + \omega_B^2}$ — гибридная частота.

С учетом (1) выражение для матричных элементов $M_{f,\lambda}$ можно записать в виде суммы двух слагаемых $M_{f,\lambda} = I_1 + I_2$, где

$$\begin{aligned} I_1 &= -\lambda_0 \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2\alpha^*}{m^*2\omega}} I_0 \left\langle \Psi_{n,m,k_z}^*(\rho, \varphi, z) \right. \\ &\times \left. \left| e^{iq_z z} i\hbar \left(\cos(\Theta - \varphi) \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \sin(\Theta - \varphi) \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \right| \right. \\ &\times \left. \Psi_{\lambda_B}(\rho, \varphi, z; z_a) \right\rangle, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= -\lambda_0 \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2\alpha^*}{m^*2\omega}} I_0 \left\langle \Psi_{n,m,k_z}^*(\rho, \varphi, z) \right. \\ &\times \left. \left| e^{iq_z z} \frac{|e|B}{2} \rho \sin(\varphi - \Theta) \right| \Psi_{\lambda_B}(\rho, \varphi, z; z_a) \right\rangle. \end{aligned} \quad (23)$$

При вычислении I_1 появляются интегралы вида

$$\int_0^{2\pi} \exp(-im\varphi) \cos(\varphi - \Theta) d\varphi = \begin{cases} \pi \exp(\mp i\Theta), & m = \pm 1, \\ 0, & m \neq \pm 1, \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[i(q_z - k_z)z - \frac{(z - z_a)^2}{4\beta a_d^2 t} \right] dz &= 2a_d \sqrt{\pi\beta} \sqrt{t} \\ &\times \exp \left[-\beta a_d^2 (q_z - k_z)^2 t + i(q_z - k_z)z_a \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

Интегрирование в (22) по ρ с использованием известного соотношения [10]

$$\int_0^{\infty} \rho^3 \exp\left[-\frac{\rho^2 w}{2\beta a_d^2 (1 - \exp(-2wt))}\right] L_n^1\left(\frac{\rho^2 w}{2\beta a_d^2}\right) d\rho = \frac{2\beta^2 a_d^4}{w^2} (n+1) (1 - \exp(-2wt))^2 \exp(-2nwt) \quad (26)$$

приводит к следующему результату для I_1 :

$$I_1 = 2^{11/4} i \pi^{1/2} L_{QW}^{-1/2} \exp(\mp i\Theta) \times \lambda_0 \sqrt{\frac{\alpha^* I_0}{\omega}} \beta^{-1/4} E_d a_d^{3/2} w^{5/4} (n+1)^{1/2} \times \exp[i(q_z - k_z)z_a] \left[\xi\left(\frac{3}{2}, \frac{\beta\eta_B^2}{2w} + \frac{1}{2}\right)\right]^{-1/2} \times [\beta\eta_B^2 + (2n+2)w + \beta a_d^2 (q_z - k_z)^2] \times [\beta\eta_B^2 + (2n+1)w + \beta a_d^2 (q_z - k_z)^2]^{-1} \times [\beta\eta_B^2 + (2n+3)w + \beta a_d^2 (q_z - k_z)^2]^{-1}. \quad (27)$$

В случае I_2 интегралы по координатам z и ρ совпадают с (25) и (26) соответственно, а интегрирование по φ сводится к вычислению интеграла вида

$$\int_0^{2\pi} \exp(-im\varphi) \sin(\varphi - \Theta) d\varphi = \begin{cases} \mp \pi i \exp(\mp i\Theta), & m = \pm 1, \\ 0, & m \neq \pm 1. \end{cases} \quad (28)$$

Из (24) и (28) следует, что оптические переходы с примесного уровня возможны только в состоянии со значениями квантового числа $m = \pm 1$. Принимая во внимание (25), (26) и (28), для I_2 получим

$$I_2 = \pm 2^{11/4} i \pi^{1/2} L_{QW}^{-1/2} \exp(\mp i\Theta) \times \lambda_0 \sqrt{\frac{\alpha^* I_0}{\omega}} \beta^{3/4} a^{*-2} E_d a_d^{3/2} w^{5/4} (n+1)^{1/2} \times \exp[i(q_z - k_z)z_a] \left[\xi\left(\frac{3}{2}, \frac{\beta\eta_B^2}{2w} + \frac{1}{2}\right)\right]^{-1/2} \times [\beta\eta_B^2 + (2n+1)w + \beta a_d^2 (q_z - k_z)^2]^{-1} \times [\beta\eta_B^2 + (2n+3)w + \beta a_d^2 (q_z - k_z)^2]^{-1}. \quad (29)$$

В линейном по q_z приближении для $|M_{f,\lambda}|^2$ в (21) получим

$$|M_{f,\lambda}|^2 = |I_1 + I_2|^2 = \frac{2^{15/2} \pi}{L_{QW}} \lambda_0^2 \frac{\alpha^* I_0}{\omega} a_d^5 E_d^2 \beta^{1/2} w^{5/2} \times q_z \left[\xi\left(\frac{3}{2}, \frac{\beta\eta_B^2}{2w} + \frac{1}{2}\right)\right]^{-1} (n+1) k_z \times \left[\frac{2(\beta\eta_B^2 + (2n+2)w + \beta a_d^2 k_z^2)}{(\beta\eta_B^2 + (2n+1)w + \beta a_d^2 k_z^2)(\beta\eta_B^2 + (2n+3)w + \beta a_d^2 k_z^2)} - (\beta\eta_B^2 + (2n+2)w \pm \beta a^{*-2} + \beta a_d^2 k_z^2)^{-1} \right] \times \frac{(\beta\eta_B^2 + (2n+2)w \pm \beta a^{*-2} + \beta a_d^2 k_z^2)^2}{(\beta\eta_B^2 + (2n+1)w + \beta a_d^2 k_z^2)^2 (\beta\eta_B^2 + (2n+3)w + \beta a_d^2 k_z^2)^2}. \quad (30)$$

Подставляя (30) в (21), для плотности ТУ будем иметь

$$j(\omega) = -\frac{|e|q_z N_0}{\pi \hbar L_{QW}} \times 2^{15/2} \lambda_0^2 \alpha^* I_0 n_\lambda a_d^4 E_d \beta^{5/2} w^{5/2} X \times \int_0^{L_{QW}} dz_a \left[\xi\left(\frac{3}{2}, \frac{\beta\eta_B^2}{2w} + \frac{1}{2}\right)\right]^{-1} \tau(E_d(X - \eta_B^2)) \times [f_0(-E_d \eta_B^2) - f_0(E_d(X - \eta_B^2))] \sum_{n=0}^N (n+1) \times \sum_{m=-1}^1 \delta_{|m|,1} \theta(X - \eta_B^2 - m/a^{*2} - w/\beta(2n + |m| + 1)) \times \frac{\sqrt{X - \eta_B^2 - m/a^{*2} - w/\beta(2n + |m| + 1)}}{(\beta(X - ma^{*-2}) - |m|w)^2 (\beta(X - ma^{*-2}) + (2 - |m|)w)^2} \times \left[\frac{2\beta(X - ma^{*-2})}{(\beta(X - ma^{*-2}) - |m|w)(\beta(X - ma^{*-2}) + (2 - |m|)w)} - \beta^{-1} X^{-1} \right], \quad (31)$$

где $X = \hbar\omega/E_d$ — энергия фотона в единицах эффективной боровской энергии E_d ; $N = [A_0]$ — целая часть числа $A_0 = \beta(X - \eta_B^2 + a^{*-2})/(2w) - 1$; $\delta_{|m|,1}$ — символ

Кронекера, учитывающий правила отбора для магнитного квантового числа m .

В формуле (31) для плотности ТУ учтено, что при интегрировании по k_z в (21) необходимо вычислить корни аргумента δ -функции $(k_z)_{1,2}$, которые удовлетворяют уравнению вида

$$X - \eta_B^2 - m/a^{*2} - w/\beta(2n + |m| + 1) - k_z^2 a_d^2 = 0. \quad (32)$$

Для исследования спектральной зависимости плотности ТУ следует рассмотреть конкретный механизм рассеяния носителей заряда в КН и в соответствии с этим определить время релаксации в (31). Будем предполагать, что электроны в гибридно-квантованной зоне проводимости КН испытывают упругое рассеяние на системе потенциалов короткодействующих примесей [17]. Тогда в приближении сильного магнитного квантования, когда $a_1 \ll a$ ($\omega_0 \ll \Omega$), выражение для времени релаксации $\tau(E_d(X - \eta_B^2))$ можно записать как [17]

$$\begin{aligned} \tau(E_d(X - \eta_B^2)) &= 2^{-9/2} \pi^{-1} \hbar E_d^{-1} L^{*2} (n_i a_d^3)^{-1} \left(\frac{\lambda_s}{a_d}\right)^{-2} \sqrt{\frac{w}{\beta}} \\ &\times \left| 1 + \frac{1}{\sqrt{2} a^*} \left(\frac{\lambda_s}{a_d}\right) \xi\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} - \frac{\beta(X - \eta_B^2)}{2w}\right) \right|^2 \\ &\times \left[\sum_{n=0}^{N_1} \left(\frac{\beta(X - \eta_B^2)}{2w} - n - \frac{1}{2}\right)^{-1/2} \right]^{-1}, \quad (33) \end{aligned}$$

здесь λ_s — длина рассеяния; n_i — концентрация примесных рассеивающих центров в КН; $N_1 = [A_1]$ — целая часть значения выражения A_1 , причем $A_1 = \beta(X - \eta_B^2)/(2w) - 1/2$, если $[A_1] \neq A_1$ и $N_1 = [A_1] - 1$, если $[A_1] = A_1$.

В соответствии с [17] функцию распределения электронов $f_0(E_{n,m,k_z})$ в КН для рассматриваемого случая можно представить в виде

$$\begin{aligned} f_0(E_{n,m,k_z}) &= 8\sqrt{\pi} (n_e a_d^3) \sqrt{\delta_T} \beta w^{-1} \text{sh}(\delta_T w \beta^{-1}) \\ &\times \exp\left(-\delta_T \frac{E_{n,m,k_z}}{E_d}\right), \quad (34) \end{aligned}$$

где n_e — концентрация электронов, $\delta_T = E_d/(kT)$, T — температура.

Рассмотрим ситуацию, когда $\delta_T = 1$. Например, для КН на основе InSb это соответствует $T \approx 7$ К, и можно считать примесные центры полностью заполненными, т.е. что в (31) $f_0(-E_d \eta_B^2) = 1$. Тогда формула (31) для

плотности ТУ с учетом (33) и (34) примет вид

$$\begin{aligned} j(\omega) &= j_0 L^{*2} n_\lambda a_d (n_i a_d^3)^{-1} \left(\frac{\lambda_s}{a_d}\right)^{-2} \\ &\times \beta^2 w^3 X \left[\xi\left(\frac{3}{2}, \frac{\beta \eta_B^2}{2w} + \frac{1}{2}\right) \right]^{-1} \\ &\times \left| 1 + \frac{1}{\sqrt{2} a^*} \left(\frac{\lambda_s}{a_d}\right) \xi\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} - \frac{\beta(X - \eta_B^2)}{2w}\right) \right|^2 \\ &\times \left[\sum_{n=0}^{N_1} \left(\frac{\beta(X - \eta_B^2)}{2w} - n - \frac{1}{2}\right)^{-1/2} \right]^{-1} \\ &\times \left[1 - 8\sqrt{\pi} (n_e a_d^3) \sqrt{\delta_T} \beta w^{-1} \text{sh}(\delta_T w \beta^{-1}) \right. \\ &\times \exp[-\delta_T (X - \eta_B^2)] \left. \sum_{n=0}^N (n+1) \right. \\ &\times \sum_{m=-1}^1 \delta_{|m|,1} \theta\left(X - \eta_B^2 - \frac{m}{a^{*2}} - \frac{w}{\beta} (2n + |m| + 1)\right) \\ &\times \frac{\sqrt{X - \eta_B^2 - \frac{m}{a^{*2}} - \frac{w}{\beta} (2n + |m| + 1)}}{(\beta(X - m a^{*-2}) - |m|w)^2 (\beta(X - m a^{*-2}) + (2 - |m|)w)^2} \\ &\times \left[\frac{2\beta(X - m a^{*-2})}{(\beta(X - m a^{*-2}) - |m|w)(\beta(X - m a^{*-2}) + (2 - |m|)w)} \right. \\ &\left. \left. - \beta^{-1} X^{-1} \right] \right], \quad (35) \end{aligned}$$

где $j_0 = -4\pi^{-3} \lambda_0^2 \alpha^* N_0 |e| a_d^4 I_0 q_z$.

Оценка величины плотности ТУ для КН на основе InSb при следующих численных значениях параметров, входящих в (35): $E_i = 0.06$ эВ, $L \approx 43$ нм, $n_\lambda = 1.4 \cdot 10^5$ см⁻¹, $n_i = 2.7 \cdot 10^{15}$ см⁻³, $n_e = 1.4 \cdot 10^{16}$ см⁻³, $U_0 = 0.2$ эВ, $\lambda_s \approx 29$ нм, $h\nu = 0.21$ эВ и $B = 10$ Т, дает $j(\omega) \approx (1.7 \cdot 10^{-18} N_0) A/\text{м}^2$. В случае когда $N_0 = 10^{15}$ см⁻³, имеем $j(\omega) \approx 1.7 \cdot 10^{-1} A/\text{см}^2$, что на порядок больше соответствующей величины в одиночной полупроводниковой квантовой яме в отсутствие магнитного поля [18]. На рис. 3 приведена спектральная зависимость плотности ТУ одномерных электронов в относительных единицах j/j_0 при фотоионизации $D^{(-)}$ -центров в продольном магнитном поле. Как видно из рис. 3, для спектральной зависимости плотности ТУ характерен дублет Зеемана с ярко выраженным пиком типа „клюва“, связанным с оптическими переходами электронов из $D^{(-)}$ -состояний в состояния с магнитным квантовым числом $m = 1$. С ростом величины магнитного поля клюв смещается в коротковолновую область спектра, при этом высота возрастает (кривые 1 и 2). Расстояние между полосой и пиком в дублете равно $\hbar\omega_B$, а средний период появления дублета — $\hbar\Omega$, т.е. определяется гибридной частотой. Из рис. 3 можно видеть, что изменение магнитного поля на 2Т

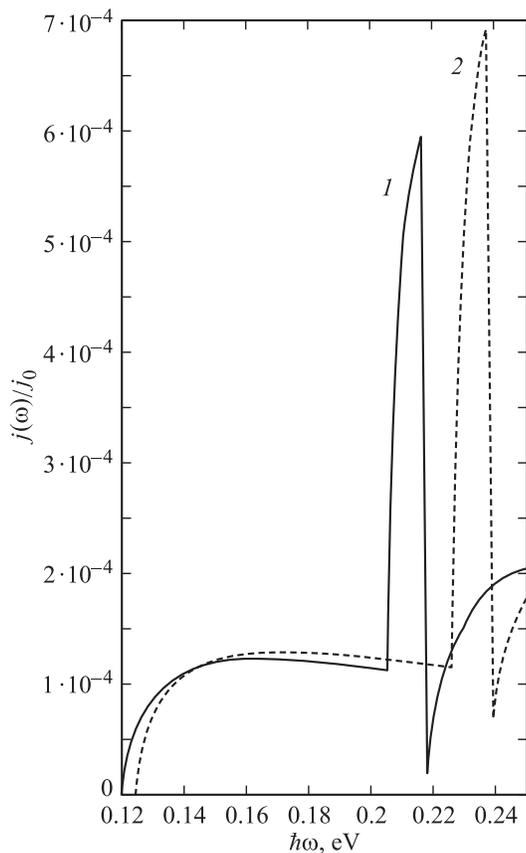


Рис. 3. Спектральная зависимость плотности тока увлечения $j(\omega)/j_0$ (в относительных единицах) при $|E_i| = 5.5 \cdot 10^{-2}$ eV, $n_\lambda = 1.4 \cdot 10^5$ cm $^{-1}$, $2L = 71.6$ nm, $U_0 = 0.2$ eV, $n_e = 1.36 \cdot 10^{16}$ cm $^{-3}$, $n_i = 2.7 \cdot 10^{15}$ cm $^{-3}$, $\lambda_s = 28.6$ nm, $T \approx 7$ K для различных значений магнитной индукции B : 1 — 10 T, 2 — 12 T.

при переходе от кривой 1 к кривой 2 сопровождается уменьшением длины волны, соответствующей клову, примерно на 10^4 Å. Это позволяет надеяться на возможность создания фотоприемников на основе ЭФУ в 1D-полупроводниковых структурах с управляемой в магнитном поле чувствительностью.

Развитая в настоящей работе теория примесного ЭФУ в полупроводниковой КН в присутствии продольного магнитного поля может составить основу для разработки детекторов лазерного излучения. Поскольку $j \sim I_0$ (см. формулу (35)), такие детекторы могут, по-видимому, определять энергетические характеристики лазерных импульсов, в частности, импульсную мощность.

К сожалению, нам неизвестны экспериментальные работы, где исследуется ЭФУ носителей тока в полупроводниковых низкоразмерных системах, в частности, с участием примесных центров. Однако уровень технологии δ -легирования (обзор дан в [9]) способен, по-видимому, обеспечить такую постановку задачи. Следует также отметить, что высокая чувствительность ЭФУ к энергетическому спектру и механизмам релаксации импульса носителей заряда, а также к типу оптических переходов представляет интерес с точки зрения

фундаментальной физики полупроводниковых квантовых структур.

Оценим чувствительность G фотоприемника на основе ЭФУ одномерных электронов в продольном магнитном поле. Согласно [20], $G = V/W$, где V — величина фотоздс, $W = I_0 h\nu S$ — мощность падающего на фотоприемник излучения, ν — частота света, S — площадь поперечного сечения светового пучка. В режиме холостого хода можно найти величину V из условия равенства в данном направлении ТУ соответствующему току проводимости, в результате чего для G будем иметь

$$G = \frac{V}{W} = \frac{S\rho_0}{S_0W} \int_0^{L_{QW}} j dz \approx \frac{\rho_0 L_{QW} j}{I_0 S_0 h\nu}, \quad (36)$$

где S_0 — площадь поперечного сечения КН, ρ_0 — удельное сопротивление материала КН.

Рассматривая полупроводниковую структуру, состоящую из одной КН на основе InSb, и полагая в (36) $S_0 \sim L^2 \approx 1.8 \cdot 10^{-11}$ cm 2 , $I_0 \cdot h\nu = 10^{10}$ W/m 2 , $L_{QW} \approx 7.2 \cdot 10^3$ nm, $B = 10$ T, $\rho_0 \sim 10^{-4}$ Ω · m, получаем, что для $\lambda \approx 6 \cdot 10^4$ Å величина $G \approx 6.8 \cdot 10^{-2}$ V/W.

Таким образом, ЭФУ одномерных электронов в продольном магнитном поле вполне доступен для экспериментального наблюдения.

Список литературы

- [1] Ф.Т. Васьюко. ФТП **19**, 7, 760 (1985).
- [2] Р.Я. Расулов, Ю.Е. Саленко, Т. Эски, А. Тухтаматов. ФТТ **40**, 9, 1710 (1998).
- [3] В.И. Белявский, Ю.В. Копаев, Н.В. Корняков. УФН **166**, 4, 447 (1996).
- [4] В.Д. Кулаковский, Л.В. Бутов. УФН **165**, 2, 229 (1995).
- [5] J.K. Jain, S.A. Kivelson. Phys. Rev. Lett. **60**, 15, 1542 (1988).
- [6] M.Y. Azbel. Phys. Rev. B **43**, 3, 2435 (1991).
- [7] В.Д. Кривчик, Р.В. Зайцев. ФТТ **43**, 3, 504 (2001).
- [8] А.А. Пахомов, К.В. Халипов, И.Н. Ясиевич. ФТП **30**, 8, 1387 (1996).
- [9] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Наука, М. (1974). Т. 3.
- [10] И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Физматгиз, М. (1962).
- [11] А.И. Базь, Я.Б. Зельдович, А.М. Переломов. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. Наука, М. (1971).
- [12] Ю.Н. Демков, Г.Ф. Друкарев. ЖЭТФ **49**, 257 (1965).
- [13] Ю.Н. Демков, В.Н. Островский. Метод потенциалов нулевого радиуса в атомной физике. Изд-во ЛГУ, Л. (1975).
- [14] G. Bastard. Phys. Rev. B **24**, 8, 4714 (1981).
- [15] S. Huant, S.P. Najda, V. Etienne. Phys. Rev. Lett. **65**, 12, 1486 (1999).
- [16] П. Антосик, Я. Микусинский, Р. Сикорский. Теория обобщенных функций. Мир, М. (1976).
- [17] В.А. Гейлер, В.А. Маргулис, Л.И. Филина. ЖЭТФ **113**, 4, 1376 (1998).
- [18] В.Д. Кривчик, Э.З. Имамов. ФТП **17**, 7, 1235 (1983).
- [19] А.Я. Шик. ФТП **26**, 7, 1161 (1992).
- [20] В.Г. Агафонов, П.М. Валов, Б.С. Рывкин, И.Д. Ярощеский. ФТП **7**, 12, 2316 (1973).