

# Нелинейное фотовозбуждение гетероструктур с глубокими квантовыми ямами. I. Вероятности элементарных процессов

© Е.Ю. Перлин, М.А. Бондарев, А.В. Иванов, А.А. Попов

Центр „Информационные оптические технологии“, Университет ИТМО,  
199034 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: perlin@mail.ifmo.ru

Поступила в редакцию 14.08.2018 г.

Вычислены вероятности различных типов оптических процессов, участвующих в формировании фотонной лавины в гетероструктурах типа I с глубокими квантовыми ямами. В числе этих процессов двухэлектронные переходы с участием фотона, фотопереходы между электронными состояниями подзон размерного квантования и непрерывного зонного спектра, двухфотонные межзонные переходы в квантовых ямах. Полученные вероятности будут использованы в следующих частях работы для анализа кинетики фотонной лавины.

DOI: 10.21883/OS.2018.12.46943.237-18

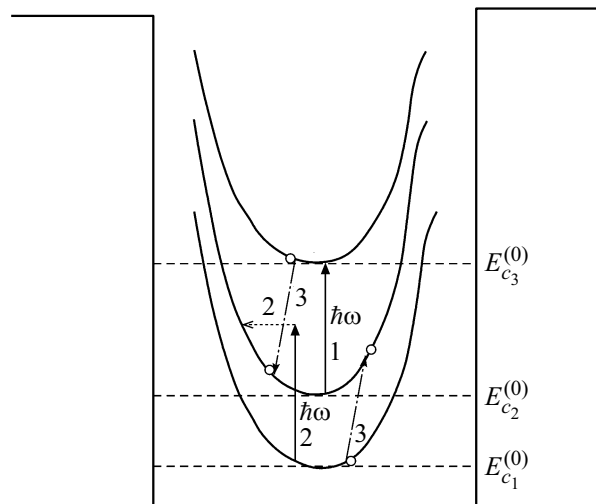
## 1. Введение

Интерес к явлениям типа фотонной лавины (ФЛ), сохраняющийся в течение уже ряда десятилетий, в основном направлен на исследование этого класса процессов в системах примесных редкоземельных ионов (РЗИ, см., например, [1–21]). Было установлено, что за счет фотонно-лавиной апконверсии в системах РЗИ возможно достижение инверсии заселенностей и получение лазерной генерации на длинах волн, существенно меньших длины волны возбуждающего света. Как показано в работах [22–25], эффект фотонной лавины (ЭФЛ) может быть получен и в гетероструктурах с глубокими квантовыми ямами (КЯ). Уже в [22,23] было отмечено, что процессы, формирующие ФЛ, протекают в КЯ существенно быстрее, чем в РЗИ, так как межподзонные оптические переходы в КЯ характеризуются более высокими по сравнению с переходами в РЗИ силами осцилляторов. Кроме того, более высокой по сравнению с РЗИ оказываются и скорости процессов релаксации за счет быстрых внутри- и межподзонных переходов с участием фононов. Характерные времена установления квазиравновесных заселенностей электронных состояний составляют единицы ns для систем РЗИ и единицы ps для КЯ. Столь быстрое протекание ЭФЛ в КЯ наряду с четко выраженным пороговым характером ЭФЛ может быть использовано для быстрых оптических переключений.

Предложенный в работах [22,23] механизм ФЛ в глубокой КЯ с тремя подзонами размерного квантования при энергии кванта возбуждающего света  $\hbar\omega$ , равной энергетическому зазору между 3-й и 2-й подзонами (рис. 1), может функционировать при наличии достаточно высокой концентрации  $n_{c_1}$  электронов в 1-й (нижней) подзоне, что имеет место в случае легированных КЯ<sup>1</sup>. В отсутствие легирования электроны могут попадать в

<sup>1</sup> Вероятности показанных на рис. 1 оптических переходов и переходов оже-типа внутри КЯ для электронов, рассчитанные в [22,23], в настоящей работе не рассматриваются.

1-ю подзону за счет двухфотонных переходов (ДФП) носителей из валентной зоны. В работах [24,25] было показано, что пороговая интенсивность света  $j_{th}$ , необходимая для запуска ФЛ, быстро снижается с увеличением  $n_{c_1}$ . Поэтому в [24,25] был дополнительно рассмотрен процесс оже-типа, при котором электрон из верхней подзоны  $c_3$  переходит в нижнюю подзону  $c_1$ , отдавая высвободившуюся энергию  $\hbar\omega_{31}$  на переход другого электрона из валентной зоны в ту же подзону  $c_1$ . Этот нелинейный по концентрациям частиц процесс в принципе тоже является „лавинообразующим“, но он возможен лишь при малой ширине запрещенной зоны  $E_g < \hbar\omega_{31}$  материала в области КЯ. При этом требуется



**Рис. 1.** Переходы, формирующие фотонную лавину в глубокой легированной квантовой яме: вертикальная линия 1 со стрелкой соответствует прямым резонансным фотопереходам между подзонами  $c_2$  и  $c_3$ , вертикальная сплошная линия и почти горизонтальная пунктирная линия 2 со стрелками описывают слабый не прямой (с участием фонона) переход между подзонами  $c_1$  и  $c_2$ , наклонными штрихпунктирными линиями 3 со стрелками показан процесс оже-типа с  $c_3 + c_1 \rightarrow 2c_2$ .

также выполнение условия  $E_g > \hbar\omega_{32}$ , иначе мы будем иметь дело с обычным каскадным поглощением, которое в контексте рассматриваемой задачи не представляет интереса. Ясно, что выполнение указанных двух условий чрезвычайно ограничивает число структур, где такие оже-процессы возможны.

В выполненных ранее работах по ЭФЛ в системах РЗИ и в КЯ учитывались лишь процессы, в которых поглощение (испускание) фотонов и передача энергии между электронами относились к различным элементарным квантовым переходам. В настоящей работе (и в следующих работах) будет показано, что существенную роль в формировании ФЛ в КЯ могут играть процессы, где поглощение фотона и передача энергии происходят в рамках одного элементарного акта. Для объемных материалов такие процессы рассматривались ранее в работах [26–35]. Для случая глубоких КЯ с зонной схемой типа I результаты выполненного впервые расчета вероятности такого процесса приводятся в следующих разделах. Затем будут также приведены результаты расчетов других оптических переходов, участвующих в процессе ФЛ.

## 2. Система с глубокими квантовыми ямами. Волновые функции

Мы рассматриваем зонную структуру типа I, где область материала с меньшей шириной запрещенной зоны является ямой как для электронов, так и для дырок (рис. 2). По-прежнему предполагаем, что зонные и геометрические параметры КЯ для электронов таковы, что в ней имеется 3 подзоны размерного квантования. Частота возбуждающего лазерного излучения  $\omega$  выбирается равной частоте перехода  $\omega_{32}$  между второй и третьей подзонами, но большей частоты  $\omega_{21}$  перехода между первой и второй подзонами. Глубина ямы для электронов  $U_c$  обычно превышает глубину ямы для дырок  $U_v$ . Для определенности (хотя это не принципиально) предполагаем, что в яме для дырок имеется лишь одна подзона размерного квантования. Предполагаем также, что энергетический зазор между потолком первой подзоны для дырок и дном второй подзоны для электронов не превышает  $2\hbar\omega$ .

Волновые функции электронных состояний в КЯ в однозонном приближении даются выражением

$$\psi_{n,k_{\parallel}}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}'_{\perp}, \mathbf{R}_i} e^{i\mathbf{k}'_{\perp} \cdot \mathbf{R}_i} \varphi_n(\mathbf{R}_{i\perp}) e^{i\mathbf{k}'_{\perp}(\mathbf{r}-\mathbf{R}_i)} \times \varphi_n(\mathbf{R}_{i\perp}) e^{i\mathbf{k}'_{\perp}(\mathbf{r}-\mathbf{R}_i)} u_{n,k'}(\mathbf{r}), \quad (1)$$

где  $\mathbf{R}_i$  — положения узлов кристаллической решетки,  $u_{nk'}(\mathbf{r})$  — блоховские амплитуды для  $n$ -й зоны, индексы  $\parallel$  и  $\perp$  означают направления в плоскости КЯ и вдоль оси роста гетероструктуры соответственно. Для фигурирующих в правой части (1) огибающих волновых функций непрерывного спектра  $\varphi_n(z)$  воспользуемся следующими

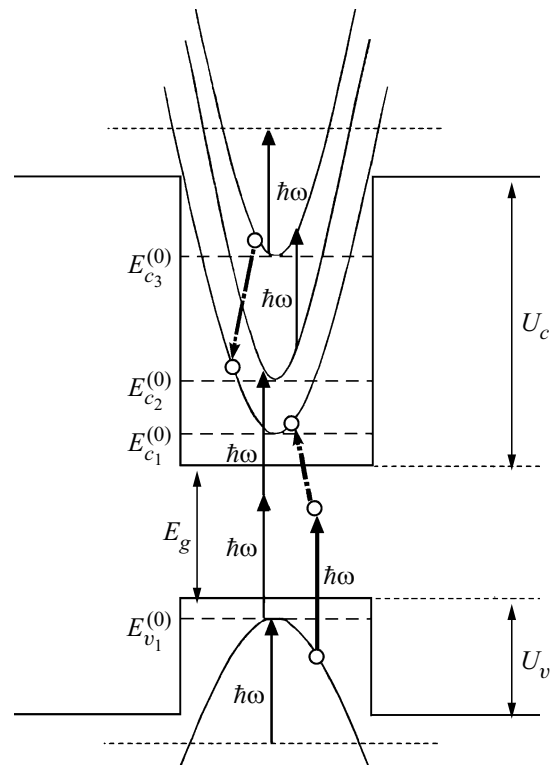


Рис. 2. Гетероструктура с зонной схемой типа I с глубокой квантовой ямой для электронов. Вертикальные линии со стрелками обозначают поглощение фотонов  $\hbar\omega$ . Жирными линиями со стрелками показан процесс оже-типа с участием фотона  $c_3 + v_1 + \hbar\omega \rightarrow 2c_1$ . Помимо фотопереходов, показанных на этом рисунке, в формировании ФЛ участвуют и процессы, показанные на рис. 1.

выражениями:

$$\varphi_n^{(-)}(z) = \Xi_n^{(-)} \begin{cases} \sin k_n z, & 0 \leq z \leq 1, \\ \frac{\sin K_n}{\sin(\Phi_n - K_n) \sin(\Phi_n - z)}, & 1 \leq z \leq l, \end{cases} \quad (2)$$

$$\Xi_n^{(-)}(k_n) = \left[ l \left( \sin^2 k_n + \frac{k_n^2}{K_n^2} \cos^2 k_n \right) \right]^{-1/2},$$

$$\Phi_n = \arctan \left( \frac{\tan K_n - \frac{K_n}{k_n} \tan k_n}{1 + \frac{K_n}{k_n} \tan k_n \tan K_n} \right),$$

где

$$K_n^2 = k_n^2 - k_{0n}^2, \quad U_n = \hbar^2 k_{0n}^2 / (2m_n a^2),$$

$n = (c, v)$ ,  $m_c$  и  $m_v$  — эффективные массы электронов и дырок,  $l$  — нормировочная длина. Для волновых функций состояний дискретного спектра имеем

$$\varphi_{n,i}^{(+)} = \Upsilon_n^{(+)} \begin{cases} \cos k_{n,i} z, & 0 \leq z \leq 1, \\ \cos k_{n,i} e^{\kappa_n(1-z)}, & z > 1, \end{cases} \quad (3)$$

$$\varphi_{n,i}^{(-)} = \Upsilon_n^{(-)} \begin{cases} \cos k_{n,i} z, & 0 \leq z \leq 1, \\ \cos k_{n,i} e^{\kappa_n(1-z)}, & z > 1, \end{cases}$$

$$\Upsilon_n^{(\pm)}(k_{n,i}) = (1 + \kappa_{n,i})^{-1/2}, \quad k_{n,i}^2 = k_{0n}^2 - \kappa_{n,i}^2.$$

Для четных и нечетных состояний значения  $k_{n,i}$  являются корнями трансцендентных уравнений соответственно

$$\tan k_{n,i} = \kappa_{n,i}/k_{n,i}, \text{ и } \cot k_{n,i} = -k_{n,i}/\kappa_{n,i}. \quad (4)$$

Энергии уровней в КЯ даются формулой

$$E_{n,i}^{(0)} = -\hbar^2 \kappa_{n,i}^2 / (2m_n a^2), \quad (5)$$

Волновые векторы и длины в формулах (2)–(5) выражены в единицах  $a^{-1}$  и  $a$ , где  $a$  — полуширина КЯ.

### Вероятность процесса оже-типа с поглощением фотона

В этом разделе мы впервые рассмотрим вероятность перехода  $c_3 + \hbar\omega \rightarrow 2c_1 + v_1$ , т.е. электрон в верхней подзоне  $c_3$ , поглощая фотон  $\hbar\omega$ , переходит в нижнюю подзону  $c_1$  и рождает пару, состоящую из еще одного электрона в подзоне  $c_1$  и дырки в подзоне  $v_1$  (рис. 2). Очевидно, что мы имеем дело с процессом второго порядка — один порядок по взаимодействию электронной системы со светом и один порядок по межэлектронному кулоновскому взаимодействию. Формально имеется множество каналов процесса второго порядка, однако в случае рассматриваемого перехода преобладающий вклад в амплитуду процесса дает лишь один канал, которому соответствует фейнмановская диаграмма, приведенная на рис. 3. Остальные диаграммы содержат либо межзонные кулоновские вершины, либо матричные элементы запрещенных межподзонных и межзонных оптических переходов в КЯ, либо матричные элементы кулоновского взаимодействия между состояниями разной четности в КЯ. Оценки вкладов других диаграмм показывают, что они оказываются на много порядков меньше вклада диаграммы на рис. 3. Для составного матричного элемента процесса 2-го порядка, соответствующего диаграмме на рис. 2, нетрудно получить следующее выражение:

$$M_{c_3 k_3, v_1, k_v; c_1 k_3 - q, c_1 k_v + q}^{(d)} = \frac{V_{v_1 k_v, c_1 k_v}^{(e\text{-photon})} V_{c_3 k_3, v_1, k_v; c_1 k_3 - q, c_1 k_v + q}^{(d)}}{E_{v_1}(\mathbf{k}_v) - E_{c_1}(\mathbf{k}_v) + \hbar\omega}, \quad (6)$$

где

$$V_{v_1 k_v, c_1 k_v}^{(e\text{-photon})} = -\frac{e}{mc} \mathbf{A} \cdot \mathbf{p}_{vc}(\mathbf{k}_v) \quad (7)$$

— матричный элемент оператора электрон-фотонного взаимодействия,

$$V_{c_3 k_3, c_1 k_v; c_1 k_3 - q, c_1 k_v + q}^{(d)} = \frac{2\pi e^2}{S \epsilon_l} \int_{-l}^l dz_1 \int_{-l}^l dz_2 \frac{e^{-q|z_1 - z_2|}}{q} \times \varphi_{c_3}^*(z_1) \varphi_{c_1}(z_1) \varphi_{c_1}^*(z_2) \varphi_{c_1}(z_2) \quad (8)$$

— матричный элемент оператора электрон-электронного кулоновского взаимодействия, который легко получается за счет разложения энергии кулоновского взаимодействия в ряд Фурье и ряда стандартных преобразований. Индексом  $(d)$  отмечен прямой матричный

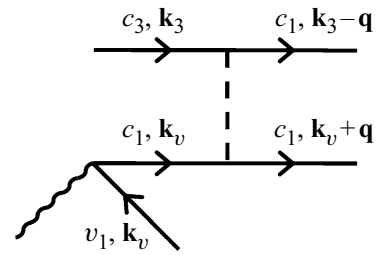


Рис. 3. Фейнмановская диаграмма для процесса  $c_3 + \hbar\omega \rightarrow 2c_1 + v_1$ . Прямые линии со стрелками вправо — электроны, со стрелкой влево — дырка, волнистая линия — фотон  $\hbar\omega$ , штриховая линия — кулоновское взаимодействие.

элемент, а индексом  $(e)$  будет ниже отмечен обменный матричный элемент.

В формулах (6)–(8) использованы следующие обозначения:  $e$  и  $m$  — заряд и масса свободного электрона,  $S$  — нормировочная площадь КЯ,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\mathbf{A}$  — вектор-потенциал электромагнитного поля,  $\mathbf{p}_{vc}$  — межзонный матричный элемент оператора импульса, построенный на блоховских функциях валентной зоны и зоны проводимости,  $\epsilon_l$  и  $\epsilon_t$  — продольная и поперечная высокочастотные диэлектрические проницаемости. Последняя входит в соотношение, связывающее вектор-потенциал и интенсивность света  $j$ :

$$|\mathbf{A}^2| = -\frac{8\pi c}{\omega^2 \sqrt{\epsilon_t}} j.$$

Вероятность перехода  $c_3 + \hbar\omega \rightarrow 2c_1 + v_1$  дается выражением

$$W_{c_3, v_1; c_1, c_1} = \frac{2\pi}{\hbar} \left[ \frac{S}{(2\pi)^2} \right]^2 \int \int d^2 q d^2 k_v \parallel \times |M_{c_3 k_3, v_1 k_v; c_1 k_3 - q, c_1 k_v + q}^{(d)} + M_{c_3 k_3, v_1 k_v; c_1 k_3 - q, c_1 k_v + q}^{(e)}|^2 \times \delta \left[ \Delta_{\text{thr}} + \frac{\hbar^2 k_3^2}{2m_c} - \frac{\hbar^2 k_v^2}{2m_v} - \frac{\hbar^2 (\mathbf{k}_3 - \mathbf{q})^2}{2m_c} - \frac{\hbar^2 (\mathbf{k}_v + \mathbf{q})^2}{2m_c} \right], \quad (9)$$

где

$$\Delta_{\text{thr}} = E_{c,3}^{(0)} + \hbar\omega - 2E_{c,1}^{(0)} - E_g - E_{v,1}^{(0)}. \quad (10)$$

Очевидно, что переход  $c_3 + \hbar\omega \rightarrow 2c_1 + v_1$  возможен лишь при  $\Delta_{\text{thr}} > 0$ .

Дальнейшие вычисления можно несколько упростить, воспользовавшись тем, что внутриволновое релаксация является самым быстрым процессом для электронов в подзоне  $c_3$ , так что все электроны в этой подзоне оказываются вблизи ее дна, и мы можем считать, что  $\mathbf{k}_3 = 0$ . После некоторых вычислений получаем следующее вы-

ражение для вероятности перехода  $c_3 + \hbar\omega \rightarrow 2c_1 + v_1$ :

$$W_{c_3, v_1; c_1, c_1} \cong \frac{2^8 \pi^2 e^6 a^4 |p_{cv}|^2 m_r m_c^2 \eta}{c \hbar^7 \omega^2 m^2 \varepsilon_t^2 \varepsilon_t^{1/2} \gamma_1^2} j \alpha^2 \times \int_0^{\xi} \frac{\exp(-2\beta q^{3/4}) q dq}{|\sigma - q^2|^2}, \quad (11)$$

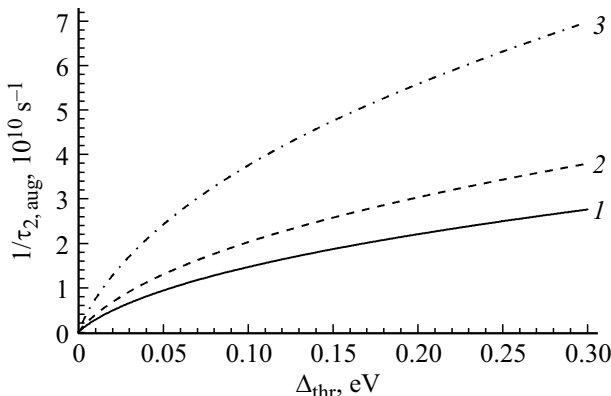
где множитель  $\eta$ , мало отличающийся от единицы, описывает слабую интерференцию прямого и обменного вкладов в матричный элемент,

$$\sigma = 2(a^2/\hbar)\gamma_1 m_c \omega_{31}, \quad \xi \equiv \xi(\Delta_{\text{thr}}) = (a/\hbar)\sqrt{2m_c \gamma \Delta_{\text{thr}}}, \\ m_r^{-1} = m_c^{-1} + m_v^{-1}, \quad \gamma = [2 - m_r/(2m_c)]^{-1}, \\ \gamma_1 = [1 - m_r/(2m_c)], \quad \hbar\omega_{ij} = E_{c,i}^{(0)} - E_{c,j}^{(0)}, \quad (12)$$

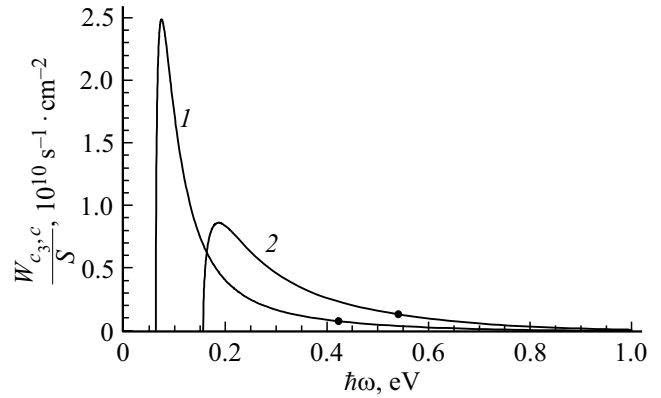
$\alpha$  и  $\beta$  — величины, слабо зависящие от параметров задачи (тем не менее, они вычисляются отдельно для каждого из наборов значений параметров). Их типичные значения таковы:  $\alpha \approx 0.17$ ,  $\beta \approx 0.75$ . Зависимость вероятности  $W_{c_3, v_1; c_1, c_1} \equiv 1/\tau_{2, \text{aug}}$  от  $\Delta_{\text{thr}}$  дается на рис. 4. При интенсивности света  $j = 1 \text{ MW/cm}^2$  типичные значения  $\tau_{2, \text{aug}}$  составляют  $10^{-10} - 10^{-11} \text{ s}$ , что указывает на существенную роль процесса  $c_3 + \hbar\omega \rightarrow 2c_1 + v_1$  в кинетике нелинейного фотовозбуждения гетероструктуры с глубокими КЯ.

### Вероятности оптических переходов

*Переходы между состояниями в квантовой яме и состояниями непрерывного спектра.* В рассматриваемой модели гетероструктуры с глубокими КЯ актуальны два типа таких переходов: фотопереходы между состояниями на дне подзоны  $c_3$  ямы для электронов и



**Рис. 4.** Зависимость вероятности перехода  $c_3 + \hbar\omega \rightarrow 2c_1 + v_1$  от превышения  $\Delta_{\text{thr}}$  энергии фотона над пороговым для этого перехода значением. В расчете использованы следующие значения параметров: 1 —  $U_c = 1.2$ , 2 —  $0.9$ , 3 —  $0.6 \text{ eV}$ . Для всех кривых значения остальных параметров:  $U_v = 0.4$ ,  $E_g = 0.55 \text{ eV}$ ,  $|p_{vc}| = 2 \cdot 10^{-19} \text{ g} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\varepsilon_t = 5$ ,  $\varepsilon_r = 3$ ,  $j = 1.0 \text{ MW} \cdot \text{cm}^{-2}$ .



**Рис. 5.** Зависимость вероятности переходов  $c_3 \rightarrow$  континуум от энергии кванта света  $\hbar\omega$ : 1 —  $U_c = 0.9 \text{ eV}$ ,  $m_c = 0.12m$ ,  $a = 2.1 \text{ nm}$ ; 2 —  $U_c = 1.2 \text{ eV}$ ,  $m_c = 0.2m$ ,  $a = 1.5 \text{ nm}$ . Остальные параметры  $\varepsilon_t = 6$ ,  $j = 1 \text{ MW/cm}^2$ . Точки на кривых соответствуют  $\hbar\omega = \hbar\omega_{32}$ .

состояниями непрерывного спектра зоны проводимости и фотопереходы дырок из состояния в подзоне  $v_1$  в яме для дырок и состояниями континуума в валентной зоне. Для вероятности переходов  $c_3 \rightarrow$  континуум зоны проводимости получаем выражение

$$W_{c_3, c} = \frac{16\pi e^2 m_c}{m^2 c \hbar \omega^2 \sqrt{\varepsilon_t} K_\omega} j |M_{c_3, c}(\hbar\omega)|^2, \quad (13)$$

где  $K_\omega = a \hbar^{-1} \sqrt{2m_c(E_{c_3}^{(0)} + \hbar\omega - U_c)}$ , а безразмерный составной матричный элемент имеет вид

$$M_{c_3, c}(\hbar\omega) = 2\Xi_c^{(-)}(k_\omega) \Upsilon_c(k_{c,3}) \times \left[ \frac{\kappa_c(k_{c,3}) \sin k_\omega \cos k_{c,3}}{\sin(\Phi_\omega - K_\omega)} \times \frac{K_\omega \cos(K_\omega - \Phi_{c,3}) + \kappa_c(k_{c,3}) \sin(K_\omega - \Phi_{c,3})}{K_\omega^2 + \kappa_c(k_{c,3})^2} - k_{c,3} \frac{k_{c,3} \cos k_{c,3} \sin k_\omega - k_\omega \cos k_\omega \sin k_{c,3}}{k_\omega - k_{c,3}} \right]. \quad (14)$$

В (14) использованы обозначения

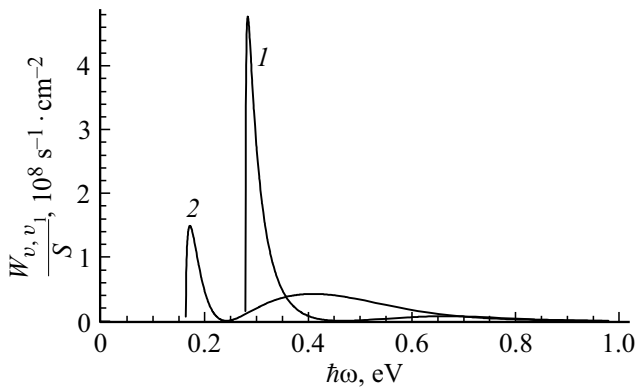
$$k_\omega = a \hbar^{-1} [2m_c(E_{c_3}^{(0)} + \hbar\omega)]^{1/2}, \quad \Phi_\omega = \Phi_c(K_\omega, k_\omega),$$

см. также формулы (2)–(5).

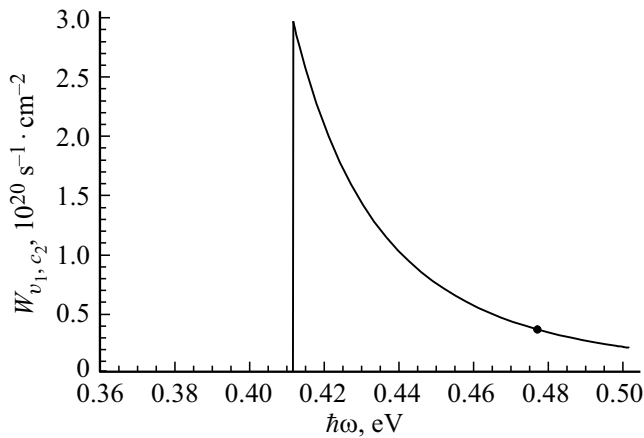
Зависимости  $W_{c_3, c}$  от  $\hbar\omega$  даны на рис. 5. Для вероятности перехода  $W_{v_1, v}$  дырки из подзоны  $v_1$  в непрерывный спектр валентной зоны справедливы соотношения, аналогичные (13), (14) с очевидными заменами  $U_c$ ,  $m_c$ ,  $k_{c,3}$ ,  $E_{c_3}^{(0)} \rightarrow U_v$ ,  $m_v$ ,  $k_{v,1}$ ,  $E_{v_1}^{(0)}$ . Зависимости  $W_{v_1, v}$  от  $\hbar\omega$  приведены на рис. 6.

*Межзонные двухфотонные переходы.* Вероятность межзонного двухфотонного перехода в КЯ типа I равна

$$\frac{W_{v_1, c_2}^{(2)}}{S} = \frac{2\pi}{\hbar} \int d\mathbf{k}_{\parallel}^2 |M_{v_1, c_2}^{(2)}|^2 \times \delta(2\hbar\omega - E_g - E_{v_1}^{(0)} - \hbar^2 \mathbf{k}_{\parallel}^2 / 2m_r), \quad (15)$$



**Рис. 6.** Зависимость вероятности переходов  $v_1 \rightarrow$  континуум валентной зоны от энергии кванта света  $\hbar\omega$ : 1 —  $U_v = 0.3$  eV,  $m_v = 0.7m$ ,  $a = 2.1$  nm; 2 —  $U_v = 0.2$  eV,  $m_v = 0.6m$ ,  $a = 1.5$  nm. Остальные параметры  $\varepsilon_t = 6$ ,  $j = 1$  MW/cm<sup>2</sup>.



**Рис. 7.** Зависимость вероятности ДФП  $v_1 \rightarrow c_2$  от  $\hbar\omega$ :  $m_c = 0.2m$ ,  $m_v = 0.6m$ ,  $a = 1.5$  nm,  $U_c = 1.0$  eV,  $U_v = 0.4$  eV,  $E_g = 0.3$  eV,  $|p_{vc}| = 2 \cdot 10^{-19}$  g · cm · s<sup>-1</sup>,  $\varepsilon_t = 4$ ,  $j = 1$  MW/cm<sup>2</sup>.

где составной матричный элемент перехода определяется выражением

$$M_{v_1 c_2}^{(2)} = \frac{V_{v_1, c_1}^{(e\text{-phot})} V_{c_1, c_2}^{(e\text{-phot})}}{\hbar\omega_{21} - \hbar\omega}. \quad (16)$$

Окончательно для вероятности перехода имеем

$$\frac{W_{c_1 c_2}^{(2)}}{S} = \frac{(8\pi)^2 m_r e^4 p_{vc}^2}{a^2 \hbar m^2 m_c^2 c^2 \omega^4 \varepsilon_t} |\xi_{12}|^2 \times \left( \frac{j}{\hbar\omega_{21} - \hbar\omega} \right)^2 \theta(2\hbar\omega - E_g - E_{v,1}^{(1)} - E_{c,2}^{(0)}), \quad (17)$$

где

$$\xi_{ij} = -i \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{ci}^*(z) \nabla \varphi_{cj}(z) dz,$$

$\varphi_{ci}(z)$  — огибающие волновые функции для электронов в КЯ, см. формулы (3), причем  $\xi_{ij}$  — безразмерные величины.

Типичная зависимость этой вероятности от  $\hbar\omega$  приведена на рис. 7.

## Заключение

Таким образом, в настоящей работе впервые вычислена вероятность процесса 2-го порядка  $c_3 + \hbar\omega \rightarrow v_1, 2c_1$ , а также приведены вероятности других оптических переходов, которые наряду с рассмотренными ранее переходами внутри ямы для электронов участвуют в процессе фотонной лавины в гетероструктуре типа I с глубокими квантовыми ямами. Рассмотрение кинетики нелинейного возбуждения таких гетероструктур будет проведено в следующей части данной работы, где будут учтены процессы межподзонной релаксации электронов, процессы захвата электронов из состояний непрерывного спектра в состояния подзон размерного квантования, а также процессы рекомбинации электронов и дырок. Будут также указаны конкретные гетероструктуры, в которых возможна экспериментальная реализация рассмотренных процессов.

Работа выполнена при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 08-08), базовой части государственного задания в сфере научной деятельности — проект 5.4681.2017/6.7.

## Список литературы

- [1] Chivian J.S., Case W.E., Eden D.D. // Appl. Phys. Lett. 1979. V. 35. N 2. P. 124. doi 10.1063/1.91044
- [2] Kueny A.W., Case W.E., Koch M.E. // J. Opt. Soc. Am. B. 1989. V. 6. N 4. P. 639. doi 10.1364/JOSAB.6.000639
- [3] Koch M.E., Kueny A.W., Case W.E. // Appl. Phys. Lett. 1990. V. 56. N 12. P. 1083. doi 10.1063/1.103328
- [4] Ni H., Rand S.C. // Opt. Lett. 1991. V. 16. N 18. P. 1424. doi 10.1364/OL.16.001424
- [5] Chen Y., Auzel F. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1995. V. 28. N 1. P. 207. doi 10.1088/0022-3727/28/1/029
- [6] Auzel F., Chen Y.H. // J. Non-Crystalline Solids. 1995. V. 184. P. 57. doi 10.1016/0022-3093(94)00595-8
- [7] Auzel F. // Acta Physica Polonica A. 1996. V. 90. N 1. P. 7. doi 10.12693/APhysPolA.90.7
- [8] Pellé F., Goldner P. // Acta Physica Polonica A. 1996. V. 90. N 1. P. 197. doi 10.12693/APhysPolA.90.197
- [9] Guy S., Joubert M.-F., Jacquier B. // Phys. Rev. B. 1997. V. 55. N 13. P. 8240. doi 10.12693/APhysPolA.90.197
- [10] Joubert M.-F. // Opt. Materials. 1999. V. 11. P. 181. doi 10.1016/S0925-3467(98)00043-3
- [11] Gatch D.B., Dennis W.M., Yen W.M. // Phys. Rev. B. 2000. V. 62. N 16. P. 10790. doi 10.1103/PhysRevB.62.10790
- [12] Hehlen M.P., Kuditcher A., Lenef A.L., Ni H., Shu Q., Rand S.C., Rai J., Rai S. // Phys. Rev. B. 2000. V. 61. N 2. P. 1116. doi 10.1103/PhysRevB.61.1116
- [13] Перлин Е.Ю., Ткачук А.М., Joubert M.-F., Moncorgé R. // Опт. и спектр. 2001. Т. 90. № 5. С. 772; Perlin E.Yu., Tkachuk A.M., Joubert M.-F., Moncorgé R. // Opt. Spectrosc. 2001. V. 90. N 5. P. 691. doi 10.1134/1.1374657

- [14] *Jouart J.P., Bouffard M., Duvaut D.* // Chem. Phys. Lett. 2002. V. 366. N 1–2. P. 62. doi 10.1016/S0009-2614(02)01537-3
- [15] *Lavín V., Lahoz F., Martín I.R., Rodríguez-Mendoza U.R., Cáceres J.M.* // Opt. Materials. 2005. V. 27. N 11. P. 1754. doi 10.1016/j.optmat.2004.11.046
- [16] *Boulma E., Jouart J.P., Bouffard M., Diaf M., Doualan J.L., Moncorgé R.* // Opt. Materials. 2007. V. 30. N 7. P. 1028. doi 10.1016/j.optmat.2007.05.005
- [17] *Compton S.P.* Upconversion and Near Infrared Spectroscopy of Erbium doped Calcium Sulfide. PhD Thesis. The University of Georgia. Athens, Georgia, 2009. 62 p.
- [18] *Singh A.K., Kumar K., Pandey A.C., Parkash O., Rai S.B., Kumar D.* // Appl. Phys. B. 2011. V. 104. P. 1035. doi 10.1007/s00340-011-4673-2
- [19] *Verma R.K., Singh S.K., Rai S.B.* // Current Appl. Phys. 2012. V. 12. N 6. P. 1481. doi 10.1016/j.cap.2012.04.018
- [20] *Babu P., Martín I.R., Krishnaiah K.V., Seo H.J., Venkatramu V., Jayasankar C.K., Lavín V.* // Chem. Phys. Lett. 2014. V. 600. P. 34. doi 10.1016/j.cplett.2014.03.048
- [21] *Rathaiiah M., Martín I.R., Babu P., Linganna K., Jayasankar C.K., Lavín V., Venkatramu V.* // Opt. Materials. 2015. V. 39. N 1. P. 16. doi 10.1016/j.optmat.2014.10.050
- [22] *Perlin E.Yu.* // J. Luminesc. 2001. V. 94–95. P. 249. doi 10.1016/S0022-2313(01)00288-5
- [23] *Перлин Е.Ю.* // Опт. и спектр. 2001. Т. 91. № 5. С. 777; *Perlin E.Yu.* // Opt. Spectrosc. 2001. V. 91. N 5. P. 729. doi 10.1134/1.1420854
- [24] *Перлин Е.Ю., Иванов А.В., Левицкий Р.С.* // ЖЭТФ. 2003. Т. 123. № 3. С. 612; *Perlin E.Y., Ivanov A.V., Levitskii R.S.* // JETP. 2003. V. 96. P. 543. doi 10.1134/1.1567429
- [25] *Левицкий Р.С., Иванов А.В., Перлин Е.Ю.* // Опт. журн. 2006. Т. 73. № 2. С. 3; *Levitskii R.S., Ivanov A.V., Perlin E.Yu.* // J. Opt. Technol. 2006. V. 73. N 2. P. 71. doi 10.1364/JOT.73.000071
- [26] *Рывкин С.М.* // ФТТ. 1965. Т. 7. № 4. С. 1276.
- [27] *Рывкин С.М., Гринберг А.А., Крамер Н.И.* // ФТТ. 1965. Т. 7. В. 7. С. 2195; *Ryvkin S.M., Grinberg A.A., Kramer N.I.* // Sov. Phys. Solid State. 1965. V. 7. N 7. P. 1038.
- [28] *Гринберг А.А., Рогачев А.А., Рывкин С.М.* // ФТТ. 1965. Т. 7. В. 7. С. 2206. *Betzler K., Weller T., Conradt R.* // Phys. Rev. B. 1972. V. 6. N 4. P. 1394. doi 10.1103/PhysRevB.6.1394
- [29] *Перлин Е.Ю., Федоров А.В., Кашевник М.Б.* // ЖЭТФ. 1983. Т. 85. № 4. С. 1357; *Perlin E.Yu., Fedorov A.V., Kashevnik M.B.* // Sov. Phys. JETP. 1983. V. 58. N 4. P. 787.
- [30] *Данишевский А.М., Перлин Е.Ю., Федоров А.В.* // ЖЭТФ. 1987. Т. 93. № 4. С. 1319; *Danishevskii A.M., Perlin E.Yu., Fedorov A.V.* // Sov. Phys. JETP. 1987. V. 66. N 4. P. 747.
- [31] *Перлин Е.Ю., Иванов А.В., Левицкий Р.С.* // ЖЭТФ. 2005. Т. 128. № 2. С. 411–421; *Perlin E.Yu., Ivanov A.V., Levitskii R.S.* // JETP. 2005. V. 101. N 2. P. 357. doi 10.1134/1.2047802
- [32] *Перлин Е.Ю., Иванов А.В., Попов А.А.* // Опт. и спектр. 2012. Т. 113. № 4. С. 418; *Perlin E.Yu., Ivanov A.V., Popov A.A.* // Opt. Spectrosc. 2012. V. 113. N 4. P. 376. doi 10.1134/S0030400X12100074
- [33] *Перлин Е.Ю., Иванов А.В., Попов А.А.* // Опт. и спектр. 2012. Т. 113. № 4. С. 426; *Perlin E.Yu., Ivanov A.V., Popov A.A.* // Opt. Spectrosc. 2012. V. 113. N 4. P. 383. doi 10.1134/S0030400X12100086
- [34] *Перлин Е.Ю., Иванов А.В., Попов А.А.* // Опт. и спектр. 2013. Т. 115. № 5. С. 830; *Perlin E.Yu., Ivanov A.V., Popov A.A.* // Opt. Spectrosc. 2013. V. 115. N 5. P. 739. doi 10.1134/S0030400X13110179