

05,13

Связанные магнитоэлектронные колебания в магнитных материалах

© М.А. Борич^{1,2}, С.П. Савченко¹, А.П. Танкеев¹

¹ Институт физики металлов имени М.Н. Михеева УрО РАН, Екатеринбург, Россия

² Уральский федеральный университет имени Б.Н. Ельцина, Екатеринбург, Россия

E-mail: borich@imp.uran.ru

(Поступила в Редакцию 25 июня 2018 г.)

Проведено теоретическое исследование динамики намагниченности в ферромагнитных образцах сферической формы. Показано, что в магнитоэлектронном приближении в указанных образцах должны существовать электронно-ядерные магнитоэлектронные моды с дискретным спектром собственных колебаний. Структура и полевая зависимость частот этих колебаний существенно зависят от параметра формы сфероида — соотношения между его осями, а также от величины внешнего магнитного поля. Если значения этих параметров оказываются в определенной области, то зависимость частот собственных колебаний системы от них становится нетривиальной. Величиной внешнего поля и формой образца определяются не только частоты собственных колебаний в системе, но и число собственных мод. Более того, для каждой собственной моды существует „запрещенная“ область магнитных полей и параметров формы, при которых эта мода наблюдаться не может.

Работа выполнена в рамках государственного задания ФАНО России, тема „Спин“ № ААА-А18-118020290104-2.

DOI: 10.21883/FTT.2019.01.46895.172

1. Введение

Изучение особенностей поведения ядерных спинов в магнитоупорядоченных средах уже достаточно давно привлекает внимание исследователей [1–3]. Интерпретация спектров ядерного магнитного резонанса (ЯМР) в таких средах существенно сложнее, чем в парамагнетиках. Это связано с тем, что в магнитоупорядоченных средах состояние ядерного спинового момента определяется не только внешним магнитным полем, обычно составляющим 1–10 кОе, сколько внутренним сверхтонким, величина которого может оказаться на 2–3 порядка больше. Внешнее возмущающее поле в ЯМР-экспериментах вызывает малое изменение электронной намагниченности, которое, однако, приводит к достаточно сильному изменению внутреннего сверхтонкого поля, действующего на магнитные ядра. Таким образом, для ядерных спинов в магнитоупорядоченных веществах возмущение, вызываемое внешним полем, никогда не является малым, поэтому для описания их динамики методы, справедливые для описания движения электронной подсистемы (такие, например, как линеаризация уравнений движения намагниченности), являются некорректными.

Взаимодействие электронной и ядерной подсистем в магнитных материалах приводит к ряду интересных особенностей. Например, в ядерной подсистеме возникает динамический сдвиг частоты, величина которого может оказаться достаточно большой [1,2,4]. Кроме того, оказывается, что при низких температурах механизм ре-

лаксации Блоха в ядерной подсистеме оказывается неэффективным, и ядерная релаксация обусловлена, главным образом, взаимодействием с электронной подсистемой, то есть является наведенной. В то же время сохраняется величина ядерного магнитного момента [5]. Если же амплитуда внешнего магнитного поля становится достаточно большой, то движение ядерных спинов становится скоррелированным за счет сул-накамуровского взаимодействия, и при этом кривые дисперсии и поглощения существенно изменяют свой вид. Такое состояние может быть рассмотрено как бозе-эйнштейновский конденсат ядерных магнонов [6].

Поскольку в реальных экспериментах всегда имеют дело с образцами конечных размеров, то результат опыта часто определяется эффектами, связанными с влиянием поверхности образца. Известно, что поверхность образца изменяет динамические свойства электронной спиновой системы. В частности, закон дисперсии магнитоэлектронных волн в слоистых магнитных структурах существенно отличается от закона дисперсии в изолированной магнитной пленке [7,8], что, в свою очередь, вызывает появление особенностей распространения волн в слабонелинейном режиме [9–11]. В пленках и слоистых магнитных структурах появляется множество особенностей ферромагнитного резонанса (ФМР) [12], и форма линии ФМР становится достаточно сложной [13]. Основным отличием спектров ФМР в конечных образцах от массивных является появление дополнительных собственных мод колебаний [14–16]. Динамические

свойства ядерной подсистемы определяются свойствами электронной подсистемы. Поэтому в ней тоже возникает дискретный набор собственных частот, то есть появляются ядерные магнитостатические моды. Впервые роль магнитостатических полей в формировании ядерного спин-волнового спектра обсуждалась в работе [17]. Позже ядерные магнитостатические моды обсуждались в работе [18] и наблюдались экспериментально [19] в образцах сферической формы. В указанных работах рассматривался случай достаточно высоких магнитных полей, когда электронные и ядерные моды оказывались хорошо разделенными. Однако, даже в такой ситуации, определение взаимного расположения собственных мод колебаний оказывается непростой задачей. В частности, выяснилось, что при некоторых значениях полей собственные колебания ядерной намагниченности оказываются вырожденными, то есть различные ядерные собственные моды имеют одну и ту же частоту. Поля и частоты таких вырожденных ядерных мод определяются формой образца [20].

В настоящей работе проводится исследование в области несколько меньших магнитных полей, когда взаимодействие между подсистемами становится слишком сильным и приходится рассматривать связанные электронно-ядерные колебания. В этой области собственные моды обладают рядом интересных особенностей, основные из которых изложены в настоящей статье.

2. Уравнения для определения закона дисперсии

Рассмотрим ферромагнитный образец со 100% содержанием ядер, обладающих магнитным моментом. Полагаем, что поверхность образца представляет собой эллипсоид вращения (сфероид) с осью симметрии z

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1. \quad (1)$$

Здесь a – полуось в плоскости Oxy и b – полуось вдоль оси Oz . Величина $\alpha = a/b$ является характеристикой формы. При $\alpha > 1$ мы имеем дело со сжатым сфероидом, при $\alpha < 1$ – с вытянутым, значение $\alpha = 1$ соответствует сфере. Энергия системы имеет вид

$$\begin{aligned} F = & F_0 + \hat{A} \mathbf{M} \mathbf{m} - M_z H_A - H_0 (M_z + m_z) \\ & - h_x (M_x + m_x) - h_y (M_y + m_y) \\ & + \frac{1}{2} [N_x (M_x + m_x)^2 + N_y (M_y + m_y)^2 + N_z (M_z + m_z)^2], \end{aligned} \quad (2)$$

где F_0 — часть энергии, не зависящая от электронной \mathbf{M} и ядерной \mathbf{m} намагниченностей. Второе слагаемое соответствует сверхтонкому взаимодействию между электронными и ядерными спинами, третье — одноосной магнитной анизотропии („легкая“ ось — ось z).

H_A — поле магнитной анизотропии. Четвертое, пятое и шестое слагаемые описывают взаимодействие электронной и ядерной намагниченностей с постоянным $\mathbf{H}_0 = (0, 0, H_0)$ и переменным $\mathbf{h} = (h_x(t), h_y(t), 0)$ магнитными полями. Последнее слагаемое описывает влияние размагничивающих полей образца на исследуемые эффекты. Величины $N_{x,y,z}$ являются компонентами тензора размагничивающих коэффициентов в его главных осях. Макроскопическим источником этого вклада в энергию системы является магнитное дипольное взаимодействие. Важно, что компоненты тензора размагничивающих факторов эллипсоида определяются только формой (соотношением между полуосями), но не размерами образца. Для сфероидов размагничивающие факторы известны [7]

$$\begin{aligned} N_z = & \frac{4\pi}{1 - \alpha^{-2}} \left(1 - \frac{\alpha^{-1}}{\sqrt{1 - \alpha^{-2}}} \arccos(\alpha^{-1}) \right), \quad \alpha > 1, \\ N_z = & \frac{4\pi}{\alpha^{-2} - 1} \left(\frac{\alpha^{-1}}{\sqrt{\alpha^{-2} - 1}} \ln(\alpha^{-1} + \sqrt{\alpha^{-2} - 1}) - 1 \right), \\ & \alpha < 1. \end{aligned} \quad (3)$$

и представляют собой гладкие функции параметра α .

Поперечные компоненты N_x, N_y равны друг другу в силу симметрии и определяются из соотношения $N_x + N_y + N_z = 4\pi$, которое имеет место в системе координат, оси которой совпадают с главными осями эллипсоида. При изменении α от нуля до бесконечности N_z монотонно возрастает от нуля до 4π . Величины N_x, N_y при этом монотонно убывают от 2π до нуля.

Рассматриваемые нами процессы – достаточно медленные (имеют порядок частот ФМР), что позволяет пренебречь токами смещения и использовать магнитостатическое приближение в соответствующих уравнениях Максвелла

$$[\nabla, \mathbf{h}] = 0, \quad (\nabla, \mathbf{h} + 4\pi(\mathbf{M} + \mathbf{m})) = 0. \quad (4)$$

Первое из этих уравнений позволяет представить магнитное поле через магнитостатический потенциал

$$\mathbf{h} = \nabla\psi, \quad (5)$$

а второе, с учетом симметрии задачи, представляет собой уравнение Уокера [21]

$$\mu \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0. \quad (6)$$

В последнем уравнении μ — диагональная компонента тензора магнитной проницаемости

$$\hat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu & i\mu_1 & 0 \\ -i\mu_1 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

который выражается через высокочастотную магнитную восприимчивость $\hat{\mu} = 1 + 4\pi\hat{\chi}$. Тензор $\hat{\chi}$ связывает намагниченность ферромагнетика с внешним возмущающим полем

$$\mathbf{M} + \mathbf{m} = \hat{\chi}\mathbf{h} \quad (8)$$

и может быть получен из решения системы уравнений Ландау–Лифшица для электронной намагниченности

$$\frac{d\mathbf{M}}{t} = -\gamma_e[\mathbf{M}, \mathbf{H}_M] \quad (9)$$

и уравнений движения для ядерной намагниченности

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = \gamma_n[\mathbf{m}, \mathbf{H}_m]. \quad (10)$$

Здесь γ_e, γ_n — модули электронного и ядерного гиромагнитных отношений, векторы $\mathbf{H}_M = -\partial F/\partial \mathbf{M}$ и $\mathbf{H}_m = -\partial F/\partial \mathbf{m}$ — эффективные магнитные поля, действующие на электронную и ядерную подсистемы. Релаксационными слагаемыми в уравнениях мы пока пренебрегаем. В линейном приближении $M_{x,y} \ll M_0, M_z \sim M_0, m \ll M$ эти уравнения легко решаются, однако аналитические выражения для компонент электронно-ядерной восприимчивости оказываются весьма громоздкими и потому здесь не приводятся.

Дисперсионные соотношения для связанных колебаний электронной и ядерной намагниченности получают как следствия известных граничных условий магнитоэластики. В силу симметрии задачи, всюду ограниченные и стремящиеся к нулю на бесконечности решения уравнения Уокера (6) имеют следующий вид:

$$\psi^{\text{out}} = e^{im\phi} Q_n^m(\xi\xi) P_n^{|m|}(\eta), \quad (11)$$

$$\psi^{\text{in}} = C_{nm} e^{im\phi} \int_{-\pi}^{\pi} P_n(\beta(-\sqrt{-\mu}\xi\eta + \sqrt{\xi^2 \pm 1} \sqrt{1 - \eta^2} \cos(u))) \cos(\mu) du. \quad (12)$$

Здесь ψ^{out} — магнитоэластический потенциал вне образца, ψ^{in} — внутри него, P_n^m и Q_n^m — функции Лежандра первого и второго рода, $P_n \equiv P_n^0$ — многочлен Лежандра, n, m — целые неотрицательные числа, причем m не превышает n , переменные ξ, η, ϕ являются сфероидальными координатами, определяемыми как

$$x = \frac{d}{2} \sqrt{\xi^2 \pm 1} \sqrt{1 - \eta^2} \cos \phi, \\ y = \frac{d}{2} \sqrt{\xi^2 \pm 1} \sqrt{1 - \eta^2} \sin \phi, \quad z = \frac{d}{2} \xi \eta, \quad (13)$$

где $d = 2\sqrt{|a^2 - b^2|}$ — расстояние между фокусами. Коэффициент β при этом равен

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{\pm 1 - \xi_0^2(\mu - 1)}}. \quad (14)$$

Граница сфероида в приведенных координатах задается уравнением $\xi = \xi_0$, где

$$\xi_0 = \frac{1}{\sqrt{|\alpha^2 - 1|}}. \quad (15)$$

Коэффициент ξ при аргументе функции Q_n^m равен единице для случая вытянутого сфероида ($\alpha = a/b < 1$) и $\xi = i$ для сжатого ($\alpha > 1$). В решениях (11), (12), определениях координат (13), а также в выражении для β знак „+“ используется для сжатого сфероида, а знак „–“ — для вытянутого. В случае сферы ($\alpha = 1$) вместо (ξ, η, ϕ) используются обычные сферические координаты (r, θ, ϕ) , при этом $Q_n^m(\xi\xi)$ трансформируется к r^{-n-1} , вместо η и $\sqrt{1 - \eta^2}$ следует использовать $\cos\theta$ и $\sin\theta$. Коэффициент β при этом равен $\beta = (1 - \mu)^{-1/2}$.

Условие непрерывности тангенциальной составляющей поля $\mathbf{h} = \nabla\psi$ на поверхности сфероида приводит к непрерывности самой функции ψ , что позволяет найти коэффициенты C_{nm} . Требование непрерывности нормальной компоненты индукции $\mathbf{b} = \hat{\mu}\nabla\psi$ записывается в виде уравнения относительно частоты ω

$$L(\xi_0) + S \frac{d}{dS} \ln(P_n^{|m|}(S)) - \frac{\mu_1 m}{\alpha^2} = 0. \quad (16)$$

Здесь для краткости введены обозначения: $L(\xi_0) = n + 1$ для сферы ($\alpha = 1$), $L(\xi_0) = -i\xi_0 \frac{d}{d(i\xi_0)} \ln(Q_n^{|m|}(i\xi_0))$ для сжатого ($\alpha > 1$) и $L(\xi_0) = -\xi_0 \frac{d}{d\xi_0} \ln(Q_n^{|m|}(\xi_0))$ для вытянутого ($\alpha < 1$) сфероидов. Выражение (16) представляет собой алгебраическое уравнение относительно переменной S , определяемой как $S = S(\omega) = -\frac{\sqrt{-\mu}}{\sqrt{\alpha^2 - \mu}}$. Величина S лежит в интервале $(-1, 0)$ если $\mu < 0$, в области $(-\infty, -1)$ при $\mu > \alpha^2$, и является чисто мнимой, если $0 < \mu < \alpha^2$. Все эти состояния приходится рассматривать в отдельности из-за специфики вычислений функции Лежандра P_n^m и ее производной. Решение характеристического уравнения (16) представляет собой набор собственных частот связанных колебаний электронной и ядерной намагниченности в сфероидах. Решение будет фиксироваться при помощи трех индексов. Индексы n и m возникают при решении уравнения Уокера, третий индекс r нумерует корни уравнения (16) при заданных (n, m) .

3. Особенности связанных колебаний вблизи критической области

Структура левой части уравнения (16) классифицируется в первую очередь индексами (n, m) . Это связано с тем, что уравнение (16) содержит логарифмическую производную от функции $P_n^m(S)$. Поскольку в области $[-1, 0]$ функция $P_n^m(S)$ имеет несколько нулей, то левая часть уравнения содержит разрывы второго рода. Корни уравнения следует искать на каждом из интервалов

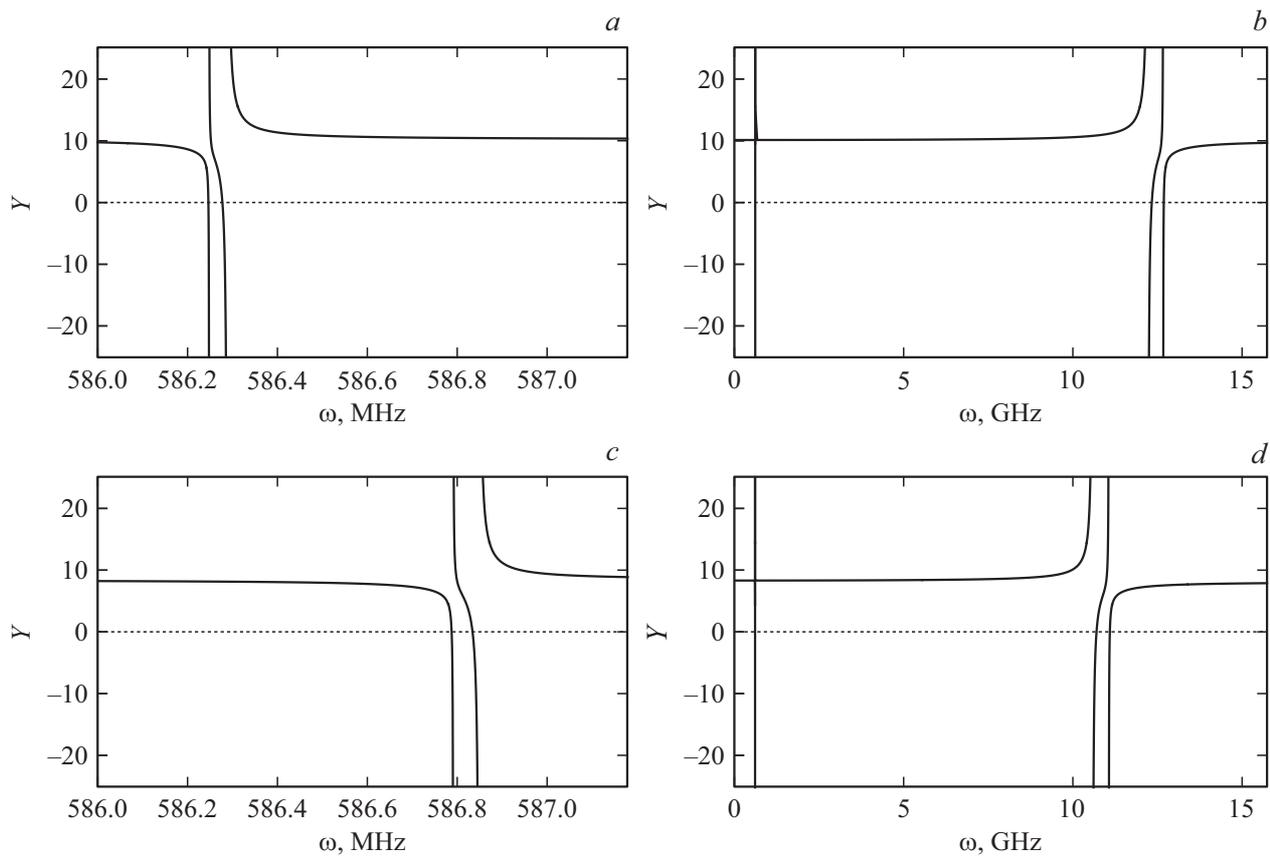


Рис. 1. Зависимость вида левой части Y характеристического уравнения (16) от параметра формы α . (a, b) соответствуют $\alpha = 0.9$; (c, d) – $\alpha = 1.1$. (a, c) отражают детально структуру вблизи ядерной частоты, (b, d) включают электронную и ядерные частоты: вертикальные линии в левой части рис; (b, d) в развернутом виде представлены на рис. (a, c).

между этими точками разрыва. Однако даже при фиксированных (n, m) левая часть характеристического уравнения существенно трансформируется при изменении внешнего магнитного H_0 и параметра формы α . Далее для удобства обозначим левую часть уравнения (16) за Y и покажем, как Y зависит от формы образца (параметра α). Для этого будем использовать известные характеристики ферромагнетика MnFe_2O_4 : намагниченность насыщения $M_0 = 560$ Ое, сверхтонкие поля, действующие на ядерную систему со стороны электронной и электронную со стороны ядерной равны $AM_0 = 586$ кОе и $Am_0 = 8$ Ое соответственно, поле анизотропии типа „легкая ось“ равно $H_A = 1$ кОе. Гиромагнитные отношения для электронной и ядерной систем равны $\gamma_e = 17.58$ GHz/kOe, $\gamma_n = 6.28 \times 10^{-3}$ GHz/kOe [18]. Полагаем внешнее постоянное поле $H_0 = 3$ кОе. Это значение поля является обычным в экспериментах ЯМР. С изменением параметра α величина Y изменяется либо по достаточно простому, либо по чрезвычайно сложному сценарию. Первая ситуация реализуется для достаточно малых α , когда электронные и ядерные моды сильно разнесены. Изменение α приводит к заметному сдвигу высокочастотной (электронной) части графика зависимости $Y(\omega)$ и относительно малому сдвигу низ-

кочастотной (ядерной). Число корней уравнения при этом остается неизменным. Иллюстрация для мод с индексами $(n, m) = (4, 0)$ приведена на рис. 1.

В некоторой ограниченной области $\alpha \in (\alpha_{min}; \alpha_{max})$ мы имеем дело со сложной ситуацией. Электронные и ядерные моды находятся близко друг от друга, и их взаимодействие приводит к существенной перестройке уравнения: заметными становятся сдвиги как электронной, так и ядерных ветвей. Более того, могут исчезать некоторые корни уравнения. Число собственных мод колебаний, то есть число корней характеристического уравнения (при фиксированных (n, m)), таким образом, зависит от параметра формы α . Ситуация продемонстрирована на рис. 2, где, как и для описанного выше случая, выбрана пара индексов $(n, m) = (4, 0)$. Как видно из рис. 2, $a-c$, соответствующих $\alpha = 3.6$; 3.67; 3.68, вид функции $Y(\omega)$ существенно изменяется, но число корней уравнений остается равным четырем. При $\alpha = 3.7$; 3.8 (рис. 2, d, e) число корней уже становится равным двум. Причем при изменении с $\alpha = 3.7$ до $\alpha = 3.8$ происходит качественный переход: исчезают разрывы второго рода и функция становится непрерывной. Затем начинается область значений α , где уравнение корней не имеет (рис. 2, $f-h$). При этом, начиная с некоторого α ,

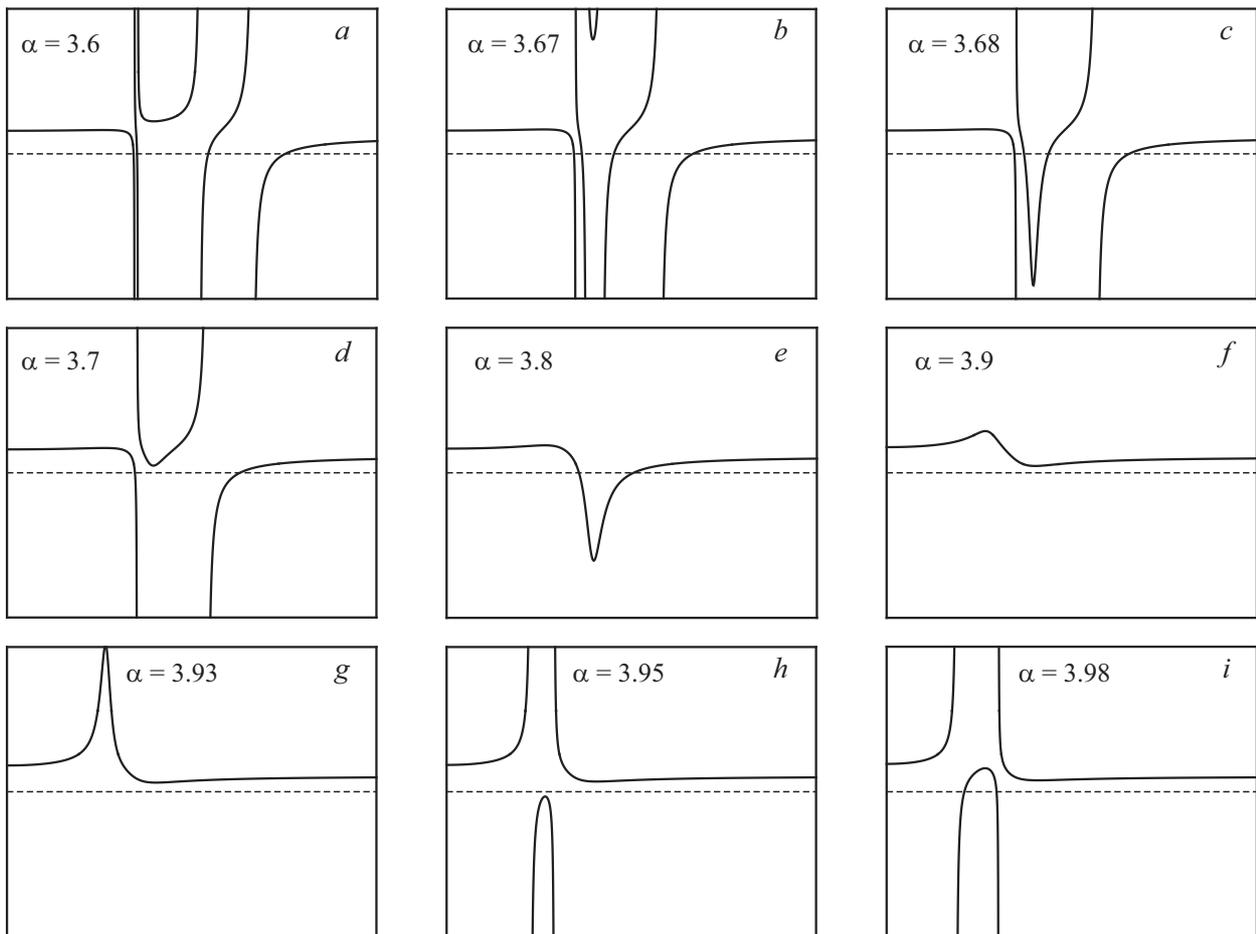


Рис. 2. Зависимость вида левой части Y характеристического уравнения (16) от параметра формы α вблизи критической области. Штриховая линия соответствует $Y = 0$. Все рисунки выполнены в одном масштабе. По горизонтальной оси отложены частоты ω от 0 до 1.5 GHz

опять возникают разрывы второго рода (см. рис. 2, *h*, где $\alpha = 3.95$). Далее вновь начинается область, где уравнение имеет корни (2 (i)).

Наличие столь интересных особенностей в левой части характеристического уравнения вызывает необходимость исследовать более подробно зависимость собственных частот от соотношения полуосей сфероидов. Результаты исследования приведены на рис. 3 для мод с наименьшими значениями (n, m) : (1, 1), (2, 0), (3, 1) и (4, 0). Простейшая структура получается для $(n, m) = (1, 1)$. При $\alpha < \alpha_l$ есть две разделенные моды: низкочастотная ядерная и высокочастотная электронная (см. рис. 3, *a*). При приближении к левой критической точке $\alpha = \alpha_l$ разница между их частотами становится малой. В интервале $(\alpha_l; \alpha_r)$ характеристическое уравнение решений не имеет, и наблюдение собственных мод $(n, m) = (1, 1)$ становится невозможным. Далее в точке $\alpha = \alpha_r$ собственные моды появляются снова. При $\alpha = \alpha_r$ электронная и ядерная частоты равны. С увеличением α частота одной моды (ядерной) меняется слабо, вторая (электронная) — быстро уменьшается до нуля при некотором значении α_0 . После достижения нуля

низкочастотная ветвь снова начинает расти и пересекает слабо изменяющуюся ядерную ветвь. Дальнейшее увеличение α вновь приводит к хорошо разделенным электронной и ядерной модам.

Для моды $(n, m) = (2, 0)$ (см. рис. 3, *b*) структура зависимости собственных частот от α несколько отличается. Левая часть графика ($\alpha < \alpha_l$) аналогична левой части для случая (1, 1): имеются две хорошо разделенные моды. Затем, как и ранее, возникает запрещенная зона. Однако поведение мод после запрещенной зоны различно. Сначала возникают две моды с совпадающими частотами. Одна из них остается вблизи ядерной частоты, вторая — с увеличением α уменьшается до нуля. Далее в фиксированной области изменения α возможна только одна (ядерная) собственная частота. В следующей критической точке снова появляется вторая низкочастотная ветвь (начинается с нулевой частоты): эта мода возрастает до значения ядерной частоты и трансформируется в практически постоянную ядерную моду. При этом та ветвь, что существовала ранее, трансформируется в высокочастотную электронную. Пересечения между низкочастотной и высокочастотной ветвями нет. Моды (2, 1)

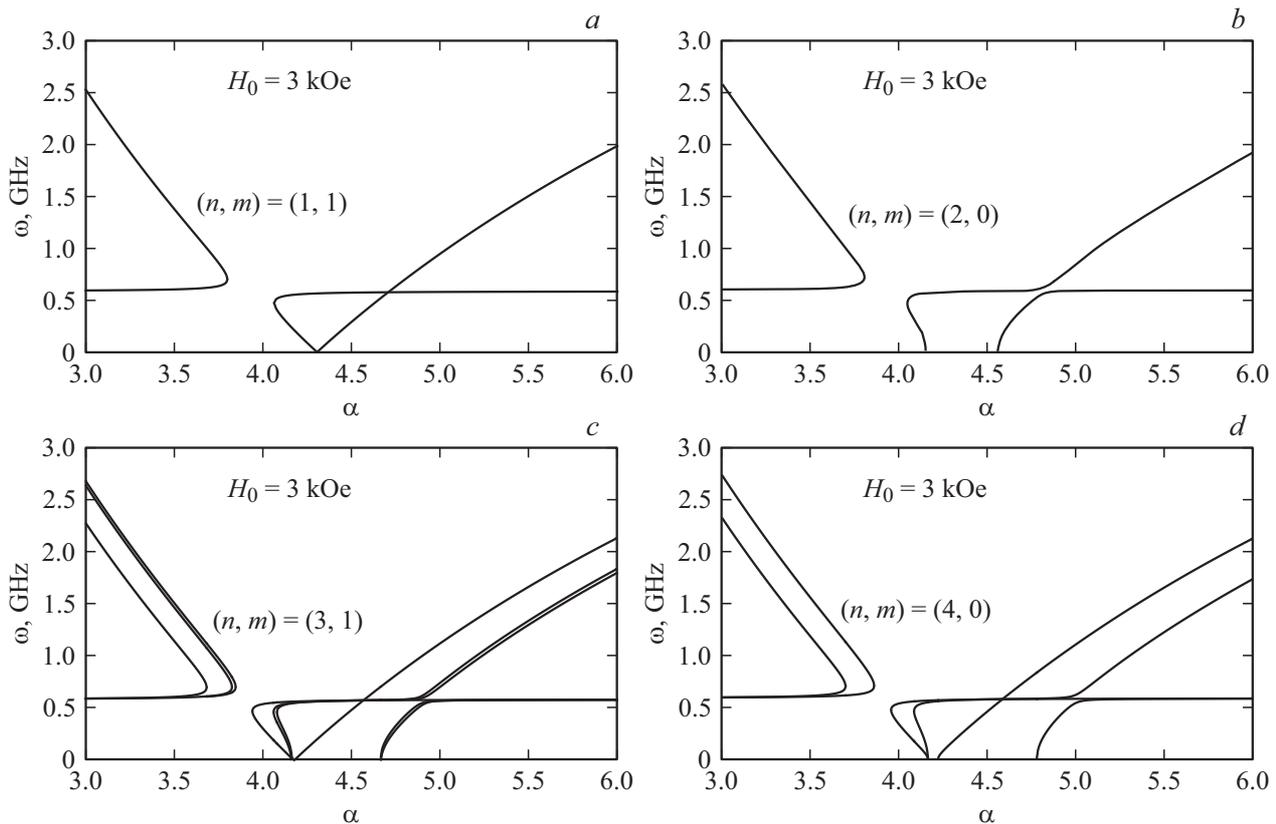


Рис. 3. Зависимости частот собственных мод от параметра формы α .

и $(2, 2)$, $(3, 2)$, $(3, 3)$ имеют такую же структуру, что и мода $(1, 1)$. Мода $(3, 0)$ подобна моде $(2, 0)$. Отличия проявляются только количественные. Для каждой моды будет собственная запрещенная область, собственные значения α , где одна из частот обращается в нуль, и собственное значение величины α , при котором электронная и ядерная моды пересекаются.

Рассмотренные выше собственные моды имеют простую структуру. Каждой паре индексов (n, m) соответствует только две собственные моды, которые можно отнести либо к ядерной, либо к электронной подсистемам. На рис. 3, *c, d*) изображены более сложные ситуации $(n, m) = (3, 1)$ и $(n, m) = (4, 0)$. В этом случае одной паре (n, m) соответствует более двух собственных мод и для нумерации этих мод требуется третий индекс r . Для индексов $(n, m) = (3, 1)$ (рис. 3, *c*) при малых α есть три электронных и три ядерные моды. С увеличением α их частоты сближаются и последовательно „выключаются“: сначала остается четыре моды, потом две, и далее начинается запрещенная область. Затем моды последовательно „включаются“ (сначала две моды, потом четыре, потом шесть). При некотором α частоты всех трех нижних мод обращаются в нуль. Далее остаются три ядерных моды и одна электронная. Последняя сначала является низкочастотной, но потом пересекает ядерные моды и становится высокочастотной. Поведение этой моды аналогично случаю $(1, 1)$.

Далее при определенном значении α вновь появляются две низкочастотные электронные ветви, которые возрастают и трансформируются в ядерные моды. При этом две ядерные моды трансформируются в электронные высокочастотные. Поведение этих двух мод аналогично моде $(2, 0)$. Чуть проще ситуация $(4, 0)$, приведенная на рис. 3, *d*). В этом случае имеется две пары мод, поведение которых аналогично модам $(2, 0)$.

Заметим, что приведенные на рис. 3 моды были построены для поля $H_0 = 3$ kOe. Изменение величины поля не меняет качественной картины, но приводит к сдвигу критической области, причем уменьшение величины поля приводит к сдвигу влево (к меньшим значениям α), а увеличение — к сдвигу вправо. Можно также рассмотреть математически эквивалентную задачу: зафиксировать форму образца (значение α) и изменять значение поля H_0 . Результат такого исследования для $\alpha = 2$ приведен на рис. 4. Очевидно, что все перечисленные особенности поведения собственных частот сохраняются и в этом случае. Сравнение рис. 3 и 4 приводит к следующему заключению. В этих рисунках инвертированы левая и правая части, а все критические значения параметра α однозначно преобразуются в соответствующие критические значения внешнего магнитного поля.

Из проведенного анализа следует, что роли параметра формы и внешнего постоянного поля скоррелированы. Так, в поле $H_0 = 3$ kOe интересные особенности на-

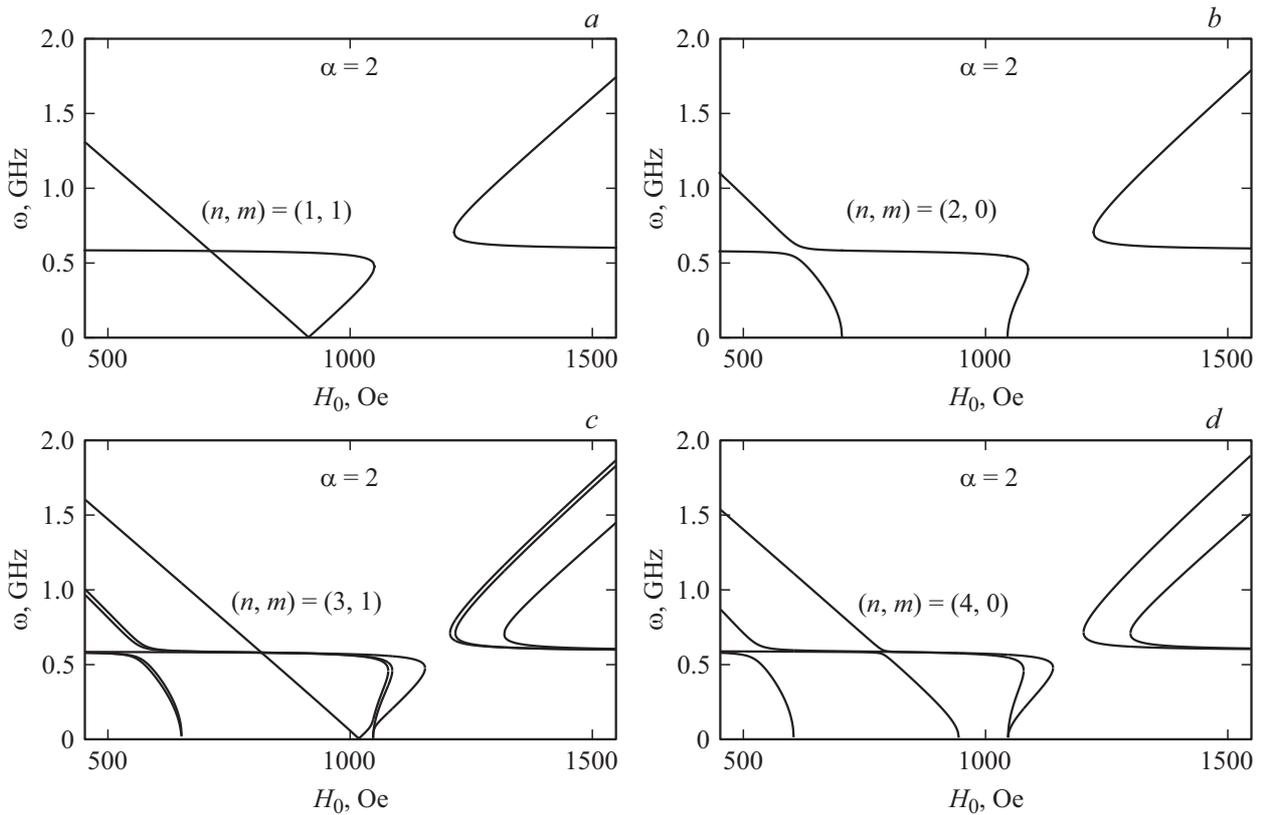


Рис. 4. Зависимости частот собственных мод от величины внешнего магнитного поля H_0 .

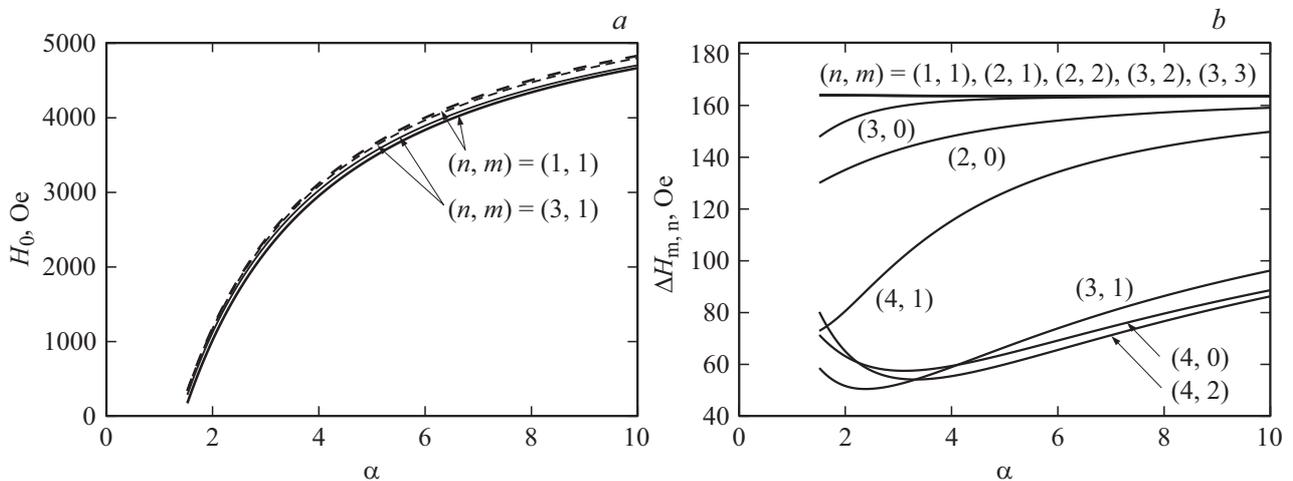


Рис. 5. Зависимости границ „запрещенной зоны“ (а) и ширины этой зоны (б) от параметра формы α .

блюдаются для значения $\alpha \sim 4$ (см. рис. 3), то есть для достаточно сильно сжатого сфероида. Если взять меньшее значение α , например $\alpha = 2$, то отмеченные особенности должны наблюдаться в полях $H_0 \sim 1$ кОе (см. рис. 4). Для менее сжатых сфероидов критическая область смещается в сторону меньших полей, формально уходя в отрицательную область (поле H_0 прикладывается в противоположном направлении). Поскольку в нашей постановке задачи полагалось $H_0 > 0$, то случай

меньших α с точки зрения изучения критической области интереса не представляет.

Исследуем детально зависимость положения критической области от параметров H_0 , α . Ограничимся изучением зависимости границ H_1 , H_2 области $H_1 < H_0 < H_2$, в которой собственные моды запрещены, от параметра формы. На рис. 5, а приведены зависимости критических полей — границ запрещенной зоны от параметра формы α для $(n, m) = (1, 1)$ (жирные линии) и

$(n, m) = (3, 1)$ (тонкие линии). Сплошные линии соответствуют нижним границам зон (H_1), штриховые — верхним (H_2). В области между сплошной и штриховой линиями соответствующие моды колебаний существовать не могут. Из рис. 5, *a* можно сделать ряд выводов. Во-первых, с увеличением α (сжатие сфероид) критическая область смещается в сторону более высоких полей. Во-вторых, ширина запрещенной зоны $\Delta H = H_2 - H_1$ слабо зависит от α . В-третьих, границы зон зависят от индекса (n, m) моды, но на рис. 5, *a* детали этой зависимости не видны. Для ее демонстрации приведен рис. 5, *b*, где изображены зависимости ширины запрещенной области от формы образца. Видно, что для мод типа $(n, n - 1)$ и (n, n) ширина области ΔH практически не зависит от параметра формы α и слабо зависит от n , тогда как для остальных мод форма образца кардинально влияет на ширину запрещенной области. Для некоторых мод, например $(2, 0)$, $(3, 0)$ и $(4, 1)$, ширина зоны монотонно возрастает с α , приближаясь к модам $(n, n - 1)$ и (n, n) . Для других мод, таких как $(3, 1)$, $(4, 0)$ и $(4, 2)$, ширина зоны немонотонна: сначала она сужается до некоторого значения α , а затем начинает расширяться. Рис. 5, *a* и *b* дополняют друг друга: по рис. *a* можно приближенно определить положение критической области, а по рис. *b* — ее ширину.

4. Заключение

В работе проведено исследование связанных колебаний ядерной и электронной намагниченности в ферромагнитных образцах сфероидальной формы. Все характеристики образца, такие как намагниченность насыщения, сверхтонкие поля, величины анизотропии, ядерных и электронных гиромагнитных отношений, взяты для феррита со структурой шпинели MnFe_2O_4 [18]. Для исследуемой системы получены характеристические уравнения, позволяющие исследовать спектр собственных колебаний. На собственные частоты значительное влияние оказывают параметр формы образца $\alpha = a/b$ — соотношение полуосей сфероид и величина H_0 внешнего постоянного поля. Параметр формы входит в характеристическое уравнение как явно, так и неявно. Неявная зависимость обусловлена тем, что это уравнение содержит тензор динамической магнитной восприимчивости, компоненты которого зависят от размагничивающих полей, которые, в свою очередь, детерминируются параметром α . Важно, что эти размагничивающие поля определяются только формой образца, а не его размерами. Последнее позволяет считать полученные результаты экспериментально проверяемыми и применимыми в различных ситуациях. Кроме того, проведенное исследование зависимости характеристик системы от параметра формы можно также рассматривать как изучение влияния размагничивающих факторов на спектр собственных колебаний.

Проведенный анализ решений характеристического уравнения позволяет сделать следующие выводы. Во-первых, для классификации собственных колебаний намагниченности необходимы три индекса. Первые два (n, m) — следствие граничных условий магнитостатики, третий (r) нумерует корни характеристического уравнения при заданных (n, m) . Во-вторых, в структуре собственных мод могут реализоваться два режима. Для первого режима характерны две ярко выраженные группы собственных колебаний: электронные и ядерные моды. Электронные моды характеризуются сильной зависимостью частот от величины внешнего магнитного поля H_0 , а частоты ядерных мод от магнитного поля зависят слабо. Второй режим характеризуется сильным взаимодействием между электронной и ядерной подсистемами. В этом режиме трудно выделить электронные и ядерные моды: все моды имеют сильную полевую зависимость. Область существования такого режима (критическая область) определяется двумя указанными параметрами α и H_0 , роли которых скоррелированы. В частности, увеличение магнитного поля H_0 уводит критическую область в сторону более сжатых образцов (большие значения α), или наоборот, сжатие образца сдвигает критическую область в сторону более высоких полей. Изменение α и H_0 в критической области приводит не только к существенному изменению частот собственных мод, но и к изменению их числа. В частности, нами были приведены примеры последовательного „выключения“ и „включения“ мод с несколькими индексами (n, m) . Более того, для каждого (n, m) есть запрещенная область, где не может реализоваться ни одна из мод (n, m, r) . В работе проведено исследование локализации этой области в зависимости от параметров задачи для нескольких мод с наименьшими значениями (n, m) . Положение запрещенной зоны (значения полей $H_1 < H_0 < H_2$, в которых не существует соответствующих собственных мод), определяется параметром формы образца. При этом выяснилось, что для мод вида $(n, n - 1)$ и (n, n) ширина запрещенной зоны $\Delta H = H_2 - H_1$ практически одинакова для различных сфероидов, а для остальных мод ширина зоны может сильно зависеть от параметра формы.

Приведенные результаты достаточно наглядны и допускают экспериментальную проверку. Наличие запрещенной зоны собственных колебаний при обычных значениях постоянного магнитного поля, очевидно, представляет интерес и с точки зрения практических применений. В нашей статье все результаты были получены для ферромагнетика MnFe_2O_4 . Очевидно, что в других ферромагнетиках результаты будут несколько другими. Изменение величин сверхтонких полей, а также типов и величин анизотропии, разумеется, повлияет на положение запрещенной зоны, но не на сам факт ее существования. Кроме того, возможно, что подобные запрещенные зоны могут реализовываться не только в ферромагнетиках, но и в ферритах и антиферромагнетиках. В последних, как было отмечено во Введении, при

низких температурах реализуется достаточно сложная форма линий дисперсии и поглощения сигналов ЯМР, связанная с появлением динамического сдвига частоты (ДСЧ). Величина ДСЧ определяется частотами электронных и ядерных колебаний [5,6]. В настоящей работе показано, что спектр магнитостатических электронно-ядерных колебаний в сфероидальных образцах обладает сложной полевой зависимостью. Очевидно, что эти особенности отразятся на структуре ДСЧ, и, следовательно, проявятся на виде сигналов ЯМР. Последнее может представлять интерес для дальнейших теоретических и экспериментальных исследований.

Список литературы

- [1] Е.А. Туров, М.П. Петров. Ядерный магнитный резонанс в ферро- и антиферромагнетиках. Наука, М. (1969). 261 с.
- [2] М.И. Куркин, Е.А. Туров. ЯМР в магнитоупорядоченных веществах и его применения. Наука, М. (1990). 244 с.
- [3] D. Feldmann, H.R. Kirchmayr, A. Schmolz, M. Velicesku. IEEE Transact. Magn. Magn. **7**, 1, 61 (1971).
- [4] V.I. Tsifrinovich. Sov. Phys. JETP **65**, 783 (1987).
- [5] М.А. Борич, Ю.М. Бунков, М.И. Куркин, А.П. Танкеев. JETP Letters **105**, 21 (2017).
- [6] L.V. Abdurakhimov, М.А. Борич, Ю.М. Бунков, R.R. Gazizulin, D. Konstantinov, М.И. Куркин, А.П. Танкеев. Phys. Rev. B **97**, 024425 (2018).
- [7] А.Г. Гуревич. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. Наука, М. (1973). 588 с.
- [8] В.Г. Шавров, В.И. Щеглов. Магнитостатические волны в неоднородных полях. Физматлит, М. (2016). 253 с.
- [9] А.П. Танкеев, А.Г. Шагалов, М.А. Борич, В.В. Смагин. ФММ **93**, 29 (2002).
- [10] А.П. Танкеев, А.Г. Шагалов, М.А. Борич, В.В. Смагин. ФММ **95**, 10 (2003).
- [11] М.А. Борич, А.В. Кобедев, В.В. Смагин, А.П. Танкеев. J. Phys.: Condens. Matter **15**, 8543 (2003).
- [12] O. Yalçin. Ferromagnetic Resonance—Theory and Applications. InTech.(2013). 247 p.
- [13] A. Layadi. AIP Adv. **5**, 057113 (2015).
- [14] А.Г. Гуревич. Магнитные колебания и волны. М. Физматлит. (1994). 464 с.
- [15] R. Urban, A. Putilin, P.E. Wigen, S.-H. Liou, M.C. Cross, P.C. Hammel, M.L. Roukes. Phys. Rev. B **73**, 212410 (2006).
- [16] D.E. Beeman, H.J. Fink, D. Shaltel. Phys. Rev. **147**, 454 (1966).
- [17] P.G. de Gennes, P.A. Pincus, F. Hartman-Boutron, G.M. Winter. Phys. Rev. **129**, 1105 (1963).
- [18] T.G. Blocker. Phys. Rev. **154**, 446 (1967).
- [19] A.R. King, V. Jaccarino, S.M. Rezende. Phys. Rev. Lett. **37**, 533 (1976).
- [20] М.А. Борич, С.П. Савченко, А.П. Танкеев. Magnetic Resonance in Solids. Electron. J. **20**, 18104 (2018).
- [21] L.R. Walker. Phys. Rev. **105**, 390 (1957).

Редактор Т.Н. Василевская