

Магнитогидродинамическая модель 3D-принтера для расплава стали

© В.Б. Ошурко, А.М. Мандель, А.А. Шарц, К.Г. Соломахо

Московский государственный технологический университет „СТАНКИН“,
127055 Москва, Россия

e-mail: vbo08@mail.ru, arkadimandel@mail.ru, schtscha@yandex.ru, kirgeosol@gmail.com

(Поступило в Редакцию 11 февраля 2018 г.)

Основными проблемами создания 3D-принтера для машиностроения являются: низкая скорость печати, малый объем образца и низкое качество изделий. Для решения этих проблем предложен новый принцип высокоэффективной 3D-печати для расплава стали, основанный на сжатии струи расплава магнитным полем протекающего тока и повышении температуры кристаллизации. Оказалось, что существуют условия, при которых тепловыделение тока может быть скомпенсировано другими процессами. Определены диапазоны параметров, при которых такой механизм может реализоваться.

DOI: 10.21883/JTF.2018.12.46778.62-18

Введение

Как известно, в настоящее время существуют и развиваются высокоэффективные методы 3D-печати для полимеров. Однако попытки реализовать такие аддитивные технологии в не менее важной области — для расплава стали в машиностроении — пока далеки от желаемого как по производительности, так и по качеству получаемого материала. Наиболее известные методы аддитивного синтеза изделий — лазерное спекание порошков и холодное напыление имеют характерные показатели производительности в несколько десятков граммов в час для спекания, для холодного напыления — десятков граммов в минуту [1]. При этом общепризнанно, что качество синтезированного материала оказывается низким.

В связи с этим появляется интерес к принципиально иным методам трехмерной печати, в частности для задач машиностроения. В настоящей работе рассмотрена принципиально новая возможность создания высокоэффективного 3D-принтера для жидких металлов. Суть метода может состоять в следующем. Как известно, при пропускании тока через струю расплавленного металла возникают хорошо известные силы Ампера, приводящие к сжатию проводника. С другой стороны, температура кристаллизации для большинства металлов растет с ростом давления [2]. Если созданы такие условия, что давление в области конца струи окажется достаточно большим, то в этой области произойдет переход через точку кристаллизации в твердое состояние. Очевидно, что этим процессом можно управлять путем изменения протекающего тока и, при создании соответствующих процедур 2D-„сканирования“ и удаления излишка расплава, осуществлять трехмерную печать изделий с производительностью, определяемой только скоростью потока расплава.

Однако при этом возникает целый ряд вопросов, которые могут существенно повлиять на саму возможность реализации такой печати. Так, увеличение тока, необходимое для создания давления одновременно,

должно вызывать нагрев, препятствующий кристаллизации, и т.п. Пока совершенно неясно, существует ли вообще такая область параметров, в которой в принципе достижим описанный режим струи „принтера“. Иначе говоря, необходимо выяснить возможно ли, что указанное повышение температуры кристаллизации будет превалировать над нагревом током.

Итак, цель настоящей работы — построение магнитогидродинамической модели истечения струи расплава металла при протекании тока с учетом баланса тепла для выяснения принципиальной возможности новой аддитивной технологии описанного типа.

Магнитогидродинамическая модель

Рассмотрим струю жидкого металла, истекающую из резервуара вдоль оси z , направленной вниз с начальной скоростью v_0 . Будем считать режим истечения устоявшимся, так что $dv/dt = 0$, и можно использовать обычное стационарное уравнение магнитогидродинамики, представляющее собой уравнение Навье–Стокса с магнитным членом [3]:

$$(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = \nu\Delta\mathbf{v} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \mathbf{g} + \frac{1}{\rho}[\mathbf{j}, \mathbf{B}], \quad (1)$$

где \mathbf{v} — скорость, p — давление, ν — вязкость, \mathbf{g} — ускорение свободного падения, \mathbf{j} — плотность тока и \mathbf{B} — магнитное поле.

Прежде всего заметим, что в нашем случае магнитное поле не является внешним, а задается самим током, протекающим по струе. Оценим величину этого магнитного поля, стандартно полагая плотность электрического тока постоянной по сечению струи.¹ Поскольку $\mathbf{B} = \mu_0\mu[\mathbf{j}, \mathbf{r}]$, то в кольце радиуса r внутри струи ($r < R$) получаем

¹ Строго говоря, распределение плотности тока по сечению струи определяется из условия минимизации энергии. Это, однако, может изменить нашу оценку лишь на постоянный коэффициент порядка единицы.

для распределения индукции магнитного поля по радиусу струи

$$B(r) = \mu\mu_0 jr/2,$$

где плотность тока

$$j = I_0/\pi R^2(z),$$

Здесь μ — магнитная проницаемость жидкого металла, μ_0 — магнитная постоянная, I_0 — сила тока. Тогда в цилиндрических координатах последний член в уравнении (1) имеет лишь радиальную компоненту, равную

$$-\frac{\mu\mu_0}{\rho} r j^2,$$

представляющую собой силу Ампера (отнесенную к плотности ρ), действующую, как и следует, вдоль радиуса и направленную к оси струи, т.е. в направлении сжатия. Далее будем полагать, что режим струи является практически ламинарным, а диаметр струи — много меньше ее длины и пренебрежем угловой и радиальной компонентами полной скорости потока $\mathbf{v} = (v_r, v_\phi, v_z)$, так что $v_r \approx 0$, $v_\phi \approx 0$, обозначим $v_z = v$.

Заметим, что мы не делаем обычного предположения о несжимаемости жидкости, поскольку при больших токах не исключены давления в 100–1000 kbar, когда сжимаемость может быть существенной. Кроме того, в таких приближениях предположение о несжимаемости жидкости $\text{div}(\mathbf{v}) = 0$ немедленно приводит к $dv_z/dz = 0$, т.е. к $v_z = \text{const}$, и в силу уравнения непрерывности $Q_0 = \rho v(z)S(z)$ (Q_0 — поток массы, kg/s, $S(z)$ — сечение струи) приводит к постоянному по z сечению струи S .

В итоге в цилиндрических координатах получается по \mathbf{e}_r уравнение для радиальной зависимости давления

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{\mu\mu_0}{\rho} r j^2. \quad (2)$$

По \mathbf{e}_z получается уравнение для v

$$v \frac{\partial v}{\partial z} = v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g. \quad (3)$$

Следующим приближением может являться независимость $v_z = v$ от радиуса r . В самом деле, это — естественное приближение для потока в отсутствие неподвижных стенок, у которых скорость потока должна была бы быть равной нулю. Но тогда давление $p = p(z)$, входящее в правую часть (3), также должно не зависеть от радиуса, что противоречит уравнению (2) для радиальной зависимости давления p . Это противоречие легко устранимо, если предположить, что p , так же как и v_z , слабо зависит от r и тогда можно воспользоваться усредненным по r значением p на данной высоте z . Интегрируя уравнение (2), получим для $p(z, r)$

$$p(z, r) = -\mu_0 \mu J^2 \frac{r^2}{2} + C_1,$$

где C_1 — константа интегрирования. В качестве $p(z)$, предполагая слабую зависимость $p(r)$, теперь следует

взять среднее значение (от поля на элементе площади $2\pi r dr$) по площади $\pi R(z)^2 = S(z)$. Учтем также условие непрерывности электрического тока $J(z)S(z) = I_0$:

$$p(z) = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R p(z, r) 2\pi r dr = \frac{\mu_0 \mu I_0^2}{16\pi S(z)} + C_1, \quad (4)$$

где константа интегрирования, не зависящая от магнитного поля, представляет собой статическое давление P_0 .

С учетом непрерывности потока вещества $\rho v_0 S_0 = \rho v(z)S(z)$ (здесь v_0 и S_0 — соответственно начальные скорость и сечение струи при $z = 0$) уравнение (3) легко решается, хотя решения выражаются через функции Бесселя или функции Эйри. Как следствие, выражения для определения констант интегрирования представляют собой трансцендентные уравнения и могут быть решены только численно. Однако для получения более простых и чисто качественных соотношений между параметрами уместно рассмотреть упрощенную задачу, положив вязкость в уравнении (3) равной нулю.

В этом случае уравнение (3) представляет собой просто дифференциальную форму (d/dz) хорошо известного уравнения Бернулли [4]. При этом вводимое давление, создаваемое магнитным полем тока, как легко видеть из (4), представляет собой не что иное, как плотность энергии магнитного поля, как это и должно быть в уравнении Бернулли. Итак, условия применимости нашей модели определяются применимостью уравнения Бернулли. Это уравнение, модифицированное с учетом магнитного поля, в итоге можно записать в виде

$$\rho v^2(z)/2 + \rho g z + P_0 + p(z) = \text{const}, \quad (5)$$

где $p(z)$ — давление, связанное с магнитным полем и фактически равное плотности энергии магнитного поля в сечении на высоте z .

Определим управляемые параметры данной задачи. Очевидно, в эксперименте можно изменять следующие параметры: полный электрический ток I_0 , начальное сечение струи, т.е. сечение отверстия S_0 , длина струи L и давление P_0 , которым, очевидно, будет задаваться начальная скорость v_0 . В дальнейшем будем считать управляемым параметром саму скорость v_0 .

Теперь для наших целей прежде всего необходимо найти давление P_1 в конце струи как функцию управляющих параметров. Для этого используем (4), в которое необходимо подставить сечение в конце струи S_1 , т.е. на заданном расстоянии L . Воспользуемся для этого уравнением Бернулли (5) в виде

$$\frac{1}{2} \rho v_0^2 + \rho g L + \frac{\mu_0 \mu I_0^2}{16\pi S_0} = \frac{\rho v_0^2 S_0^2}{2S_1^2} + \frac{\mu_0 \mu I_0^2}{16\pi S_1},$$

где левая часть относится к верхней точке струи, а правая — к нижней; проведена замена $v(L) = v_0 S_0/S_1$ из

условия непрерывности потока. Отсюда нетрудно найти S_1 и соответствующее давление P_1 :

$$S_1 = \frac{S_0 \left(\frac{1}{16\pi} \mu_0 \mu I_0^2 + \sqrt{A} \right)}{(\rho v_0^2 S_0 + 2\rho g L S_0 + \frac{1}{8\pi} \mu_0 \mu I_0^2)},$$

$$P_1 = \frac{\mu_0 \mu I_0^2 (\rho v_0^2 S_0 + 2\rho g L S_0 + \frac{1}{8\pi} \mu_0 \mu I_0^2)}{16\pi S_0 \left(\frac{1}{16\pi} \mu_0 \mu I_0^2 + \sqrt{A} \right)}, \quad (6)$$

где

$$A = (\rho^2 v_0^2 + 2\rho^2 g L) S_0^2 v_0^2 + \left(\frac{1}{8\pi} \rho v_0^2 S_0 + \frac{1}{256\pi^2} \mu_0 \mu I_0^2 \right) \mu_0 \mu I_0^2.$$

Баланс тепла

Поскольку наиболее важный рассматриваемый здесь процесс — кристаллизация, то принципиальное значение приобретает распределение температуры в потоке расплава. Рассмотрим температурный режим струи жидкого металла под током. Ясно, что этот режим определяется балансом четырех потоков тепла. Прежде всего расплав металла находится при температуре не ниже, чем температура плавления, и теряет энергию за счет излучения в окружающую среду. В случае достаточно высоких температур (порядка температуры плавления) такие потери могут быть вовсе не малыми. Пренебрегая температурой среды на фоне температуры расплава, для теплоотдачи элемента струи высотой dz и радиуса $R(z)$ в единицу времени можем записать

$$dQ_1 = \sigma T^4 \cdot 2\pi R dz,$$

где σ — постоянная Стефана–Больцмана. Компенсирует эту теплоотдачу тепловыделение тока

$$dQ_2 = I_0^2 dz / \chi S(z).$$

Следует учесть также два процесса, которые выравнивают распределение температуры вдоль струи: во-первых, „конвекционный“ поток тепла вдоль струи

$$dQ_3 = \rho C_p \cdot v(z) S(z) dT = \rho C_p \cdot v_0 S_0 dT,$$

где мы воспользовались уравнением непрерывности потока вещества; здесь C_p — удельная теплоемкость металла. Во-вторых, температура выравнивается за счет обычной диффузии тепла или теплопроводности

$$dQ_4 = \kappa \frac{S(z)}{dz} \frac{\Delta T}{dz/L}.$$

Уравнение Фурье для баланса тепла в итоге выглядит следующим образом:

$$dQ_4 + dQ_3 + dQ_2 - dQ_1 = 0.$$

Оценим вклад всех составляющих этого уравнения. В работе использовались следующие параметры для стали: $T_m = 1790$ К, плотность $\rho = 7000$ kg/m³, теплопроводность $\kappa = 47$ W/(m · К), удельная теплоемкость $C_p = 825$ J/(kg · К), электропроводность $\chi = 10^7$ Ω⁻¹ · м⁻¹ [5]. Оценки вкладов всех составляющих уравнения баланса тепла, проведенные для всех указанных материалов (с учетом постоянной Стефана–Больцмана $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ W/(m² · К⁴) и магнитной проницаемости расплава, находящегося заведомо выше точки Кюри, т.е. $\mu \approx 1$) и в широком диапазоне выбранных для оценок условий эксперимента (в частности, $I_0 = 1-1000$ А, $v_0 = 0.1-100$ м/с, $\Delta T = 1-100$ К, $dz = 0.001$ м, $L = 0.01-1$ м) показывают, что поток тепла за счет теплопроводности Q_4 для всех материалов оказывается на несколько порядков меньше остальных. Таким образом, можно пренебречь вкладом теплопроводности на фоне тепловыделения тока и потерь на излучение. Тогда уравнение баланса тепла (деленное на dz) принимает вид

$$\frac{\Delta T}{\Delta z} = \frac{1}{\rho C_p v_0 S_0} \left[\frac{I_0^2}{\chi S(z)} - 2\pi \sigma R(z) T^4(z) \right].$$

Это уравнение не имеет аналитического решения, но его можно численно проинтегрировать, явно определив функции $S(z)$ и $R(z)$ из предыдущих уравнений. Однако для нашей цели — выяснения возможности управляемой кристаллизации в потоке расплава — это не является необходимым.

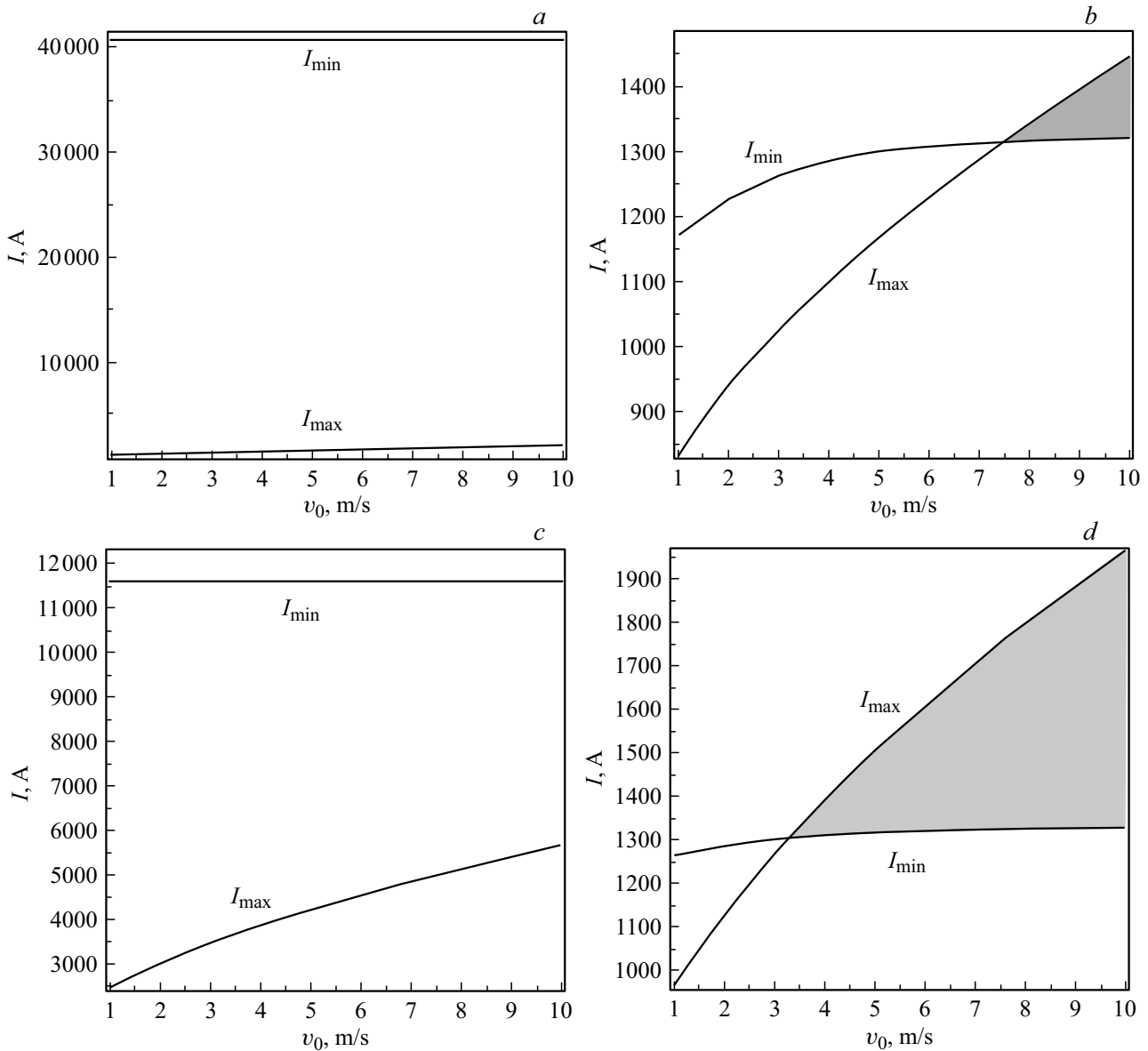
Заметим, что поток тепла Q_3 , связанный с движением расплава, выполняет стабилизирующую функцию. Если температура струи ниже, чем температура в верхнем резервуаре расплава, то поток тепла положительный и происходит нагрев. В обратном случае, наоборот, этот поток может охлаждать струю. Поскольку величина этого потока определяется помимо градиента температуры еще и скоростью струи, то можно управлять этим потоком тепла, меняя начальную скорость v_0 , а значит, компенсировать избыточный нагрев, увеличивая скорость струи.

Результаты и обсуждение

Основной целью настоящей работы является выяснение того, существует ли вообще диапазон управляющих параметров (v_0, I_0, S_0, L), в котором может происходить управляемая током кристаллизация расплава в конце струи. Для этого оценим величины давления, необходимые для сдвига температуры кристаллизации вверх. Как известно [2,6], для этого требуются довольно высокие давления, порядка сотен кбар. Для стали эмпирическая зависимость может быть выражена как

$$T_{cr} = T_m + \alpha \cdot p, \quad (7)$$

где T_m — температура плавления при обычных условиях, для стали, например, можно взять [5] $T_m = 1796$ К,



Области токов I и начальных скоростей v_0 , при которых нагрев за счет омического тепла еще может компенсироваться потоком расплава, но увеличение давления за счет магнитного поля уже достаточно для кристаллизации ($I_{\max} > I_{\min}$) при различных остальных управляющих параметрах: a — длина струи 1.8 см, диаметр отверстия 0.35 см внешнего поля нет, области допустимых параметров нет; b — длина струи 1.8 см, диаметр отверстия 0.35 см, внешнее тангенциальное поле 50 мТ; c — длина струи 5 см, диаметр отверстия 0.35 см, внешнее тангенциальное поле 50 мТ; d — длина струи 1.8 см, диаметр отверстия 0.65 см, внешнее тангенциальное поле 50 мТ, области допустимых параметров нет.

$\alpha = 2.4 \cdot 10^{-8}$ Па/К. Это означает, что для изменения температуры плавления на 1 К требуется давление около 100 кбар.

Для определенности будем считать, что необходимо увеличить температуру кристаллизации на величину $\delta T = 1$ К, которое достигается, согласно (7) при некотором давлении $P_{\min} = \delta T / \alpha$. Это дает условие на давление $P_1 > P_{\min}$. Это можно трансформировать в условие на ток $I_0 > I_{\min}$. Тогда I_{\min} будет является решением уравнения

$$\delta T / \alpha = P_1 (v_0, I_0 = I_{\min}, S_0, L),$$

где P_1 задается выражением (6). Решение этого алгебраического уравнения четвертой степени по I_0^2 тривиально, но слишком громоздко, чтобы быть приведенным здесь. Результат как функция $I_{\min}(v_0)$ для конкретных параметров приведен на рисунке, $a-c$.

Другое условие следует из баланса тепловых потоков. Если ток, создающий указанное давление создает тепловой поток $I_0^2 dz / \chi S_1$, больший, чем потери тепла $\sigma T^4 2\pi (S_1 / \pi)^{1/2} dz$, то, чтобы нагрев был все же меньшим, чем увеличение температуры кристаллизации δT , следует потребовать, чтобы начальная скорость потока в „конвективном“ члене была больше некоторой мини-

мальной скорости $v_0 > v_{0\min}$. Эта скорость $v_{0\min}$ будет определяться условием $\Delta T/\Delta z < \delta T/L$, откуда следует выражение для вычисления v_0 :

$$\frac{\delta T}{L} = \frac{1}{\rho C_p v_0 S_1} \left(\frac{I_0^2}{\chi S_1} - 2\sigma T_m^4 \pi \sqrt{\frac{S_1}{\pi}} \right). \quad (8)$$

Легко видеть, что если скорость v_0 считать заданной, то условие $v_0 > v_{0\min}$ можно представить, как условие на максимальный ток, такой, что заданная скорость потока еще обеспечивает охлаждение так, что условие $\Delta T/\Delta z < \delta T/L$ выполнено. Тогда выражение (8) определяет функцию $I_{\max}(v_0, S_0, L)$. Как и выше, результат получается элементарно, но оказывается слишком громоздким, что бы привести его целиком. Расчет тока I_{\max} как функция скорости v_0 для конкретных остальных параметров также приведен на рисунке, *a-c*.

Итак, для выяснения возможности описанного механизма кристаллизации теперь есть две функциональные зависимости: во-первых, I_{\min} — т.е. тот минимальный ток, при котором давление уже достаточно для увеличения температуры кристаллизации на величину δT и, во-вторых, ток I_{\max} — тот максимальный ток, при котором нагрев этим током еще компенсируется набегающим потоком более холодного расплава. Области параметров, при которых $I_{\max} > I_{\min}$, очевидно, и есть искомые условия реализации предложенного метода.

Результаты такого расчета для случая расплава стали представлены на рисунке, *a*. Как можно видеть, не существует таких условий, где $I_{\min} < I_{\max}$. Иначе говоря, невозможно скомпенсировать омический нагрев током (если ток достаточен для указанного смещения температуры кристаллизации) за счет потока более холодного расплава.

Однако легко понять, что можно попытаться достичь нужного давления и при меньшем токе, если добавить внешнее магнитное поле. Очевидно, чтобы такое увеличение давления (сжатие струи) имело место, необходимо, чтобы это внешнее поле имело примерно такую же геометрию, как и собственное поле тока. Иначе говоря, вектор \mathbf{B} должен быть всегда направлен по касательной к окружности, описанной вокруг оси потока (т.е. „тангенциально“). Источником такого тангенциального поля может быть, например, соленоид тороидальной формы (или сегментированный тороидальный соленоид, т.е. тороид с разрывами), расположенный вокруг нижней части струи. В этом случае поле действительно направлено тангенциально и можно для дополнительного давления использовать выражение для силы $\mathbf{F} = [j, \mathbf{B}]$ и следующую из него оценку давления

$$P_{\text{ext}} = \frac{I_0 B}{S_1^2},$$

где S_1 — как и ранее, сечение струи в нижней части потока.

Нашей целью является лишь выяснение принципиальной возможности описанной методики, поэтому можно

опустить вопросы оптимальной формы сечения тороида, расположения и т.п. Будем считать, что удастся создать описанное тангенциальное поле с индукцией B . Как видно из рисунка, *b-d* даже при относительно малом поле величиной всего несколько десятков мТ ($B = 50$ мТ) картина существенно изменяется. Заметим, что такое поле лишь на порядок больше поля Земли, но обязательно должно иметь тангенциальное направление. Как можно видеть из рисунка, *b*, что при совершенно реалистичных условиях процесса (диаметр отверстия 3.5 мм, длина струи 1.8 см) при скоростях выше 3 м/с и токе, большем 1300 А, существует довольно обширная область, где $I_{\max} > I_{\min}$ (рисунка, *b* и *d* показывают как изменяется эта область при изменении остальных управляющих параметров — длины струи L и диаметра отверстия D). Из рисунка, *c* видно, что увеличение длины струи до 5 см при примерно тех же токах требует увеличения начальной скорости v_0 до величин > 9.5 м/с.

Диаметр отверстия, как оказалось, является принципиальным параметром для данного метода. Так, увеличение диаметра до 6.5 мм (рисунок, *d*) приводит к исчезновению области допустимых параметров в более-менее реалистичных пределах.

Таким образом, как видим, все-таки существует широкий диапазон практически реальных значений параметров, при которых может реализоваться описанный метод 3D-печати. Заметим, что пока это только принципиальный результат.

Остаются тем не менее два существенных замечания по отношению к предложенному методу. Прежде всего в описанной модели мы пренебрегли вязкостью расплава. Насколько изменится описанная картина, если учесть вязкость? Во-первых, вязкость может сказаться в уменьшении начальной скорости потока через отверстие (существует даже так называемый „коэффициент отверстия“, который определяется вязкостью). Однако недостаток скорости из-за вязкости расплава практически всегда можно скомпенсировать за счет повышения давления в исходном резервуаре P_0 . Кроме того, можно показать, что поскольку вязкость расплавов обычно имеет небольшую величину порядка 10^{-7} Па·с, то при имеющихся малых изменениях скорости на довольно коротком пути струи (1.8 см) это еще мало сказывается на характерных распределениях скоростей и гидродинамике истечения.

Второе замечание состоит в том, что в приведенных расчетах не была учтена скрытая теплота кристаллизации. В самом деле при кристаллизации может выделяться дополнительное тепло, которое может менять картину теплового баланса. Однако легко оценить, что при токах в несколько тысяч ампер это тепло много меньше, чем омический нагрев. Кроме того, в эксперименте в пределах обозначенного диапазона допустимых параметров небольшой избыток тепла также всегда можно скомпенсировать выбором v_0 и I .

Заключение

Таким образом, в настоящей работе предложен новый принцип 3D-печати для расплава стали, который дает возможность преодолеть основные проблемы современных аддитивных технологий (низкая скорость печати, малый объем изделия, низкое качество материала изделия). Метод основан на явлении повышения температуры кристаллизации расплава при повышении давления. Давление может создаваться силами Ампера, возникающими при пропускании тока вдоль струи расплава. Построена магнитогидродинамическая модель, показавшая, что прямое осуществление такого принципа невозможно из-за дополнительного нагрева расплава протекающим током. Однако добавление внешнего магнитного поля с индуктивностью порядка нескольких десятков мТ (например, с помощью соленоида тороидальной формы) приводит к появлению широкого диапазона реалистичных параметров, где такой метод индуцированной кристаллизации может реализоваться.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (гос. задание № 9.1195.2017/4.6).

Список литературы

- [1] Шишковский И.В., Ядроитцев И.А., Смуров И.Ю. // Письма в ЖТФ. 2013. № 24. С. 15–21.
- [2] *Pant M.M.* // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 1978. Vol. 17. N 2. P. P14–P15.
- [3] *Tillack M.S., Morley N.B.* *Magnetohydrodynamics* McGraw Hill 14th Edition. NY., 1998.
- [4] *White F.M.* *Fluid Mechanics, Seventh Edition*. NY.: McGraw-Hill. 2011.
- [5] *Parker E.R.* *Materials data book for engineers and scientists*. McGraw-Hill, 1967.
- [6] *Schlosser H., Vinet P., Ferrante J.* // *Phys. Rev. B. Condensed Matter*. 1989. Vol. 40. P. 5929.