

01

Новые аспекты флуктуационно-электромагнитной теории трения и радиационного теплообмена Левина, Полевого и Рытова в системе двух параллельных пластин

© Г.В. Дедков, А.А. Кясов

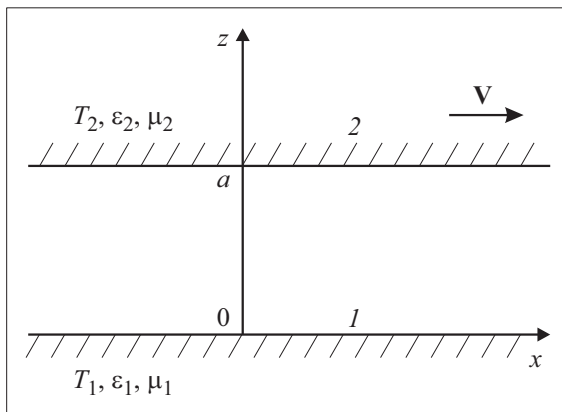
Кабардино-Балкарский государственный университет, Нальчик, Россия
E-mail: gv_dedkov@mail.ru

Поступило в Редакцию 10 января 2018 г.

Показано, что основополагающие результаты, полученные в работах Левина, Полевого и Рытова (1980 г.) и Полевого (1990 г.), адекватно описывают скорость радиационного теплообмена и диссипативную силу трения в системе двух параллельных пластин при их относительном движении. В рамках теории Левина–Полевого–Рытова получено новое выражение для силы флуктуационно-электромагнитного трения двух пластин в терминах локальных диэлектрических и магнитных проницаемостей вещества пластин.

DOI: 10.21883/PJTF.2018.18.46614.17205

В теории Левина–Рытова [1], являющейся развитием теории Рытова [2], спектр флуктуационного электромагнитного поля на любом расстоянии от поверхности нагретого тела определяется через смешанные потери полей от двух точечных дипольных источников, находящихся вблизи него, которые получаются из решения регулярной электродинамической задачи. Это является содержанием обобщенного закона Кирхгофа, представляющего форму флуктуационно-диссипационной теоремы. На основе теории [1] были получены выражения для скорости теплообмена двух полупространств (толстых пластин), разделенных плоским вакуумным промежутком [3,4], и диссипативной силы трения, возникающей при движении одной из пластин [5]. Первый расчет теплообмена между покоящимися пластинами в рамках теории [2] был проведен Полдером и Ван Ховом [6] для более простого случая одинаковых пластин и малой разности температур между ними. В отличие



Конфигурация системы.

от этого в [3,4] вещество пластин характеризовалось произвольными температурами и частотно-зависимыми диэлектрическими и магнитными проницаемостями $\epsilon_{1,2}$ и $\mu_{1,2}$. Кроме того, был также рассмотрен случай анизотропных сред. Позже аналогичные задачи решались рядом авторов, причем формула для скорости теплообмена пластин во многих случаях приводилась или без ссылок на [3,4] (см., например, [7,8]), или в другом (эквивалентном) виде [9,10]. Ситуация с работой [5] более драматическая: в результирующих формулах для силы трения в линейном приближении по скорости, приведенных Полевым [5], фигурировала зависимость $F \propto V/c^3$ (c — скорость света в вакууме), в то время как позже несколькими авторами [11,12] были получены линейные по V выражения для силы трения в пределе $c \rightarrow \infty$ (при конечной температуре сред) и зависимость $F \sim V^3$ в квантовом пределе нулевой температуры [13]. Эти противоречия „подлили масла в огонь“ длительной дискуссии относительно величины диссипативной силы, начатой ранее [14] и не завершенной до сих пор [10–13,15–19]. В настоящей работе мы покажем, что базисные результаты, полученные в [3–5], полностью согласуются с более поздними результатами других авторов, а зависимость $F \propto V/c^3$ для силы трения обусловлена неточностью анализа следствий главного результата. Кроме того, мы получим новое

выражение для диссипативной тангенциальной силы, действующей на пластины при нерелятивистском относительном движении.

Следуя [5], запишем исходное выражение для диссипативной тангенциальной силы F , отнесенной к единице площади движущейся пластины 2 (см. рисунок), в лабораторной системе отсчета, связанной с покоящейся пластиной 1. В этом выражении фигурируют потоки тепла P_1 и P_2 , идущие от пластин 1 и 2 (с единицы площади), причем поток P_1 вычисляется через вектор Пойнтинга в системе отсчета пластины 1, а поток P_2 пластины 2 вычисляется в ее системе покоя

$$F = \frac{1}{V} (P_1 + P_2/\gamma), \tag{1}$$

где $\gamma = 1/(1 - u^2)^{1/2}$, $u = V/c$. В свою очередь P_1 и P_2 определяются формулами

$$P_1 = \frac{\hbar}{8\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int d^2k \left(\frac{\omega}{|\omega|} - \frac{\tilde{\omega}}{|\tilde{\omega}|} \right) \omega M(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{u}) + \frac{1}{4\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int d^2k \left[\frac{\Pi(T_1, \omega)}{\omega} - \frac{\Pi(T_2, \tilde{\omega})}{\tilde{\omega}} \right] \omega M(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{u}), \tag{2}$$

$$P_2 = -\frac{\hbar}{8\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int d^2k \left(\frac{\omega}{|\omega|} - \frac{\tilde{\omega}}{|\tilde{\omega}|} \right) \tilde{\omega} M(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{u}) - \frac{1}{4\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int d^2k \left[\frac{\Pi(T_1, \omega)}{\omega} - \frac{\Pi(T_2, \tilde{\omega})}{\tilde{\omega}} \right] \tilde{\omega} M(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{u}), \tag{3}$$

где \hbar — постоянная Планка, $\mathbf{k} = (k_1, k_2)$ — двумерный волновой вектор в плоскости пластин, $\tilde{\omega} = \gamma(\omega - \mathbf{kV})$, $|\mathbf{V}| = V$, $|\mathbf{u}| = u$, $\Pi(T, \omega) = \hbar|\omega|/(\exp(|\omega|/\omega_T) - 1)$, $\omega_T = T/\hbar$, T — температура в энергетических единицах, а интегрирование выполняется по всему

пространству волновых векторов. Функция $M(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{u})$ имеет вид

$$M = \frac{4|q|^2}{|Q|^2} \left[\operatorname{Im} \left(\frac{q_1}{\varepsilon_1} \right) \operatorname{Im} \left(\frac{\tilde{q}_2}{\tilde{\varepsilon}_2} \right) (1+\beta) |Q_\mu|^2 + \operatorname{Im} \left(\frac{q_1}{\mu_1} \right) \operatorname{Im} \left(\frac{\tilde{q}_2}{\tilde{\mu}_2} \right) (1+\beta) |Q_\varepsilon|^2 \right] + \frac{4|q|^2}{|Q|^2} \left[\operatorname{Im} \left(\frac{q_1}{\varepsilon_1} \right) \operatorname{Im} \left(\frac{\tilde{q}_2}{\tilde{\mu}_2} \right) |\beta| |Q_{\mu\varepsilon}|^2 + \operatorname{Im} \left(\frac{q_1}{\mu_1} \right) \operatorname{Im} \left(\frac{\tilde{q}_2}{\tilde{\varepsilon}_2} \right) |\beta| |Q_{\varepsilon\mu}|^2 \right], \quad (4)$$

где $q_1 = (k^2 - (\omega/c)^2 \varepsilon_1 \mu_1)^{1/2}$, $q_2 = (k^2 - (\omega/c)^2 \varepsilon_2 \mu_2)^{1/2}$, $q = (k^2 - (\omega/c)^2)^{1/2}$. Комплексные значения квадратных корней выбираются из условия $\operatorname{Re} q_{1,2} > 0$, а

$$\beta = \frac{\gamma^2 u^2 q^2 k_\perp^2}{k^2 \tilde{k}^2}.$$

При этом

$$k_\perp^2 = \left[\mathbf{k} - \frac{\mathbf{u}(\mathbf{k}\mathbf{u})}{u^2} \right]^2, \quad \tilde{\mathbf{k}} = \mathbf{k} + (\gamma - 1) \frac{\mathbf{u}(\mathbf{k}\mathbf{u})}{u^2} - \gamma \mathbf{k}\mathbf{u},$$

а $\tilde{\mathbf{k}}$ — волновой вектор в системе покоя пластины 2. Здесь знак „тильда“ означает, что соответствующие величины, зависящие от ω и k , берутся при $\omega = \tilde{\omega}$ и $k = \tilde{k}$. Наконец, величины $Q_\varepsilon, Q_\mu, Q_{\varepsilon\mu}, Q_{\mu\varepsilon}, Q$ в (4) определяются выражениями (a — расстояние между пластинами на рисунке)

$$Q_\varepsilon = (q + q_1/\varepsilon_1)(q + \tilde{q}_2/\tilde{\varepsilon}_2) \exp(qa) - (q - q_1/\varepsilon_1)(q - \tilde{q}_2/\tilde{\varepsilon}_2) \exp(-qa), \quad (5)$$

$$Q_\mu = (q + q_1/\mu_1)(q + \tilde{q}_2/\tilde{\mu}_2) \exp(qa) - (q - q_1/\mu_1)(q - \tilde{q}_2/\tilde{\mu}_2) \exp(-qa), \quad (6)$$

$$Q_{\varepsilon\mu} = (q + q_1/\varepsilon_1)(q + \tilde{q}_2/\tilde{\mu}_2) \exp(qa) - (q - q_1/\varepsilon_1)(q - \tilde{q}_2/\tilde{\mu}_2) \exp(-qa), \quad (7)$$

$$Q_{\mu\varepsilon} = (q + q_1/\mu_1)(q + \tilde{q}_2/\tilde{\varepsilon}_2) \exp(qa) - (q - q_1/\mu_1)(q - \tilde{q}_2/\tilde{\varepsilon}_2) \exp(-qa), \quad (8)$$

$$Q = Q_\varepsilon Q_\mu - 4\beta k^2 \tilde{\mu}_2 (1 - (\varepsilon_1 \mu_1)^{-1}) (1 - (\tilde{\varepsilon}_2 \tilde{\mu}_2)^{-1}). \quad (9)$$

Мы сохранили все обозначения, принятые в [5], с единственной заменой $\kappa, \kappa_1, \kappa_2 \rightarrow \mathbf{k}, k_1, k_2$.

Рассмотрим нерелятивистский предел формул (1)–(9). Тогда $\beta = 0$, $\tilde{\mathbf{k}} = \mathbf{k}$, а (4) сводится к

$$M = 4|q|^2 \left[\text{Im} \left(\frac{q_1}{\varepsilon_1} \right) \text{Im} \left(\frac{\tilde{q}_2}{\tilde{\varepsilon}_2} \right) |Q_\varepsilon|^{-2} + \text{Im} \left(\frac{q_1}{\mu_1} \right) \text{Im} \left(\frac{\tilde{q}_2}{\tilde{\mu}_2} \right) |Q_\mu|^{-2} \right]. \quad (10)$$

С учетом (10) и тождества

$$4 \text{Im} \left(\frac{q_1}{\varepsilon_1} \right) \text{Im} \left(\frac{\tilde{q}_2}{\tilde{\varepsilon}_2} \right) \equiv - \left(\frac{q_1}{\varepsilon_1} - \frac{q_1^*}{\varepsilon_1^*} \right) \left(\frac{\tilde{q}_2}{\tilde{\varepsilon}_2} - \frac{\tilde{q}_2^*}{\tilde{\varepsilon}_2^*} \right), \quad (11)$$

а также аналогичного тождества с заменой $\varepsilon_1 \rightarrow \mu_1$, $\tilde{\varepsilon}_2 \rightarrow \tilde{\mu}_2$, формула для тепловых потоков (2), (3) при $V = 0$ принимает вид, полностью идентичный формуле (3) в [3] для спектрального потока энергии теплового поля между пластинами. В этом случае $P_1 = -P_2$, $|P_1| = |P_2|$, а различие знака P_1 и P_2 обусловлено разным направлением потока по отношению к отдельной пластине.

При $V \neq 0$ выражение для $|Q_\varepsilon|^{-2}$ принимает вид

$$|Q_\varepsilon|^{-2} = |\varepsilon_1 q + q_1|^{-2} |q \tilde{\varepsilon}_2 + \tilde{q}_2|^{-2} |1 - \Delta_{1e} \tilde{\Delta}_{2e} \exp(-2qa)|^{-2} |\varepsilon_1|^2 |\tilde{\varepsilon}_2|^2 \times |\exp(-2qa)|, \quad (12)$$

где

$$\Delta_{1e} = \frac{\varepsilon_1 q - q_1}{\varepsilon_1 q + q_1}, \quad \tilde{\Delta}_{2e} = \frac{\tilde{\varepsilon}_2 q - \tilde{q}_2}{\tilde{\varepsilon}_2 q + \tilde{q}_2}.$$

При записи аналогичной формулы для $|Q_\mu|^{-2}$ в правой части (12) нужно сделать замены $\varepsilon_1 \rightarrow \mu_1$, $\tilde{\varepsilon}_2 \rightarrow \tilde{\mu}_2$, $\Delta_{1e} \rightarrow \Delta_{1m}$, $\tilde{\Delta}_{2e} \rightarrow \tilde{\Delta}_{2m}$. Интегралы по волновым векторам в (2) и (3) разобьем на область неоднородных мод $k > \omega/c$ и область бегущих мод $k \leq \omega/c$. В случае $k > \omega/c$, когда $q = |q|$, $|\exp(-2qa)| = \exp(-2qa)$ формула (11) принимает вид

$$\left(\frac{q_1}{\varepsilon_1} - \frac{q_1^*}{\varepsilon_1^*} \right) \left(\frac{\tilde{q}_2}{\tilde{\varepsilon}_2} - \frac{\tilde{q}_2^*}{\tilde{\varepsilon}_2^*} \right) = - \frac{\text{Im} \Delta_{1e} \text{Im} \tilde{\Delta}_{2e}}{|q|^2 |\varepsilon_1|^2 |\tilde{\varepsilon}_2|^2} |\varepsilon_1 q + q_1|^2 |\tilde{\varepsilon}_2 q + \tilde{q}_2|^2. \quad (13)$$

Аналогичное выражение имеет место с заменой $\varepsilon_1 \rightarrow \mu_1$, $\tilde{\varepsilon}_2 \rightarrow \tilde{\mu}_2$. В случае $k \leq \omega/c$, когда $q = -i|q|$, $|\exp(-2qa)| = 1$, вместо (13) получим

$$\left(\frac{q_1}{\varepsilon_1} - \frac{q_1^*}{\varepsilon_1^*} \right) \left(\frac{\tilde{q}_2}{\tilde{\varepsilon}_2} - \frac{\tilde{q}_2^*}{\tilde{\varepsilon}_2^*} \right) = - \frac{(1 - |\Delta_{1e}|^2)(1 - |\tilde{\Delta}_{2e}|^2)}{4|q|^2 |\varepsilon_1|^2 |\tilde{\varepsilon}_2|^2} |\varepsilon_1 q + q_1|^2 |\tilde{\varepsilon}_2 q + \tilde{q}_2|^2. \quad (14)$$

Такое же тождество получается при замене $\varepsilon_1 \rightarrow \mu_1$, $\tilde{\varepsilon}_2 \rightarrow \tilde{\mu}_2$. Подставляя (10)–(14) в (1)–(3) и учитывая аналитические свойства функции $M(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{u})$ [5], для диссипативной силы окончательно находим

$$\begin{aligned}
F = & -\frac{\hbar}{4\pi^3} \int_0^\infty d\omega \int_{k>\omega/c} d^2k k_x \exp(-2qa) \operatorname{Im} \Delta_{1e} \operatorname{Im} \tilde{\Delta}_{2e} |D_e|^{-2} \\
& \times [\coth(\hbar\tilde{\omega}/2T_2) - \coth(\hbar\omega/2T_1)] - \frac{\hbar}{16\pi^3} \int_0^\infty d\omega \int_{k\leq\omega/c} d^2k k_x (1 - |\Delta_{1e}|^2) \\
& \times (1 - |\tilde{\Delta}_{2e}|^2) |D_e|^{-2} [\coth(\hbar\tilde{\omega}/2T_2) - \coth(\hbar\omega/2T_1)] + (e \leftrightarrow m), \quad (15)
\end{aligned}$$

где $|D_e| = |1 - \Delta_{1e} \tilde{\Delta}_{2e} \exp(-2qa)|$, а слагаемые ($e \leftrightarrow m$) получаются при замене $\varepsilon_1 \rightarrow \mu_1$, $\tilde{\varepsilon}_2 \rightarrow \tilde{\mu}_2$. Следует специально отметить, что нерелятивистский предел $V \neq 0$, $V/c = u \rightarrow 0$, $\gamma \rightarrow 1$, использованный выше, не требует выполнения каких-либо разложений подынтегральных функций по степеням скорости, зависимость от которой обусловлена наличием частоты $\tilde{\omega} = \omega - k_x V$. Соответственно формула (15) сохраняет всю информацию о зависимости $F(V)$ с точностью до членов порядка $(V/c)^n$ ($n \geq 1$). Учитывая соотношения (11)–(14), формулу (15) можно также записать в более компактном виде, не разбивая интеграл по волновым векторам на области $k \leq \omega/c$, $k > \omega/c$:

$$\begin{aligned}
F = & -\frac{\hbar}{4\pi^3} \int_0^\infty d\omega \int d^2k k_x \left[\operatorname{Im} \left(\frac{q_1}{\varepsilon_1} \right) \operatorname{Im} \left(\frac{\tilde{q}_2}{\tilde{\varepsilon}_2} \right) \frac{|q|^2}{|Q_\varepsilon|^2} + \operatorname{Im} \left(\frac{q_1}{\mu_1} \right) \right. \\
& \left. \times \operatorname{Im} \left(\frac{\tilde{q}_2}{\tilde{\mu}_2} \right) \frac{|q|^2}{|Q_\mu|^2} \right] \left[\coth \left(\frac{\hbar\tilde{\omega}}{2T_2} \right) - \coth \left(\frac{\hbar\omega}{2T_1} \right) \right]. \quad (16)
\end{aligned}$$

По сравнению с (15) методическим достоинством формулы (16) является то, что в нее диэлектрические (магнитные) характеристики пластин входят непосредственно, а не через френелевские коэффициенты отражения. Это имеет значение при проведении численных расчетов. Формула (15) совпадает или согласуется со всеми аналогичными результатами других авторов [10–13, 17–19] в запаздывающем и незапаздывающем (нерелятивистском) пределе, полученными различными

методами значительно позже, чем в [5]. В частности, при $T_1 \rightarrow 0$, $T_2 \rightarrow 0$ из нее следует формула для силы квантового трения пластин, полученная в [13,17]:

$$F = \frac{\hbar}{4\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty} dk_y \int_0^{\infty} dk_x k_x \int_0^{k_x V} d\omega \exp(-2ka) \operatorname{Im} \Delta_{1e} \operatorname{Im} \tilde{\Delta}_{2e} |D_e|^{-2} + (e \leftrightarrow m). \tag{17}$$

В свою очередь в случае покоящихся пластин ($V = 0$) формула для результирующего потока энергии теплового поля, идущего от пластины I (для определенности) с учетом (10)–(14) приводится к виду [8–10] (здесь $n_i(\omega) = 1/(\exp(\hbar\omega/T_i) - 1)$, $i = 1, 2$)

$$P_1 = \frac{\hbar}{2\pi^3} \int_0^{\infty} d\omega \omega \int_{k>\omega/c} d^2k \exp(-2qa) \operatorname{Im} \Delta_{1e} \operatorname{Im} \Delta_{2e} |D_e|^{-2} \times [n_1(\omega) - n_2(\omega)] + \frac{\hbar}{8\pi^3} \int_0^{\infty} d\omega \omega \int_{k\leq\omega/c} d^2k (1 - |\Delta_{1e}|^2) \times (1 - |\Delta_{2e}|^2) |D_e|^{-2} [n_1(\omega) - n_2(\omega)] + (e \leftrightarrow m). \tag{18}$$

Таким образом, основополагающие результаты теории Левина–Полевого–Рытова полностью охватывают все результаты других авторов для скорости теплообмена и силы трения в конфигурации параллельных пластин при относительно нерелятивистском движении и создают возможности для дальнейших приложений и развития с учетом шероховатостей поверхности, наличия пленочных покрытий и т.д. Анализ следствий теории при ультрарелятивистских скоростях $V \rightarrow c$ и сравнение с результатами других авторов требуют специального рассмотрения.

Список литературы

- [1] Левин М.Л., Рытов С.М. Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике. М.: Наука, 1967. 308 с.
- [2] Рытов С.М. Теория электрических флуктуаций и теплового излучения. М.: Изд-во. АН СССР, 1953. 232 с.

- [3] Левин М.Л., Полевой В.Г., Рытов С.М. // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. В. 6. С. 2087–2103.
- [4] Полевой В.Г. Теплообмен флуктуационным электромагнитным полем. М.: Наука, 1990. 189 с.
- [5] Полевой В.Г. // ЖЭТФ. 1990. Т. 98. В. 6. С. 1990–1999.
- [6] Polder D., Van Hove M. // Phys. Rev. B. 1971. V. 4. P. 3303–3314.
- [7] Loomis J.J., Maris H.J. // Phys. Rev. B. 1994. V. 50. P. 18517–18524.
- [8] Park K., Zhang Z.M. // Frontiers Heat Mass Transfer. 2013. V. 4. P. 013001.
- [9] Bezerra V.B., Bimonte G., Klimchitskaya G.L., Mostepanenko V.M., Romero C. // Eur. Phys. J. C. 2007. V. 52. P. 701–720.
- [10] Volokitin A.I., Persson B.N.J. // Rev. Mod. Phys. 2007. V. 79. P. 1291–1330.
- [11] Persson B.N.J., Zhang Z. // Phys. Rev. B. 1998. V. 57. P. 7327–7335.
- [12] Volokitin A.I., Persson B.N.J. // J. Phys.: Condens. Matter. 1999. V. 11. P. 345–360.
- [13] Pendry J.B. // J. Phys.: Condens. Matter. 1997. V. 9. P. 10301–10321.
- [14] Teodorovich V.E. // Proc. Roy. Soc. Lond. A. 1978. V. 362. P. 71–77.
- [15] Philbin T.G., Leonhardt U. // New J. Phys. 2009. V. 11. P. 03035; arXiv: 094.2148
- [16] Volokitin A.I., Persson B.N.J. // New J. Phys. 2009. V. 11. P. 033035.
- [17] Pendry J.B. // New J. Phys. 2010. V. 12. P. 033028.
- [18] Milton K.A., Hoyer J.S., Brevik I. // Symmetry. 2016. V. 8. P. 29.
- [19] Дедков Г.В., Кясов А.А. // УФН. 2017. Т. 187. № 6. С. 599–627.