# Модель "петли экстремумов" для спектра валентной зоны квантовой ямы HgTe/HgCdTe с инвертированной зонной структурой в полуметаллической фазе

© С.В. Гудина<sup>1</sup>, А.С. Боголюбский<sup>1</sup>, В.Н. Неверов<sup>1,¶</sup>, Н.Г. Шелушинина<sup>1</sup>, М.В. Якунин<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Институт физики металлов им. М.Н. Михеева Уральского отделения Российской академии наук,

620990 Екатеринбург, Россия

<sup>2</sup> Институт естественных наук и математики, Уральский федеральный университет,

620002 Екатеринбург, Россия

<sup>¶</sup> E-mail: neverov@imp.uran.ru

(Получена 25 апреля 2018 г. Принята к печати 7 мая 2018 г.)

Для валентной зоны квантовой ямы HgTe/HgCdTe с инвертированной зонной структурой рассчитаны эффективная масса и спектр уровней Ландау в квазиклассической модели "петли экстремумов". В полуметаллической фазе веер уровней Ландау валентной зоны начинается при B = 0 с энергии, соответствующей энергии боковых максимумов этой зоны, и перекрывается с веером уровней Ландау зоны проводимости.

DOI: 10.21883/FTP.2018.11.46585.07

# 1. Введение

Примечательным свойством гетероструктур HgCdTe/ HgTe/HgCdTe является то, что путем изменения ширины квантовой ямы (QW) HgTe могут быть достигнуты переходы между фазами обычного (зонного) изолятора, топологического изолятора и полуметалла. По мере увеличения толщины слоя HgTe материал становится все более и более похожим на объемный HgTe, и для широких QW ( $d_{QW} > d_C \cong 6.3$  нм) зонная структура становится "инвертированной".

В инвертированном режиме первая размерно-квантованная подзона тяжелых дырок H1 имеет электронный характер [1] и является зоной проводимости. При ширине квантовой ямы  $d_{\rm QW} > 8$  нм верхней валентной зоной становится вторая размерно-квантованная подзона тяжелых дырок H2 с немонотонным законом дисперсии.

В широких QW HgTe/Cd(Hg)Te с инвертированной зонной структурой ( $d_{QW} \ge 18$  нм) возникает новая двумерная электронная система: фаза двумерного полуметалла (2D SM) [2,3]. Существование 2D SM в этой системе связано с перекрытием на несколько мэВ минимума зоны проводимости в центре зоны Бриллюэна с боковыми максимумами валентной зоны Расчет структуры энергетических зон [3] показывает, что основной причиной перекрытия в широких QW является деформация, обусловленная несоответствием постоянных решетки HgTe и CdTe.

В области SM, когда уровень Ферми пересекает как валентную зону, так и зону проводимости, в HgTe QW наблюдается ряд интересных транспортных свойств, обусловленных сосуществованием 2D электронов и дырок [4–8].

Численные расчеты эффективной массы дырок валентной зоны (подзоны H2) для сильной анизотропии спектра (учет гофрировки, асимметрии границ квантовой ямы и различия их размытия) в квазиклассическом приближении выполнены в работе [9]. В данной работе мы представляем результаты квазиклассических расчетов эффективной массы, а также спектра уровней Ландау валентной зоны QW HgTe с инвертированной зонной структурой как в изотропном приближении (модель "петли экстремумов"), так и с учетом эффектов гофрировки.

# 2. Зонная структура квантовой ямы HgTe

На рис. 1 представлена структура энергетических зон напряженной квантовой ямы HgTe с  $d_{\rm QW} = 20$  нм в наноструктуре Hg<sub>0.35</sub>Cd<sub>0.65</sub>Te/HgTe/Hg<sub>0.35</sub>Cd<sub>0.65</sub>Te, рассчи-



**Рис. 1.** Рассчитанная зонная структура напряженной квантовой ямы HgTe с  $d_{QW} = 20$  нм [8,10]. Жирные сплошные линии для  $(k_x, k_y) = (1, 0)$ , пунктирные линии для  $(k_x, k_y) = (1, 1)$ . Тонкие сплошные кривые для усреднённой структуры подзон (изотропная модель). Штрихпунктирная горизонтальная линия — пример положения уровня Ферми при  $n = 1 \cdot 10^{15}$  м<sup>-2</sup>.



**Рис. 2.** a — зонная структура напряженной квантовой ямы HgTe с  $d_{QW} = 20$  нм в изотропном приближении. b — изоэнергетические контуры дна зоны проводимости и потолка валентной зоны в координатах  $(k_x, k_y)$ , соответствующие энергии  $\varepsilon$  (пунктир на рис. 2, a). c — спектр уровней Ландау валентной зоны, вычисленный в модели "петли экстремумов". Заштрихованы участки зонной диаграммы, соответствующие запрещенной щели между зоной проводимости и валентной зоной.

танная в рамках 8-зонной  $k \cdot p$ -теории [8,10]. В валентной подзоне H2 законы дисперсии,  $\varepsilon_{\nu}(k_{\parallel})$ , существенно различаются для (1,0) и (1,1) направлений на  $(k_x, k_y)$ плоскости (сплошная и пунктирная кривые на рис. 1 соответственно), так что контуры постоянной энергии деформированы (эффект гофрировки).

Довольно часто при оценке плотности дырок (см., например, работу [8]) можно пренебречь гофрировкой и использовать усредненную кривую для закона дисперсии валентной подзоны H2 (тонкая кривая на рис. 1).

# 3. Модель "петли экстремумов"

На рис. 2, *а* приведена зонная структура напряженной квантовой ямы HgTe с  $d_{QW} = 20$  нм в изотропном приближении согласно работам [8,10]. На рис. 2, *b* представлены изоэнергетические контуры дна зоны проводимости (малая окружность с центром в точке  $\Gamma$ ) и потолка

валентной зоны (окружности с радиусами  $(k_0 \pm \Delta k)$ в координатах  $(k_x, k_y)$ ), соответствующие энергии  $\varepsilon$ (пунктир на рис. 2, *a*), в изотропном приближении, когда гофрировка зоны  $\Gamma_8$  не учитывается. На рис. 2, *a*, *b* заштрихованы участки зонной диаграммы, соответствующие запрещенной щели между зоной проводимости и валентной зоной.

В изотропном приближении изоэнергетические контуры вблизи потолка валентной зоны имеют вид колец (см. рис. 2, b), и мы для расчета эффективной массы и спектра уровней Ландау (LL) дырок используем модель, предложенную в работе [11] для полупроводников с решеткой вюрцита. Рашба и Шека в работе [11] показали, что если пренебречь анизотропией релятивистских взаимодействий, то минимум энергии электронов в этих полупроводниках достигается не в отдельных изолированных точках импульсного пространства, а на целой кривой — окружности, которая была названа петлей экстремумов.



Рис. З. а — картина контуров постоянной энергии вблизи потолка подзоны Н2 с учетом гофрировки спектра дырок. Показан только один квадрант зоны Бриллюэна. Цифры на кривых соответствуют значениям энергии  $\varepsilon$  (мэВ) при отсчете от вершины бокового максимума валентной зоны. b — изоэнергетические контуры потолка валентной зоны, соответствующие энергии *ε* = −4 мэВ. Пунктирная кривая — "петля экстремумов".

4.

В этой модели закон дисперсии дырок с энергиями, близкими к экстремальной (при  $p_{\perp} = p_0 \equiv \hbar k_0$ ), для 2D-случая примем в виде

$$\varepsilon = a(p_{\perp} - p_0)^2, \tag{1}$$

где  $p_{\perp} = (p_x^2 + p_y^2)^{1/2}$  при отсчете энергии в глубь валентной зоны.

Вычисляя в квазиклассическом приближении циклотронную эффективную массу [12]

$$m_c(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \frac{dS(\varepsilon)}{d\varepsilon},$$
 (2)

(где  $S(\varepsilon)$  — площадь кольца изоэнергетической поверхности, изображенной на рис. 2, b), и расстояние между квантованными магнитным полем В уровнями энергии

$$\Delta \varepsilon = \frac{\hbar eB}{m_c(\varepsilon)} \tag{3}$$

для LL-спектра дырок валентной зоны QW HgTe в модели "петли экстремумов", при  $N \gg 1$  находим

$$\varepsilon(N,B) = aN^3 \left(\frac{\hbar eB}{p_0}\right)^2,\tag{4}$$

T. e.  $\varepsilon(N, B) \sim N^2 B^2$ .

Спектр уровней Ландау валентной зоны, вычисленный в модели "петли экстремумов", схематически показан на рис. 2, с. Важно, что этот LL-веер начинается с энергии  $\varepsilon = 0$ , соответствующей энергии вершин (боковых максимумов) валентной зоны (подзоны H2), и перекрывается с LL-веером зоны проводимости (подзоны H1), как это и должно быть в SM-фазе.

контуров вблизи потолка подзоны Н2 (см., например, работу [13]). Картина линий постоянной энергии валентной зоны с учетом гофрировки представлена на рис. 3, а: при малых энергиях основными состояниями дырок становятся четыре максимума, смещенные из центра зоны Бриллюэна в направлениях  $(\pm 1; \pm 1)$ , а в направлениях  $(0; \pm 1)$  и  $(\pm 1; 0)$  находятся четыре седловые точки.

Учет анизотропии  $\varepsilon_{\nu}(k_{\parallel})$  в соответствии с рис. 1 приводит к более сложному виду изоэнергетических

Учет эффектов гофрировки

При энергиях ниже седловых точек изоэнергетические контуры приобретают вид деформированных ("гофрированных") колец, и мы снова имеем "петлю экстремумов", когда максимумы энергии дырок достигаются на гладкой замкнутой кривой в пространстве импульсов (см. пунктирную кривую на рис. 3, b).

В целом эффект гофрировки приводит к аномальной зависимости  $m_c(\varepsilon)$  с логарифмической расходимостью в седловых точках и, как следствие, к сложному виду картины уровней Ландау.

## 5. Заключение

Соответствие квантово-механических расчетов спектра уровней Ландау [8,10] с квазиклассической картиной, рассмотренной в данной статье, проанализировано в докладе Якунина и др. [14]. Отметим, что квазиклассический подход важен для теоретической оценки эффективной массы дырок сложной валентной зоны с немонотонным законом дисперсии.

Работа выполнена в рамках государственного задания ФАНО России (темы "Спин" АААА-А18-118020290104-2 и "Электрон", № АААА-А18-118020190098-5).

# Список литературы

- M.I. D'yakonov, A.V. Khaetskii. JETP, 55, 917 (1982);
  L.G. Gerchikov, A. Subashiev. Phys. Status Solidi B, 160, 443 (1990).
- [2] Z. Kvon, E. Olshanetsky, D. Kozlov, N. Mikhailov, S. Dvoretskii. JETP Lett., 87, 502 (2008).
- [3] Z.D. Kvon, E.B. Olshanetsky, E.G. Novik, D.A. Kozlov, N.N. Mikhailov, I.O. Parm, S.A. Dvoretsky. Phys. Rev. B, 83, 193304 (2011).
- [4] G.M. Gusev, E.B. Olshanetsky, Z.D. Kvon, N.N. Mikhailov, S.A. Dvoretsky, J.C. Portal. Phys. Rev. Lett., 104, 166401 (2010).
- [5] M. Zholudev, F. Teppe, M. Orlita, C. Consejo, J. Torres, N. Dyakonova, M. Czapkiewicz, J. Wróbel, G. Grabecki, N. Mikhailov, S. Dvoretskii, A. Ikonnikov, K. Spirin, V. Aleshkin, V. Gavrilenko, W. Knap. Phys. Rev. B, 86, 205420 (2012).
- [6] M. Zholudev, A.V. Ikonnikov, F. Teppe, M. Orlita, K.V. Maremyanin, K.E. Spirin, V.I. Gavrilenko, W. Knap, S.A. Dvoretskiy, N.N. Mihailov. Nanoscale Res. Lett., 7, 534 (2012).
- [7] G.M. Minkov, A.V. Germanenko, O.E. Rut, A.A. Sherstobitov, S.A. Dvoretski, N.N. Mikhailov. Phys. Rev. B, 88, 155306 (2013)
- [8] M.V. Yakunin, A.V. Suslov, M.R. Popov, E.G. Novik, S.A. Dvoretsky, N.N. Mikhailov, Phys. Rev. B, 93, 085308 (2016).
- [9] G.M. Minkov, V.Ya. Aleshkin, O.E. Rut, A.A. Sherstobitov, A.V. Germanenko, S.A. Dvoretski, N.N. Mikhailov. Phys. Rev. B, 96, 035310 (2017).
- [10] E.G. Novik, A. Pfeuffer-Jeschke, T. Jungwirth, V. Latussek, C.R. Becker, G. Landwehr, H. Buhmann, L.W. Molenkamp. Phys. Rev. B, **72**, 035321 (2005).
- [11] Э.И. Рашба, В.И. Шека. ФТТ, 2, 162 (1959).
- [12] И.М. Лифшиц, М.Я. Азбель, М.И. Каганов. Электронная теория металлов (М., Наука, 1971).
- [13] G. Landwehr, J. Gerschutz, S. Oehling, A. Pfeuer-Jeschke, V. Latussek, C.R. Becker. Physica E, 6, 713 (2000).
- [14] М.В. Якунин, С.М. Подгорных, М.Р. Попов, С.С. Криштопенко, F. Терре, В. Jouault, W. Desrat, Н.Н. Михайлов, С.А. Дворецкий. *Тез. докл. XXII Уральской Междунар.* зимней школы по физике полупроводников (Екатеринбург, Россия, 2018) с. 170.

Редактор А.Н. Смирнов

# "Extremum loop" model for valence band spectrum of HgTe/HgCdTe quantum well with inverted band structure

S.V. Gudina<sup>1</sup>, A.S. Bogolubskii<sup>1</sup>, V.N. Neverov<sup>1</sup>, N.G. Shelushinina<sup>1</sup>, M.V. Yakunin<sup>1,2</sup>

 <sup>1</sup> Miheev Institute of Metal Physics, Ural Branch of Russian Academy of Sciences, 620108 Ekaterinburg, Russia
 <sup>2</sup> Institute of Natural Sciences and Mathematics, Ural Federal University, 620002 Ekaterinburg, Russia

**Abstract** The effective mass and the Landau level spectrum are calculated for HgTe/HgCdTe quantum well valence band with inverted band structure in the quasi-classical "extremum loop" model. In the semi-metallic phase, the Landau level fan of the valence band starts at B = 0 from the energy of the lateral maxima band, and overlaps with the fan of the Landau levels of the conduction band.