

06,11,13

О неоднородных поляризованных состояниях вблизи точки фазового перехода в тонкой сегнетоэлектрической пленке

© В.Н. Нечаев, А.В. Шуба

Военно-воздушная академия им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина,
Воронеж, Россия

E-mail: shandvit@rambler.ru

(Поступила в Редакцию 10 января 2018 г.

В окончательной редакции 27 января 2018 г.)

В рамках феноменологической теории фазовых переходов Ландау показано, что в тонкой сегнетоэлектрической пленке возможен фазовый переход в неоднородную полярную фазу, по температуре предшествующий фазовому переходу в однородное полярное состояние. В результате решения краевой задачи на собственные значения для уравнения равновесия поляризации и уравнений электростатики определен волновой вектор k_{\perp} , характеризующий неоднородную фазу, и установлены температурные границы ее существования в зависимости от толщины пленки и свойств поверхности.

DOI: 10.21883/FTT.2018.07.46117.002

1. Введение

Высокая диэлектрическая проницаемость и поляризация, а также возможность управления рабочими параметрами материала внешним электрическим полем или механическими напряжениями, обуславливают широкое применение сегнетоэлектрических пленок в различных приборах и технике СВЧ, оптоэлектронике, устройствах для хранения информации, и стимулирует исследования, необходимые для создания надежной модели прогнозирования их свойств [1–3].

В работе [4] путем численных расчетов для нелинейной задачи обнаружено, что в нанокompозитных материалах с сегнетоэлектрическими выделениями при определенных условиях возможно образование неоднородных „доменоподобных“ состояний. Отмечено, что в тонкой сегнетоэлектрической пленке при фазовом переходе также возможно появление пространственно-модулированного состояния [5]. Использование термина „доменоподобное“ для характеристики неоднородного состояния связано с тем, что в отличие от обычной доменной структуры в этом случае нет четких границ, разделяющих полярные области. Существование неоднородного состояния в ограниченном температурном интервале вблизи точки Кюри, а также его поведение во внешнем электрическом поле, сопряженном параметру порядка [4], больше напоминает свойства несоразмерных фаз в сегнетоэлектриках [6], чем известных доменных структур. Отметим, что ранее в работе [7] при моделировании свойств сегнеторелаксоров теоретически был предсказан фазовый переход в неоднородное состояние, с веерным типом распределения поляризации по объему, в многоосных сегнетоэлектриках.

Поясним, что понимается под неоднородными состояниями применительно к пленкам, поскольку в образце ограниченных размеров параметр порядка всегда зависит от близости к поверхности раздела, то есть от

координат. Если среднее значение параметра порядка по толщине пленки зависит от двух других координат, то данное распределение будет в дальнейшем называться неоднородным, в противном случае оно считается однородным. Другими словами, неоднородность по толщине пленки, присутствующая всегда, не является предметом обсуждения в данной работе.

Целью настоящей работы является определение температурной области существования неоднородных поляризационных состояний, изучение условий их образования при фазовом переходе второго рода из параэлектрической фазы в сегнетоэлектрическую в зависимости от толщины пленки и свойств ее поверхности. Необходимым условием существования неоднородных „доменоподобных“ состояний, как показано в работе [4], является возникновение при фазовом переходе дальнедействующих электрических полей. Чувствительность задачи к учету электростатических деполаризующих полей делает актуальным нахождение точного решения для поляризации P . Как правило, в исследованиях свойств тонких сегнетоэлектрических пленок или нанокompозитов с сегнетоэлектрическими выделениями используются различные приближения для учета электростатических деполаризующих полей [8–11]. Так в работах [8–10] применялся прямой вариационный метод Ритца, в [11] деполаризующее поле E_d аппроксимировалось формулой $E_d = -(P - P_{\text{mean}})/\epsilon$, где P_{mean} — средняя по толщине пленки поляризация, ϵ — диэлектрическая проницаемость.

Альтернативой таким подходам для нанокompозитов может являться численный метод, где необходимая точность всегда может быть достигнута путем увеличения количества итераций [4]. В случае сегнетоэлектрических тонких пленок, как показано в настоящей работе, возможно без каких-либо допущений аналитически получить решение задачи вплоть до итоговых формул, которые анализируются численно. Заметим, что аналогичная

проблема учета магнитных полей рассеяния существует в теории тонких магнитных пленок и в теории доменных структур [12,13].

2. Полная система соотношений, описывающая фазовый переход в полярное состояние

Рассмотрим тонкую пленку одноосного сегнетоэлектрика толщиной l с сегнетоактивной осью, перпендикулярной плоскости пленки. Свободную энергию пленки для этого случая запишем в виде [14]:

$$F = \int_V \left(-\frac{\alpha}{2} \mathbf{P}^2 + \mathbf{P} \frac{\beta^4}{4} + \frac{\kappa}{2} (\nabla \mathbf{P})^2 - \mathbf{E} \mathbf{P} \right) dV - \int_{V_\infty} \frac{\varepsilon}{8\pi} \mathbf{E}^2 dV + \int_S \frac{\alpha_s}{2} \mathbf{P}^2 dS, \quad (1)$$

где $\mathbf{P} = P(x, y, z)\mathbf{e}$ — вектор поляризации, $\mathbf{e}(0, 0, 1)$ — орт, направленный перпендикулярно плоскости пленки вдоль оси Oz ; $\alpha = \alpha_0(T_C - T)$ и β — коэффициенты разложения Ландау свободной энергии по степеням параметра порядка P вблизи точки фазового перехода второго рода [15], T_C — температура фазового перехода неограниченного химически однородного образца; $\kappa \sim a^2$ — корреляционная постоянная, a — параметр кристаллической решётки; \mathbf{E} — вектор напряженности электростатического поля, индуцируемый изменением поляризации пленки; ε — вклад в диэлектрическую проницаемость (преимущественно электронный), не учитываемый с помощью параметра порядка; α_s — коэффициент при минимальной, отличной от нуля степени параметра порядка P в разложении поверхностной энергии. В первом слагаемом выражения (1) интегрирование ведется по объему V сегнетоэлектрической пленки, во втором — по всему пространству, окружающему пленку, включая и ее саму, в третьем — по поверхности пленки S .

Переходя в функционале (1) к независимым функциям — поляризации $\mathbf{P}(\mathbf{r})$ и электрическому потенциалу $\varphi(\mathbf{r})$, согласно соотношению $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$, и далее варьируя их форму [16,17], получим замкнутую связанную систему уравнений:

— для области, занятой сегнетоэлектрической пленкой,

$$\begin{cases} -\kappa \Delta P - \alpha P + \beta P^3 = -\frac{\partial \varphi_i}{\partial z}, \\ \varepsilon \Delta \varphi_i = 4\pi \frac{\partial P}{\partial z}; \end{cases} \quad (2)$$

— для области вне пленки

$$\Delta \varphi_e = 0 \quad (3)$$

и граничные условия к ним

$$\kappa \frac{\partial P}{\partial z} \mp \alpha_s P|_{z=0,l} = 0; \quad (4)$$

$$\varphi_i|_{z=0,l} = \varphi_e|_{z=0,l}; \quad (5)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} - 4\pi P|_{z=0,l} = \varepsilon_e \frac{\partial \varphi_e}{\partial z}|_{z=0,l}; \quad (6)$$

$$\frac{\partial \varphi_e}{\partial z}|_{z=\pm\infty} = 0. \quad (7)$$

В формулах (2)–(7) φ_i , φ_e и ε , ε_e соответственно, обозначают электрический потенциал и диэлектрическую проницаемость внутри и вне сегнетоэлектрической пленки.

3. Решение краевой задачи на собственные значения и обсуждение результатов

Учитывая, что фазовый переход второго рода происходит по механизму потери устойчивости параэлектрической фазы, для определения его температуры достаточно найти точку появления ненулевого решения краевой задачи (2)–(7) в линеаризованном варианте — без слагаемого βP^3 в первом уравнении системы (2). Симметрия поставленной задачи делает возможным использование Фурье-преобразования по переменным x, y для нахождения неизвестных функций $P(x, y, z)$ и $\varphi(x, y, z)$

$$P(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{P}(k_x, k_y, k_z) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y,$$

$$\varphi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\varphi}(k_x, k_y, k_z) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y.$$

Уравнения для определения фурье-трансформант $\tilde{P}(k_x, k_y, z)$ и $\tilde{\varphi}(k_x, k_y, z)$ следуют из уравнений (2), (3) и имеют вид

$$\begin{cases} \kappa \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial z^2} + (\alpha - k_\perp^2 \kappa) \tilde{P} = \frac{\partial \tilde{\varphi}_i}{\partial z}, \\ \frac{\partial^2 \tilde{\varphi}_i}{\partial z^2} = k_\perp^2 \tilde{\varphi}_i + \frac{4\pi}{\varepsilon} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial z}; \end{cases} \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{\varphi}_e}{\partial z^2} = k_\perp^2 \tilde{\varphi}_e, \quad (9)$$

где $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$. Решение уравнений (8), (9) должно удовлетворять дополнительным условиям, вытекающим из граничных условий (4)–(7) исходной задачи. Естественные предположения о симметричном относительно середины пленки распределении поляризации $P(x, y, z) = P(x, y, l - z)$ и об антисимметричном распределении электрического потенциала $\varphi(x, y, z) = -\varphi(x, y, l - z)$, позволяют несколько упростить граничные условия:

$$\kappa \frac{\partial \tilde{P}}{\partial z} - \alpha_s \tilde{P}|_{z=0} = 0; \quad (10)$$

$$\tilde{\varphi}_i|_{z=0} = \tilde{\varphi}_e|_{z=0}; \quad (11)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \tilde{\varphi}_i}{\partial z} - 4\pi \tilde{P} \Big|_{z=0} = \varepsilon_e \frac{\partial \tilde{\varphi}_e}{\partial z} \Big|_{z=0}; \quad (12)$$

$$\tilde{\varphi}_i \Big|_{z=l/2} = 0; \quad (13)$$

$$\frac{\partial \tilde{P}}{\partial z} \Big|_{z=l/2} = 0; \quad (14)$$

$$\frac{\partial \tilde{\varphi}_e}{\partial z} \Big|_{z=-\infty} = 0, \quad (15)$$

и искать решение не на всей числовой прямой, а только на полуоси $(-\infty, l/2)$.

Систему уравнений (8) удобно решить, сводя ее к одному дифференциальному уравнению более высокого порядка, например, путем исключения из нее неизвестной $\tilde{\varphi}_i(k_x, k_y, z)$. Действительно, дифференцируя первое уравнение и подставляя в него $\frac{\partial^2 \tilde{\varphi}_i}{\partial z^2}$ из второго уравнения системы (8), будем иметь

$$\kappa \frac{\partial^3 \tilde{P}}{\partial z^3} + \left(\alpha - k_{\perp}^2 \kappa - \frac{4\pi}{\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{P}}{\partial z} = k_{\perp}^2 \tilde{\varphi}_i. \quad (16)$$

Далее дифференцируя уравнение (16) и подставляя в него $\frac{\partial \tilde{\varphi}_i}{\partial z}$ из первого уравнения системы (8), получаем искомое уравнение

$$\kappa \frac{\partial^4 \tilde{P}}{\partial z^4} + \left(\alpha - 2k_{\perp}^2 \kappa - \frac{4\pi}{\varepsilon} \right) \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial z^2} - k_{\perp}^2 (\alpha - k_{\perp}^2 \kappa) \tilde{P} = 0. \quad (17)$$

Решение уравнения (17) имеет вид

$$\tilde{P}(k_{\perp}, z) = C_1 e^{\lambda_1 z} + C_2 e^{\lambda_2 z} + C_3 e^{-\lambda_1 z} + C_4 e^{-\lambda_2 z}, \quad (18)$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 — произвольные постоянные, определяемые из условий (10)–(14), $\pm \lambda_1, \pm \lambda_2$ — корни характеристического уравнения

$$\kappa \lambda^4 + \left(\alpha - 2k_{\perp}^2 \kappa - \frac{4\pi}{\varepsilon} \right) \lambda^2 - k_{\perp}^2 (\alpha - k_{\perp}^2 \kappa) = 0. \quad (19)$$

Далее из соотношения (16) находим фурье-трансформанту $\tilde{\varphi}_i$:

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_i(k_{\perp}, z) = & C_1 (a\lambda_1^2 + b)\lambda_1 e^{\lambda_1 z} + C_2 (a\lambda_2^2 + b)\lambda_2 e^{\lambda_2 z} \\ & - C_3 (a\lambda_1^2 + b)\lambda_1 e^{-\lambda_1 z} - C_4 (a\lambda_2^2 + b)\lambda_2 e^{-\lambda_2 z}, \end{aligned} \quad (20)$$

где $a = \kappa/k_{\perp}^2, b = (\alpha - 4\pi/\varepsilon)/k_{\perp}^2 - \kappa$.

Уравнение (9) для определения фурье-трансформанты $\tilde{\varphi}_e$ решается независимо от остальных уравнений системы. С учетом условия (15) для интересующей нас области $z \leq 0$, получим

$$\tilde{\varphi}_e(k_{\perp}, z) = C_5 e^{k_{\perp} z}. \quad (21)$$

Используя дополнительные условия (10)–(14), составляем систему из пяти однородных алгебраических

уравнений для определения неизвестных констант интегрирования C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 :

$$\begin{cases} \kappa(\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 - \lambda_1 C_3 - \lambda_2 C_4) - \alpha_s (C_1, C_2, C_3, C_4) = 0, \\ \lambda_1 e^{\lambda_1 l/2} C_1 + \lambda_2 e^{\lambda_2 l/2} C_2 - \lambda_1 e^{-\lambda_1 l/2} C_3 - \lambda_2 e^{-\lambda_2 l/2} C_4 = 0, \\ (a\lambda_1^2 + b)\lambda_1 e^{\lambda_1 l/2} C_1 + (a\lambda_2^2 + b)\lambda_2 e^{\lambda_2 l/2} C_2 - (a\lambda_1^2 + b)\lambda_1 e^{-\lambda_1 l/2} C_3 - (a\lambda_2^2 + b)\lambda_2 e^{-\lambda_2 l/2} C_4 = 0, \\ (a\lambda_1^2 + b)\lambda_1^2 C_1 + (a\lambda_2^2 + b)\lambda_2^2 C_2 + (a\lambda_1^2 + b)\lambda_1^2 C_3 + (a\lambda_2^2 + b)\lambda_2^2 C_4 - \frac{4\pi}{\varepsilon} (C_1 + C_2 + C_3 + C_4) - \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon} k_{\perp} C_5 = 0, \\ (a\lambda_1^2 + b)\lambda_1 C_1 + (a\lambda_2^2 + b)\lambda_2 C_2 - (a\lambda_1^2 + b)\lambda_1 C_3 - (a\lambda_2^2 + b)\lambda_2 C_4 - C_5 = 0. \end{cases} \quad (22)$$

Однородная система линейных уравнений (22) имеет ненулевые решения только в том случае, когда ее определитель

$$\begin{aligned} \Delta = & \frac{\alpha_s + \kappa \lambda_1 \operatorname{th}(\lambda_1 l/2)}{\alpha_s + \kappa \lambda_2 \operatorname{th}(\lambda_2 l/2)} \\ & - \frac{\lambda_1 (a\lambda_1^2 + b)(\lambda_1 + k_{\perp} \operatorname{th}(\lambda_1 l/2) \varepsilon_e / \varepsilon) - 4\pi / \varepsilon}{\lambda_2 (a\lambda_2^2 + b)(\lambda_2 + k_{\perp} \operatorname{th}(\lambda_2 l/2) \varepsilon_e / \varepsilon) - 4\pi / \varepsilon} \end{aligned} \quad (23)$$

равен нулю. Равенство нулю определителя $\Delta(T, k_{\perp}, l, \varepsilon, \varepsilon_e, \alpha_s)$ представляет собой неявную зависимость температуры фазового перехода T_f от параметров сегнетоэлектрической пленки $l, \varepsilon, \varepsilon_e, \alpha_s$ и от волнового вектора k_{\perp} , характеризующего неоднородное поляризованное состояние, раскрыть которую реально только численными методами. Зависимость температуры фазового перехода T_f от нормированного волнового вектора $k_{\perp} \sqrt{\kappa}$, задающего пространственную модуляцию полярной фазы для разных толщин пленки, показана на рис. 1. При построении графиков использовались параметры кристалла триглицинсульфата (ТГС): $T_C = 322 \text{ K}, \alpha_0 = 3.92 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ [18].

Обсудим результаты численного анализа. Следует сразу отметить, что поведение всех характеристик пленки будет качественно отличаться для разных знаков α_s . Это различие подробно описано в работах [19,20] для простейшей ситуации, когда нет необходимости учета электрических или магнитных полей: при $\alpha_s > 0$ температура фазового перехода T_f в пленке понижается, профиль поляризации как функция координаты z есть выпуклая вверх функция; при $\alpha_s < 0$ температура фазового перехода T_f в пленке повышается, профиль поляризации как функция координаты z есть выпуклая вниз функция. В обоих случаях температура фазового перехода T_f в пленке удовлетворяет предельному

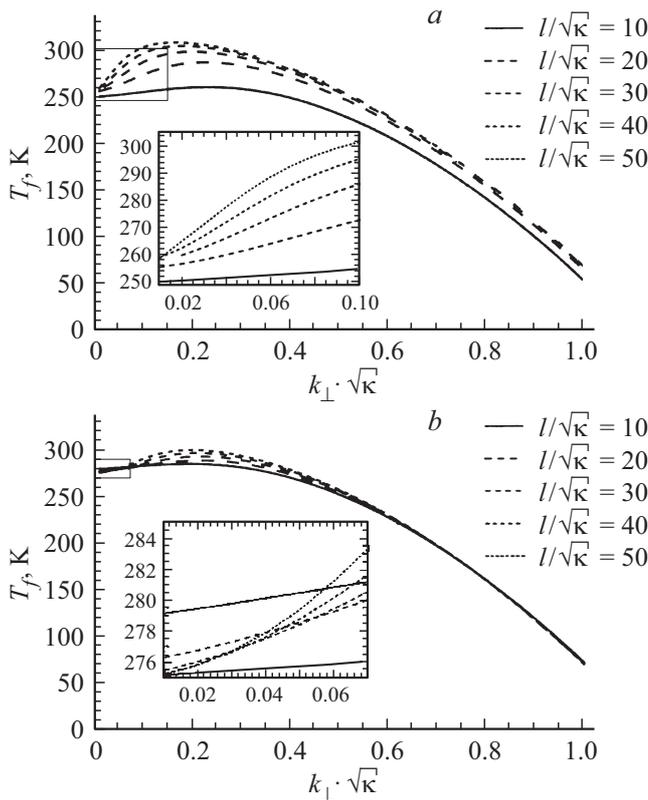


Рис. 1. Зависимость температуры T_f фазового перехода от нормированного волнового вектора $k_{\perp} \sqrt{\kappa}$ при разных нормированных толщинах $l/\sqrt{\kappa}$ пленки ТГС для параметров $\alpha_s = 0.25\sqrt{\kappa}$ (a) и $\alpha_s = -0.25\sqrt{\kappa}$ (b).

соотношению: $\lim_{l \rightarrow \infty} T_f = T_C$. Если же фазовый переход сопровождается возникновением деполаризующих электрических полей, то: а) для параметров пленки, допускающих фазовый переход в однородное состояние, по принятой в работе терминологии, изменятся его температура: $T_f \rightarrow T_{fd}$ (в дальнейшем различать температуры T_f, T_{fd} не будем, имея в виду приложение результатов только к сегнетоэлектрикам); б) для других значений параметров пленки происходит переход из параэлектрического состояния в неоднородное поляризованное состояние. На рис. 1 представлены графики зависимостей $T = T_f(k_{\perp})$ для различной по знаку величины параметра α_s . Из рис. 1 видно, что в достаточно тонких пленках, толщиной $l < 10\sqrt{\kappa}$, фазовый переход осуществляется однородно по всему объему пленки: функции $T = T_f(k_{\perp})$ имеют максимум в точке с волновым вектором $k_{\perp} = 0$, и далее монотонно убывают с ростом k_{\perp} . Если же толщина пленки $l \geq 10\sqrt{\kappa}$, то фазовый переход происходит в пространственно-модулированное неоднородное состояние с ненулевым волновым вектором k_{\perp} , зависящим от параметров $l, \epsilon, \epsilon_e, \alpha_s$. Как видно из этого рисунка, переход в неоднородное состояние происходит вне зависимости от знака параметра α_s .

Реальная температура фазового перехода T_{gh} и волновой вектор статической волны поляризации k_{\perp}^* , возника-

ющей при фазовом переходе, соответствуют точке максимума $T_{fh} = T_f^{(\max)}$ на зависимости $T = T_f(k_{\perp})$ (рис. 1). Данная температура как функция толщины пленки при различных параметрах α_s на ее поверхности приведена на рис. 2. Видно, что, если параметр $\alpha_s > 0$, то с ростом толщины пленки l температура фазового перехода $T_{fh}(l)$ возрастает и стремится к температуре Кюри T_C объемного материала: $\lim_{l \rightarrow \infty} T_{fh} = \lim_{l \rightarrow \infty} T_f = T_C$ (рис. 2, a). Кривая, описывающая зависимость $T = T_{fh}(l)$, зажата между линиями $T = T_f(l)$ и $T = T_C$, являющимися ее асимптотами. Рост функции $T = T_{fh}(l)$ с увеличением толщины пленки l объясняется уменьшением относительных вкладов корреляционной и поверхностной составляющих по сравнению с другими вкладами в свободную энергию (1). Снижение температуры T_{fh} с ростом параметра $\alpha_s > 0$, естественно связать с ростом положительной поверхностной энергии. Заметим, что зависимость $T = T_{fh}(l)$ качественно совпадает с зависимостью температуры фазового перехода в однородное состояние от толщины пленки [20]. Зависимость $T = T_{fh}(\alpha_s)$ также можно проследить на рис. 2, a: с ростом параметра $\alpha_s > 0$ температура фазового перехода в неоднородное состояние уменьшается, что, естественно, поскольку в этом случае поверхность работает как фактор, препятствующий фазовому переходу.

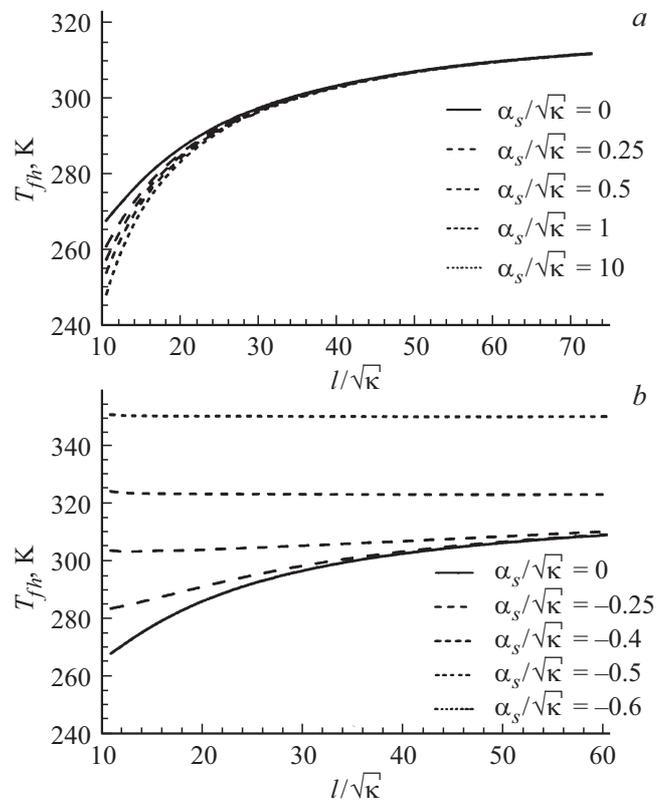


Рис. 2. Зависимость температуры T_{fh} фазового перехода в неоднородное состояние от нормированной толщины $l/\sqrt{\kappa}$ пленки ТГС при разных по знаку параметрах $\alpha_s > 0$ (a) и $\alpha_s < 0$ (b).

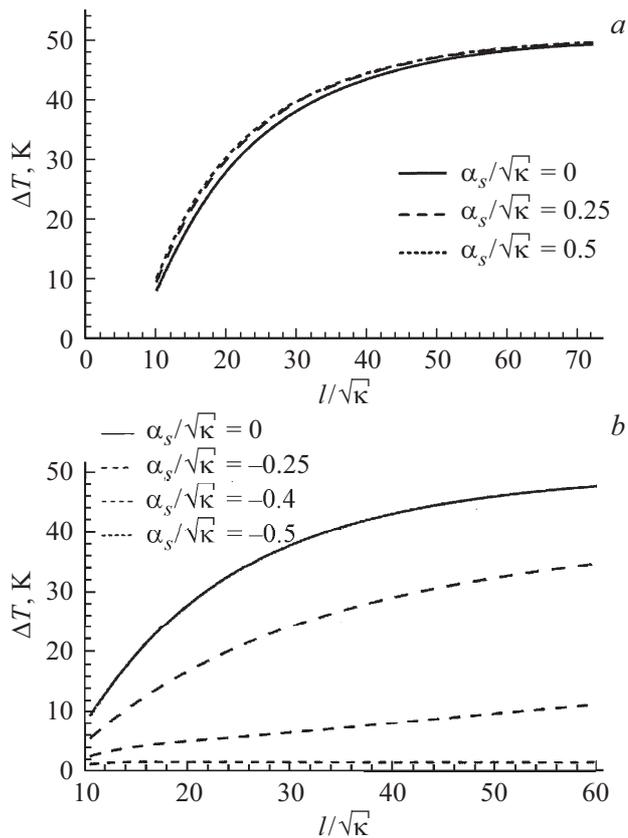


Рис. 3. Зависимость ширины температурного интервала ΔT существования неоднородной фазы от нормированной толщины $l/\sqrt{\kappa}$ пленки ТГС при разных по знаку параметрах $\alpha_s > 0$ (а) и $\alpha_s < 0$ (б).

В том случае, когда поверхность способствует переходу в сегнетоэлектрическое состояние параметр $\alpha_s < 0$ (рис. 2, б) при малых значениях параметра $|\alpha_s| \in (0, 0.4\sqrt{\kappa})$ также имеется нелинейное поведение функции $T = T_{fh}(l)$, однако ее рост с увеличением толщины пленки более слабый, чем в предыдущем случае ($\alpha_s > 0$), что связано с отрицательным вкладом поверхности в свободную энергию (1). С уменьшением параметра $\alpha_s < 0$ влияние поверхностной энергии растет и уже при значениях $|\alpha_s| > 0.4\sqrt{\kappa}$ температура T_{fh} практически перестает зависеть от толщины пленки (в пределах толщин, используемых в численных расчетах) — поверхность затягивает фазовый переход в высокотемпературную область и полностью контролирует наличие полярного состояния. Принципиальное отличие поведения $T_{fh}(l)$ в этом случае состоит в том, что $T_{fh} > T_f > T_C$ и отклонение T_{fh} от температур T_f, T_C с ростом параметра $|\alpha_s|$ только увеличивается.

Ширина $\Delta T = T_{fh} - T_f(0)$ температурного существования неоднородной фазы зависит от толщины пленки l (рис. 3). В случае $\alpha_s < 0$ (рис. 3, б) ширина ΔT значительно ниже аналогичных значений для $\alpha_s > 0$ (рис. 3, а), что, по-видимому, связано с отмеченными

выше особенностями фазового перехода для данной ситуации [21].

4. Заключение

Линейное приближение, использованное в расчетах, позволяет вычислить температуру фазового перехода T_{fh} и период статической волны поляризации, определяемый волновым вектором k_{\perp}^* , как функции параметров материала. Дальнейшая температурная эволюция этих состояний может быть исследована только при условии выхода за рамки линейного приближения.

Как показывает анализ, полученные результаты сохраняют силу, если вместо граничных условий (4) для поляризации ввести условия

$$\kappa \frac{\partial P}{\partial z} \mp \alpha_s P \Big|_{z=0,l} = w,$$

где $w \sim P_{at}a$ — поверхностное электрическое поле, P_{at} — атомная поляризация. Эти условия предложены как более корректные для исследования фазовых переходов в сегнетоэлектрической пленке в работе [22] при рассмотрении поверхности как планарного дефекта типа поле.

Экспериментально, обнаруженные закономерности фазовых переходов, будут проявляться, например, в температурных аномалиях теплоемкости, диэлектрической проницаемости, кинетических коэффициентов.

В случае массивных образцов данный эффект будет, по-видимому, тоже проявляться как неоднородные состояния вблизи поверхности.

Список литературы

- [1] Ferroelectrics—Applications / Ed. M. Lallart. InTechOpen, London (2011). 262 p. (<https://www.intechopen.com/books/ferroelectrics-applications>).
- [2] Ferroelectrics—Material Aspects / Ed. M. Lallart. InTechOpen, London (2011). 530 p. (<https://www.intechopen.com/books/ferroelectrics-material-aspects>).
- [3] N. Setter, D. Damjanovic, L. Eng, G. Fox, S. Gevorgian, S. Hong, A. Kingon, H. Kohlstedt, N.Y. Park, G.B. Stephenson, I. Stolichnov, A.K. Taganstev, D.V. Taylor, T. Yamada, S. Streiffner. *J. Appl. Phys.* **100**, 051606 (2006).
- [4] В.Н. Нечаев, А.В. Висковатых. *ФТТ* **57**, 4, 704 (2015).
- [5] В.Н. Нечаев, А.В. Шуба. В сб.: X Междунар. конф. „ПМТУКТ–2017“: Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий / Под ред. И.Л. Батаронова, А.П. Жабко, В.В. Провоторова. Научн. книга, Воронеж (2017). С. 275.
- [6] Б.А. Струков, А.П. Леванюк. *Физические основы сегнетоэлектрических явлений в кристаллах*. Наука, М. (1995). С. 229.
- [7] L. Lahoche, I. Luk'yanchuk, G. Pascoli. *Integr. Ferroelectr.* **99**, 60 (2008).
- [8] M.D. Glinchuk, E.A. Elisyeev, V.A. Stephanovich. *Physica B* **322**, 3, 356 (2002).

- [9] A.N. Morozovska, E.A. Eliseev, M.D. Glinchuk. Phys. Rev. B **73**, 214106 (2006).
- [10] М.Д. Глинчук, А.В. Рагуля. Наноферроики. Наук. думка, Киев (2010). 313 с.
- [11] Z.S. Hua, M.H. Tang, J.B. Wang, X.J. Zheng, Y.C. Zhou. Physica B **403**, 3700 (2008).
- [12] В.С. Семенов. Тонкопленочные магнитные наноэлементы. Структура доменных границ в тонких магнитных пленках. Либроком, М. (2012). 266 с.
- [13] Б.А. Беляев, В.В. Тюрнев, А.В. Изотов, Ан.А. Лексиков. ФТТ **58**, 1, 56 (2016).
- [14] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Электродинамика сплошных сред. Физматлит, М. (2005). Т. 8. 656 с.
- [15] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Т. 5. Статистическая физика. Ч. 1. Физматлит, М. (1976). 586 с.
- [16] В.Н. Нечасев, А.В. Шуба. ФТТ **56**, 5, 949 (2014).
- [17] V.N. Nechaev, A.V. Shuba. Ferroelectrics **501**, 32 (2016).
- [18] Г.А. Смоленский, В.А. Боков, В.А. Исупов, Н.Н. Крайник, Р.Е. Пасынков, М.С. Шур. Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики. Наука, Л. (1971). 476 с.
- [19] D.R. Tilley, B. Zeks. Solid State Commun. **49**, 8, 823 (1984).
- [20] V.N. Nechaev, A.V. Shuba. Ferroelectrics **359**, 35 (2007).
- [21] S. Lin, T. Lu, W. Cao. Phys. Status Solidi B **243**, 12, 2952 (2006).
- [22] A.M. Bratkovsky, A. P. Levanyuk. Phys. Rev. Lett. **94**, 10761 (2005).

Редактор Т.Н. Василевская