

01

Возбуждение хаотических и квазипериодических колебаний в многоконтурном генераторе с общей схемой управления

© Н.В. Станкевич^{1,2}, О.В. Астахов³, А.П. Кузнецов^{1,3},
Е.П. Селезнев^{1,3}

¹ Саратовский филиал Института радиотехники и электроники
им. В.А. Котельникова РАН, Саратов, Россия

² Саратовский государственный технический университет
им. Гагарина Ю.А., Саратов, Россия

³ Саратовский национальный исследовательский государственный
университет им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия
E-mail: stankevichnv@mail.ru

Поступило в Редакцию 14 сентября 2017 г.

Предложен многоконтурный генератор с общей схемой управления возбуждением автоколебаний в каждом контуре, демонстрирующий квазипериодические и хаотические колебания. Представлено численное и экспериментальное исследование многоконтурного генератора. Показана возможность возбуждения многоконтурных квазипериодических, хаотических и гиперхаотических колебаний с несколькими положительными показателями Ляпунова.

DOI: 10.21883/PJTF.2018.10.46098.17042

Разработка и исследование радиофизических генераторов сложных колебательных режимов представляют собой одну из актуальных проблем как с практической [1–10], так и с теоретической точки зрения [11–13]. Одно из перспективных направлений практического использования таких радиофизических генераторов — применение их в системах скрытой передачи данных [1–3]. Данное направление является перспективным, поскольку в отличие от повсеместно распространенного цифрового шифрования это принципиально иной метод кодирования информации, для которого не подойдут известные методы декодирования, базирующиеся на теории криптографической защиты информации.

Сложность создания подобных систем связана с обеспечением их надежности, устойчивости к шумам, вероятностью декодирования сигнала и тем самым необходимостью сохранения конфиденциальности передаваемой информации. Для повышения надежности в [4–6] предлагается использовать генераторы с хаотическими аттракторами гиперболического типа. А сохранение конфиденциальности передаваемой информации напрямую связано со сложностью используемых хаотических колебаний. Чем сложнее хаос, тем более надежной в плане конфиденциальности будет система связи. Для генерации сложных хаотических колебаний требуются системы со сравнительно большой размерностью фазового пространства: многомодовые, с запаздыванием [7–10] или распределенные системы. В рамках настоящей работы рассмотрим многомодовую систему.

С теоретической точки зрения интерес к подобным системам обусловлен тем, что переходу к хаосу в таком автогенераторе предшествует рождение многомерных квазипериодических колебаний (многомерных торов), т. е. с большим числом несоизмеримых частот. В настоящее время подробно изучен переход к хаосу через разрушение двумерного тора [2], однако переход к хаосу через разрушение тора размерности три и более мало изучен [11–15], что в свою очередь представляет несомненный интерес.

В рамках настоящей работы предлагается многоконтурный генератор, состоящий из пяти нелинейных контуров, с общей схемой управления, в котором возможно возникновение двух-, трех-, четырехчастотных торов и их разрушение с формированием хаотической и гиперхаотической динамики. На рис. 1 представлена принципиальная схема исследуемого многоконтурного автогенератора в качестве базового элемента многоконтурного генератора выберем осциллятор типа Ван дер Поля: пять колебательных контуров $E_1C_1-L_5C_5$, которые задают частоты пяти собственных автоколебательных мод: f_1-f_5 . Полупроводниковые диоды, входящие в состав контуров, обеспечивают нелинейность каждой моды и автогенератора в целом. В качестве активных элементов используются операционные усилители OA_1-OA_5 с регулируемыми коэффициентами усиления по напряжению k_1-k_5 , работающие в линейном режиме и используемые для развязки колебательных контуров между собой и отдельного управления возбуждением каждой из мод генератора. Составной усилитель на основе OA_{11} и OA_{12} — суммирующий, инвертирующий линейный усилитель.

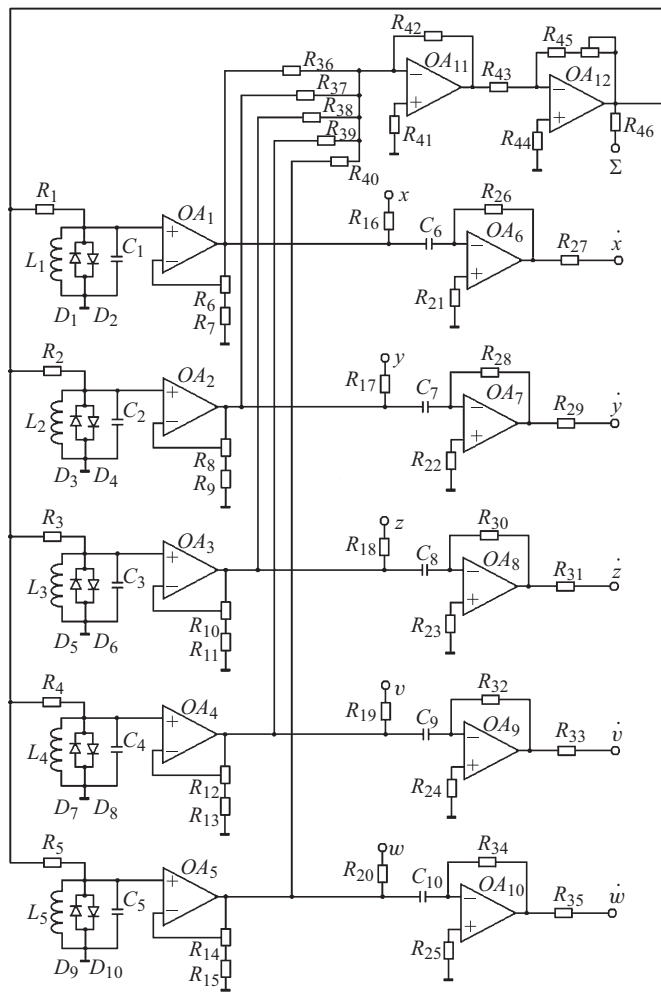


Рис. 1. Принципиальная схема многоконтурного генератора с общей схемой управления.

Усилители OA_6 – OA_{10} представляют собой дифференцирующие усилители и предназначены для получения производной напряжения с выходов

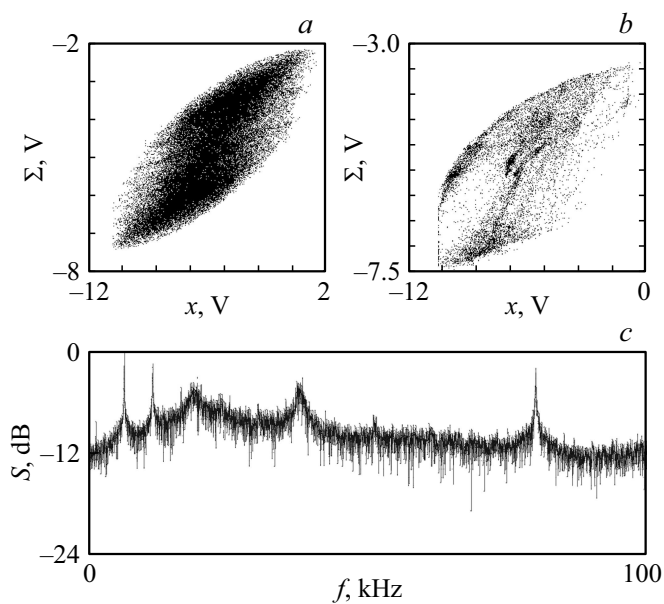


Рис. 2. *a* — двумерная проекция фазового портрета хаотического аттрактора, полученная экспериментально; *b* — его четырехкратное сечение Пуанкаре гиперповерхностью $y = 0, z = 0, \dot{v} = 0, \dot{w} = 0$; *c* — его спектр Фурье.

$OA_1 - OA_5$. Управляющими параметрами исследуемой системы являются коэффициенты усиления $k_1 - k_5$, а также коэффициент усиления k_0 составного усилителя. Для обеспечения в автогенераторе возможности возбуждения многочастотных квазипериодических колебаний, а также их хаотизации, необходимо, чтобы частоты контуров были разнесены. В экспериментах мы использовали следующие частоты (в kHz): $f_1 = 6.65, f_2 = 11.53, f_3 = 21.38, f_4 = 41.88, f_5 = 82.24$.

Особенность данной системы заключается в том, что при такой конфигурации автогенератора коэффициенты усиления каждого контура, с одной стороны, отвечают за возбуждение автоколебаний в контурах, а с другой — эти же коэффициенты играют роль связи, т.е. приносят в систему затухание. В связи с этим в системе для возбуждения каждого контура необходимы некоторые релевантные значения коэффициентов

усиления. В том случае, когда все коэффициенты усиления равны нулю, в системе никаких автоколебаний не будет. Если постепенно увеличивать коэффициент усиления каждого контура (коэффициент общего усиления сигнала k_0 всегда будем считать равным единице), то постепенно будет возбуждаться каждый из контуров. При увеличении коэффициента k_1 при определенном пороговом значении в генераторе возбуждаются автоколебания; если затем начать увеличивать коэффициент k_2 , то при определенном пороговом значении возникнет двухчастотный тор и т.д. В работе [16] проиллюстрировано последовательное возбуждение мод. Таким образом, в системе возможно как общее, так и независимое управление возбуждением каждой из мод и в целом пятичастотных квазипериодических колебаний. Изменение коэффициентов усиления в широких пределах позволяет наблюдать целый спектр феноменов нелинейной динамики, таких как рождение и разрушение торов с возникновением сложной хаотической динамики. На рис. 2 представлен пример хаотического аттрактора, полученного экспериментально для схемы, приведенной на рис. 1. На рис. 2, *a* показана двумерная проекция фазового портрета на плоскость (x, Σ) , где Σ — это сумма всех динамических переменных автогенератора, $\Sigma = x + y + z + v + w$. На рис. 2, *b* представлен тот же фазовый портрет, но в четырехкратном сечении Пуанкаре [14,15]. Как видно из рисунка, инвариантная кривая уже разрушилась, что соответствует сложной хаотической динамике, причем в данном случае также возможно возникновение гиперхаоса. На рис. 2, *c* приведен спектр Фурье реализующегося хаотического сигнала. Спектр мощности автоколебаний является сплошным, однако здесь можно выделить максимумы, соответствующие частотам собственных мод автогенератора, а также их комбинационных гармоник. Максимумы спектра мощности, наблюдаемые на частотах второй и третьей мод автоколебаний, сглажены и не имеют четких пиков, что указывает на неустойчивость соответствующих мод.

Экспериментальное исследование данной модели позволяет изучать квазипериодические колебания, однако в эксперименте достаточно трудно реализовать исследование хаотических колебаний. По форме аттрактора с помощью методики кратных сечений Пуанкаре [14,15] можно отличить многочастотный квазипериодический режим от хаотического, однако различить гиперхаос возможности нет. Такой анализ можно провести только при численном моделировании динамики системы. Записав уравнения Кирхгофа для схемы автогенератора (рис. 1), можно

Соответствие реализующегося в системе режима и сигнатуры спектра показателей Ляпунова

Режим	Обозначение	Сигнатура спектра показателей Ляпунова
Периодические колебания	P	$(0, -, -, -, -, -, -, -, -)$
Тор-2	T_2	$(0, 0, -, -, -, -, -, -, -)$
Тор-3	T_3	$(0, 0, 0, -, -, -, -, -, -)$
Тор-4	T_4	$(0, 0, 0, 0, -, -, -, -, -, -)$
Хаос	C	$(+, 0, -, -, -, -, -, -, -)$
Гиперхаос	HC	$(+, +, 0, -, -, -, -, -, -)$

получить систему дифференциальных уравнений, описывающую многоконтурный генератор с общей схемой управления:

$$\begin{aligned}
 \ddot{x} - (\lambda k_1 - x^2)\dot{x} + \omega_1^2 x + k_0(k_2 \dot{y} + k_3 \dot{z} + k_4 \dot{v} + k_5 \dot{w}) &= 0, \\
 \ddot{y} - (\lambda k_2 - y^2)\dot{y} + \omega_2^2 y + k_0(k_1 \dot{x} + k_3 \dot{z} + k_4 \dot{v} + k_5 \dot{w}) &= 0, \\
 \ddot{z} - (\lambda k_3 - z^2)\dot{z} + \omega_3^2 z + k_0(k_1 \dot{x} + k_2 \dot{y} + k_4 \dot{v} + k_5 \dot{w}) &= 0, \\
 \ddot{v} - (\lambda k_4 - v^2)\dot{v} + \omega_4^2 v + k_0(k_1 \dot{x} + k_2 \dot{y} + k_3 \dot{z} + k_5 \dot{w}) &= 0, \\
 \ddot{w} - (\lambda k_5 - w^2)\dot{w} + \omega_5^2 w + k_0(k_1 \dot{x} + k_2 \dot{y} + k_3 \dot{z} + k_4 \dot{v}) &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Здесь x, y, z, v, w — динамические переменные многоконтурного генератора, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 — коэффициенты возбуждения колебательных мод в каждом контуре, которые изменяются общей схемой управления, $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5$ — собственные частоты автогенераторов.

Обратимся к численному исследованию динамики математической модели (1). Анализ динамических режимов системы с несколькими несоизмеримыми частотами и гиперхаосом наиболее удобно проводить с помощью расчета полного спектра показателей Ляпунова. В ходе работы расчет показателей Ляпунова проводился с помощью стандартного алгоритма Бенеттина с ортогонализацией по Граму–Шмидту.

Рассмотрим устройство плоскостей параметров различных коэффициентов усиления, на которых по результатам анализа сигнатуры

4* Письма в ЖТФ, 2018, том 44, вып. 10

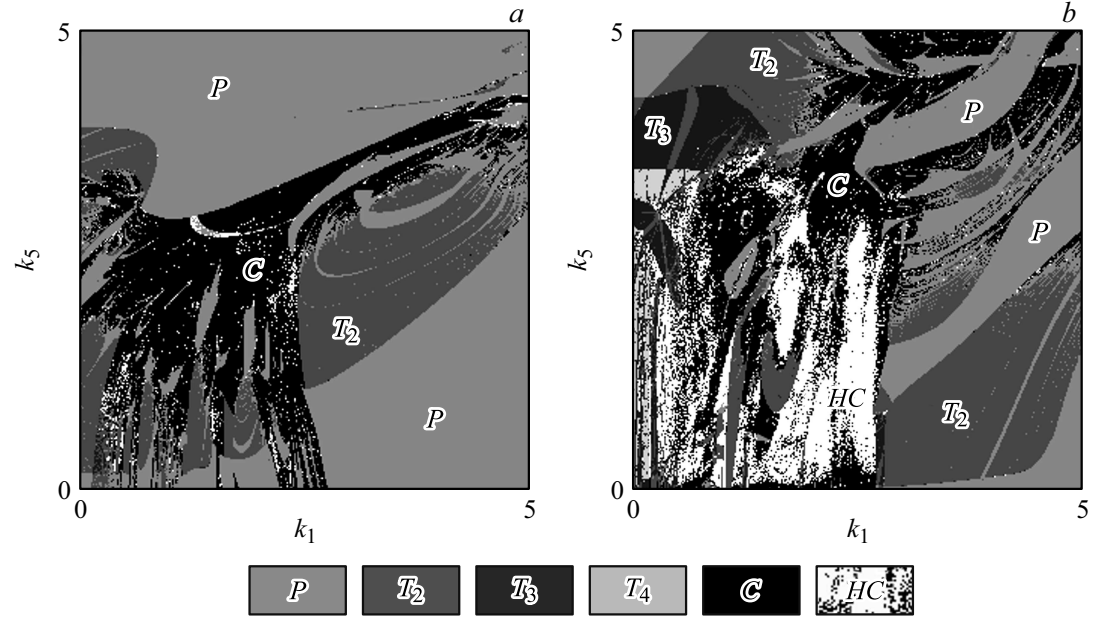


Рис. 3. Карты показателей Ляпунова модели многоконтурного автогенератора (1) при $\omega_1 = 1$, $\omega_2 = \sqrt{3}$, $\omega_3 = \sqrt{11}$, $\omega_4 = \sqrt{41}$, $\omega_5 = \sqrt{153}$, $\lambda = 1$. *a* — $k_2 = k_3 = k_4 = 2$, *b* — $k_2 = k_3 = k_4 = 1$.

спектра показателей Ляпунова различными цветами отмечаются области разных динамических режимов. В таблице представлено соответствие реализующегося режима и сигнатуры показателей Ляпунова с их буквенным обозначением на карте. На рис. 3 показаны карты показателей Ляпунова на плоскости параметров (k_1, k_5) . Остальные значения параметров были фиксированы: $k_2 = k_3 = k_4 = 2$ (рис. 3, *a*) и $k_2 = k_3 = k_4 = 1$ (рис. 3, *b*). Как видно из рисунка, в первом случае при нулевых значениях коэффициентов усиления имеет место режим периодических автоколебаний. При вариации коэффициента k_1 в небольшом интервале значений параметра возникает двухчастотный тор, но затем он опять переходит в периодические колебания. При вариации коэффициента k_5 возникает двухчастотный тор, который сохраняется и при дальнейшем увеличении параметра, на торе возникают резонансы, затем тор разрушается с возникновением хаотической динамики с одним положительным показателем Ляпунова. Отметим, что в этом случае мы не наблюдаем торов более высокой размерности и гиперхаоса. Если уменьшить значения остальных коэффициентов усиления (рис. 3, *b*), то ситуация меняется: при малых коэффициентах k_1 и k_5 возникают трехчастотные и четырехчастотные квазипериодические колебания, на плоскости параметров наблюдается характерная для многочастотных квазипериодических колебаний резонансная паутина Арнольда, а разрушение многочастотных торов сопровождается рождением хаотической динамики с одной и двумя положительными ляпуновскими экспонентами.

Таким образом, в работе предложена и исследована численно схема многоконтурного генератора, в котором возможно возникновение многочастотных квазипериодических колебаний, их разрушение и формирование сложной хаотической и гиперхаотической динамики.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 17-12-01008).

Список литературы

- [1] Pecora L.M., Carroll T.L. // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64. N 8. P. 821–824.
- [2] Дмитриев А.С., Панас А.И. Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002. 252 с.
- [3] Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е. // УФН. 2009. Т. 179. В. 12. С. 1281–1310.

- [4] Кузнецов С.П., Селезнев Е.П. // ЖЭТФ. 2006. Т. 129. В. 2. С. 400–412.
- [5] Кузнецов С.П., Пономаренко В.И., Селезнев Е.П. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2013. Т. 21. № 5. С. 17–30.
- [6] Isaeva O.V., Jalnina A.Yu., Kuznetsov S.P. Chaotic communication with robust hyperbolic transmitter and receiver. Preprint. arXiv: 1708.02871.
- [7] Караваев А.С., Пономаренко В.И., Селезнев Е.П., Глуховская Е.Е., Прохоров М.Д. // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. В. 14. С. 24–31.
- [8] Караваев А.С., Кульминский Д.Д., Пономаренко В.И., Прохоров М.Д. // Письма в ЖТФ. 2015. Т. 41. В. 1. С. 3–11.
- [9] Karavaev A.S., Kulminskiy D.D., Ponomarenko V.I., Prokhorov M.D. // Int. J. Bif. Chaos. 2015. V. 25. N 10. P. 1550134.
- [10] Кульминский Д.Д., Пономаренко В.И., Караваев А.С., Прохоров М.Д. // ЖТФ. 2016. Т. 86. В. 5. С. 1–8.
- [11] Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Sataev I.R., Turukina L.V. // Phys. Lett. A. 2013. N 45-48. V. 377. P. 3291–3295.
- [12] Станкевич Н.В., Кузнецов А.П., Селезнев Е.П. // ЖТФ. 2017. Т. 87. В. 6. С. 952–955.
- [13] Попова Е.С., Захаревич А.М., Селезнев Е.П. // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Физика. 2013. Т. 13. № 1. С. 47–55.
- [14] Stankevich N.V., Kuznetsov A.P., Popova E.S., Seleznev E.P. // Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 2017. V. 43. P. 200–210.
- [15] Кузнецов А.П., Попова Е.С., Селезнев Е.П., Станкевич Н.В. // Вестн. СГТУ. 2013. Т. 69. № 1. С. 33–39.
- [16] Stankevich N.V., Astakhov O.V., Seleznev E.P. // 2017 Progress in electromagnetics research symposium (PIERS). St.Petersburg, 2017. P. 3119–3121; <http://ieeexplore.ieee.org/document/8262293/citations>