

Проявление рассеяния излучения в методе импульсной терагерцовой спектроскопии

© В.Л. Малевич¹, Г.В. Сеницын¹, Г.Б. Сочилин², Н.Н. Розанов^{2,3,4}

¹ Институт физики НАН Беларуси,
220072 Минск, Беларусь

² Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова,
199053 Санкт-Петербург, Россия

³ Университет ИТМО,
197101 Санкт-Петербург, Россия

⁴ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе,
194021 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: v.malevich@ifanbel.bas-net.by, nnrosanov@mail.ru

Поступила в редакцию 12.02.2018 г.

Проведен анализ рассеяния широкополосных терагерцовых импульсов шероховатой поверхностью полубесконечной среды модифицированным методом Монте-Карло, учитывающим фазу излучения. Результаты сравнены с упрощенным аналитическим выражением, которое допускает обобщение на случай слоистых сред и наличия объемного рассеяния. Соответствие этих результатов позволяет предложить простой способ исключения или ослабления влияния рассеяния на восстановление характеристик сред в методе импульсной терагерцовой спектроскопии.

DOI: 10.21883/OS.2018.06.46090.40-18

Введение

Метод импульсной терагерцовой (ТГц) спектроскопии с временным разрешением основан на измерении временной зависимости электрического поля широкополосного ТГц импульса, прошедшего через исследуемый объект или отраженного от него [1,2]. Сравнивая спектр этого импульса с опорным спектром известного образца, можно получить спектральные зависимости показателя преломления и коэффициента поглощения исследуемого образца в широкой области частот, простирающейся от СВЧ до дальнего ИК диапазона. В импульсной ТГц спектроскопии используется информация и о фазе ТГц импульса. Поэтому результаты спектральных измерений могут оказаться весьма чувствительными к эффекту рассеяния на случайных неоднородностях образца [3–10], который приводит к искажениям волнового фронта и временной формы ТГц импульса.

Большинство материалов сильно поглощают ТГц излучение, и поэтому для измерения их спектров используется метод импульсной ТГц спектроскопии на отражение. В этом случае можно ожидать, что главную роль будет играть рассеяние ТГц импульса на шероховатой поверхности образца [3,4]. В настоящей работе численно моделируется пространственно-временная эволюция электрического поля ТГц импульса с гауссовым поперечным профилем, отражающегося от шероховатой поверхности среды с лоренцевым контуром поглощения, и исследуется влияние шероховатости на спектр отражения. Соответствие численных результатов и аналитических выводов упрощенного подхода позволяет предложить простой вариант значительного ослабления

влияния рассеяния излучения на неоднородностях на точность восстановления характеристик сред методом ТГц импульсной спектроскопии.

Монте-Карло-моделирование

В отличие от работы [10], в которой случайным образом разыгрывалась поверхность раздела сред, и далее рассчитывалось регулярное распространение пучка-импульса, здесь будем проводить моделирование с использованием модифицированного метода Монте-Карло [11,12], учитывающего фазу электрического поля излучения и когерентные эффекты. В данном методе моделируется эволюция электрического поля излучения, которое представляется в виде ансамбля плоских волн, каждая из которых характеризуется частотой, волновым вектором, амплитудой, поляризацией и фазой. Такой метод был успешно применен для моделирования многократного рассеяния поляризованного света в случайно-неоднородной среде [11], эффекта когерентного обратного рассеяния [13], а также распределения амплитуды и фазы света при его острой фокусировке в рассеивающей среде [14]. Принципиально при достаточно большой статистике данный подход эквивалентен использованному в [10], но он легче обобщается на случаи слоистых сред и объемного рассеяния.

Рассматриваем отражение ТГц импульса от шероховатой поверхности полубесконечной среды с диэлектрической проницаемостью, зависящей от частоты (некоторые обобщения обсуждаются в заключении). Для простоты предположим, что в срединной плоскости ($z = 0$) рассе-

ивающей поверхности волновой фронт падающего вдоль оси z импульса является плоским. Предполагаем также, что падающий ТГц импульс характеризуется гауссовым поперечным распределением амплитуды, а его временная форма имеет биполярный вид. Пространственно-временное распределение поля такого импульса будем аппроксимировать выражением

$$E_i(t, z = 0, \rho) = A(t) \exp(-\rho^2/w^2),$$

$$A(t) = at^2(1 - t/3\tau) \exp(-t/\tau), \quad t > 0, \quad (1)$$

где параметры w , τ и a характеризуют радиус пучка, длительность и амплитуду импульса соответственно.

Профиль шероховатой поверхности $z = \xi(x, y)$ (ξ — высота неоднородности относительно плоскости $z = 0$) будем описывать гауссовой статистикой с корреляционной функцией $\langle \xi(\rho)\xi(\rho') \rangle = \sigma^2 \exp[-(\rho - \rho')^2/2l^2]$, где $\rho = (x, y)$ — двумерный радиус-вектор в срединной плоскости, σ и l — среднеквадратичная высота и радиус корреляции (поперечный размер) неоднородностей. Рассеяние плоских волн будем рассматривать в приближении Кирхгофа [15,16], которое справедливо для крупномасштабных и плавных неоднородностей с радиусом кривизны, значительно превышающим длину волны излучения. В этом случае рассеивающую поверхность можно считать локально-плоской и для коэффициентов отражения и преломления использовать формулы Френеля, параметрами которых являются локальный угол падения плоской волны и показатели преломления граничащих сред.

Алгоритм Монте-Карло-моделирования организован следующим образом. Из выражения (1) путем фурье-преобразования вычисляем угловой и частотный спектры электрического поля ТГц импульса:

$$E(\omega, \mathbf{k}_t) = \int_0^{+\infty} dt \int d^2\rho A(t) \exp(-\rho^2/w^2) e^{-i(\omega t - \mathbf{k}_t \cdot \rho)}$$

$$= \frac{2\pi a \omega^2 |\omega|}{(\omega^2 + \tau^{-2})} e^{i\varphi(\omega)} e^{-\frac{k_t^2 \omega^2}{4}},$$

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} \operatorname{sgn}(\omega) + \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\omega\tau}\right). \quad (2)$$

Далее методом статистических испытаний из выражения (2) находится начальное распределение плоских волн по частотам ω , фазам $\varphi(\omega)$ и поперечным волновым векторам \mathbf{k}_t . Компонента k_z волнового вектора вдоль оси z находится из соотношений $k_t^2 + k_z^2 = \omega^2/c^2$, где $k_t \leq \omega/c$ (c — скорость света в вакууме). Выполнение этого неравенства означает, что мы пренебрегаем эванесцентными волнами, которые экспоненциально затухают в пространстве и не дают вклада в дальнейшее поле. Вектор поляризации отдельной плоской волны определяется из условия поперечности. Амплитуда, поляризация и направление волнового вектора плоской

волны, отраженной шероховатой поверхностью, находятся из формул Френеля. Единичный вектор внешней нормали \mathbf{n} к поверхности, который определяет угол падения плоской волны, находится [16] из выражений

$$\mathbf{n} = \frac{-\hat{z} + \gamma_{2,x}\hat{x} + \gamma_{2,y}\hat{y}}{\sqrt{1 + \gamma_{2,x}^2 + \gamma_{2,y}^2}}, \quad \gamma_2 = \frac{\partial \xi}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \hat{y}, \quad (3)$$

где \hat{x} , \hat{y} и \hat{z} — орты координат, двумерный вектор γ_2 характеризует наклон поверхности. Для изотропной поверхности, подчиняющейся гауссовой статистике, функция распределения $\xi(\gamma)$, описывающая наклон поверхности, также является гауссовой и имеет вид $\xi(\gamma_2) = (1/2\pi\gamma_2^2) e^{-\gamma_2^2/2\gamma_2^2}$, где $\gamma_2^2 = \sigma^2/l^2$. Компоненты вектора γ_2 находим из соотношений

$$\gamma_2 = -\sqrt{2\gamma_2^2} \ln q, \quad \gamma_{2,x} = \gamma_2 \cos 2\pi q_1, \quad \gamma_{2,y} = \gamma_2 \sin 2\pi q_1,$$

где q и q_1 — случайные числа, равномерно распределенные в интервале $(0, 1)$. Высота неоднородностей определяется из выражения $\xi = \sigma \left(\sum_{i=1}^M q_i - M/2 \right)$ (q_i — однородно распределенные в интервале $(0, 1)$ случайные числа), которое при $M \geq 6$ достаточно точно аппроксимирует нормальное распределение. Единичный вектор \mathbf{r} вдоль направления отражения волны определяется как $\mathbf{r} = 2 \cos \theta_i \mathbf{n} + \mathbf{i}$, где θ_i — угол падения падающей волны, определяемый соотношением $\cos \theta_i = |(\mathbf{n}|\mathbf{i})|$, \mathbf{i} — единичный вектор вдоль направления падения волны.

Представим электрическое поле \mathbf{E}_i падающей волны в виде

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_{is} + \mathbf{E}_{ip}, \quad \mathbf{E}_{is} = \frac{(\mathbf{E}_i[\mathbf{n} \times \mathbf{i}])[\mathbf{n} \times \mathbf{i}]}{([\mathbf{n} \times \mathbf{i}]|\mathbf{n} \times \mathbf{i})},$$

$$\mathbf{E}_{ip} = \frac{(\mathbf{E}_i[\mathbf{i}|\mathbf{n}])[\mathbf{i}|\mathbf{n}]}{([\mathbf{n} \times \mathbf{i}]|\mathbf{n} \times \mathbf{i})}. \quad (4)$$

Здесь \mathbf{E}_{is} и \mathbf{E}_{ip} соответствуют s - и p -поляризованным компонентам электрического поля. Умножая компоненты падающего поля на коэффициенты френелевского отражения r_p и r_s для двух поляризаций, получаем из (4) для поля отраженной волны \mathbf{E}_r следующее выражение:

$$\mathbf{E}_r = r_s \mathbf{E}_{is} + r_p \mathbf{E}_{ip}. \quad (5)$$

Пространственно-временное распределение когерентного электрического поля восстанавливается из углового и частотного спектров рассеянных волн с использованием обратного преобразования Фурье. При этом учитывается изменение фазы волны при ее распространении в свободном пространстве, а также в результате отражения от шероховатой поверхности.

Результаты расчетов

С целью проверки корректности развитого в настоящей работе подхода нами было проведено моделирование рассеяния широкополосного ТГц импульса шероховатой поверхностью ($\sigma = 0.001$ см, $l = 0.2$ см) среды

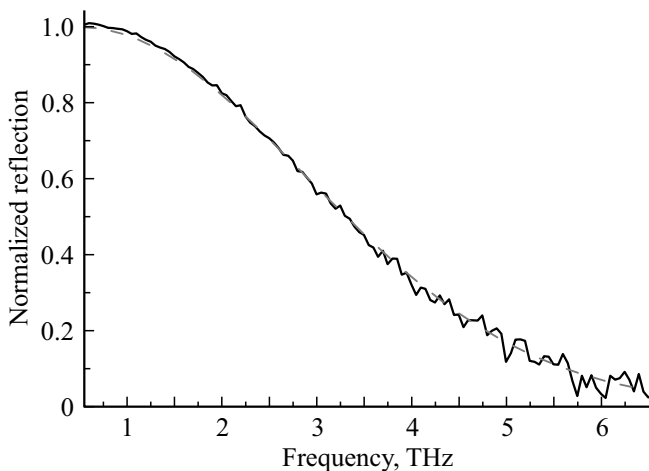


Рис. 1. Спектральная зависимость нормированного коэффициента отражения от шероховатой поверхности с параметрами $\sigma = 0.001$ см, $l = 0.2$ см, рассчитанная методом Монте-Карло (сплошная кривая). Штриховая кривая — результат аналитического расчета.

в отсутствие дисперсии и рассчитана когерентная компонента электрического поля отраженного излучения в дальней зоне. Чтобы исключить влияние дифракции, поперечное распределение амплитуды поля падающей волны предполагалось однородным. На рис. 1 приведена рассчитанная частотная зависимость эффективного коэффициента отражения в зеркальном направлении, нормированного на коэффициент отражения от гладкой поверхности. На этом же рисунке показана частотная зависимость фактора $\exp(2\sigma^2\omega^2/c^2)$ [15,16], описывающего экспоненциальное уменьшение когерентного коэффициента отражения с увеличением частоты и характерной высоты неровности поверхности. Совпадение результатов Монте-Карло-моделирования с аналитическим решением в достаточно широкой спектральной области [15,16] подтверждает корректность разработанных алгоритма и программы.

Также нами была рассчитана пространственно-временная эволюция биполярного ТГц импульса с гауссовым поперечным профилем (1), распространяющегося в свободном пространстве, и проведено сравнение результатов моделирования с известным решением, справедливым в параксиальном приближении [1,17]:

$$E(t, \rho, z) = \frac{1}{2\pi z c} \int d^2\rho' e^{-\frac{(\rho-\rho')^2}{w^2}} \frac{\partial A(t-z/c-\rho'^2/2zc)}{\partial t}. \quad (6)$$

В качестве параметров ТГц импульса в начальной плоскости $z = 0$ были выбраны $w = 0.5$ см, $\tau = 0.2$ пс. Из результатов моделирования следует (рис. 2, а), что ограниченность ТГц импульса в поперечном сечении приводит к изменению его пространственно-временной структуры по мере распространения. Данный эффект проявляется в наибольшей степени для широкополосных импульсов, состоящих из нескольких осцилляций поля,

и обусловлен зависимостью дифракционной длины от частоты излучения [18]. В результате дифракции первоначально однородное по сечению пучка распределение частотных компонент поля становится неоднородным. Низкочастотные компоненты поля дифрагируют быстрее, чем высокочастотные, и смещаются на периферию пучка. В результате временной профиль ТГц импульса сужается на оси пучка и расширяется на его периферии. Этот эффект иллюстрирует рис. 2, б, где приведены результаты расчетов временных профилей ТГц импульса для двух значений ρ . Результаты расчетов методом Монте-Карло и с использованием выражения (6) хорошо совпадают, что указывает на корректность используемых алгоритма и программы моделирования.

Применим модифицированный метод Монте-Карло для моделирования рассеяния биполярного ТГц импульса с гауссовым поперечным профилем, падающего нормально на шероховатую поверхность полубесконечной среды, характеризующейся диэлектрической проница-

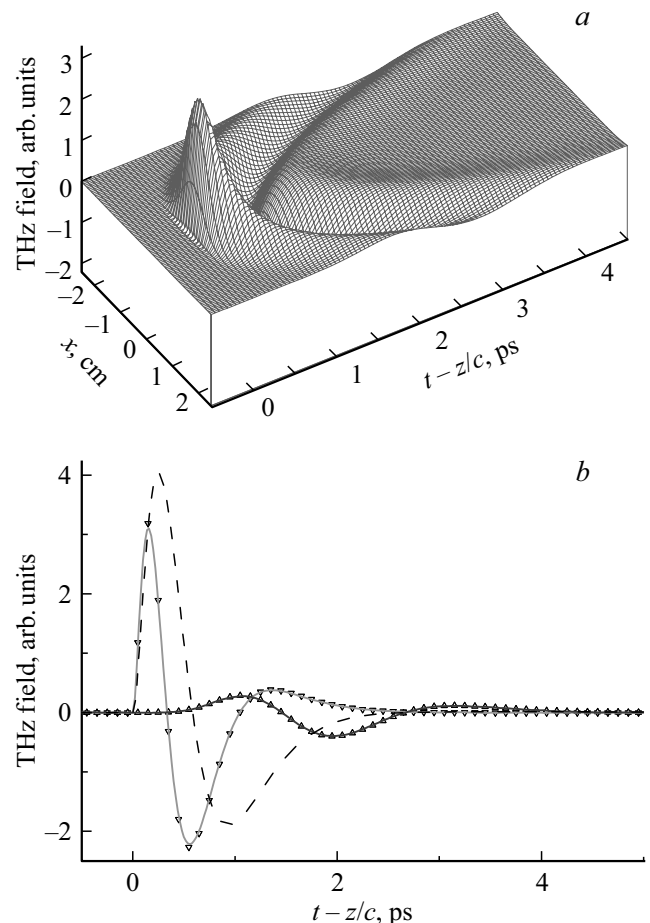


Рис. 2. Пространственно-временное распределение поля ТГц импульса в плоскости $z = 50$ см, рассчитанное методом Монте-Карло (а). Временные профили ТГц импульса для двух значений поперечной координаты $x = 0$ (1), 2 см (2). Сплошные кривые — результат моделирования Монте-Карло, треугольники — результат расчета по формуле (6). Штриховая кривая — начальный профиль ТГц импульса при $z = 0$.

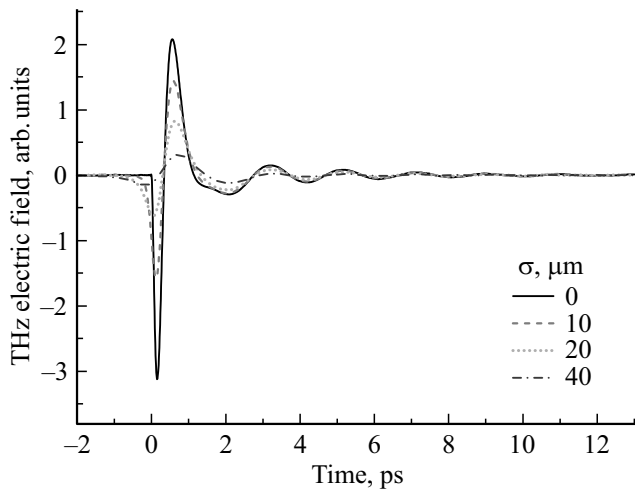


Рис. 3. Рассчитанные методом Монте-Карло временные зависимости когерентного электрического поля ТГц импульса, отраженного от поверхности шероховатой среды, характеризующейся лоренцевым типом дисперсии. $z = 50$ см.

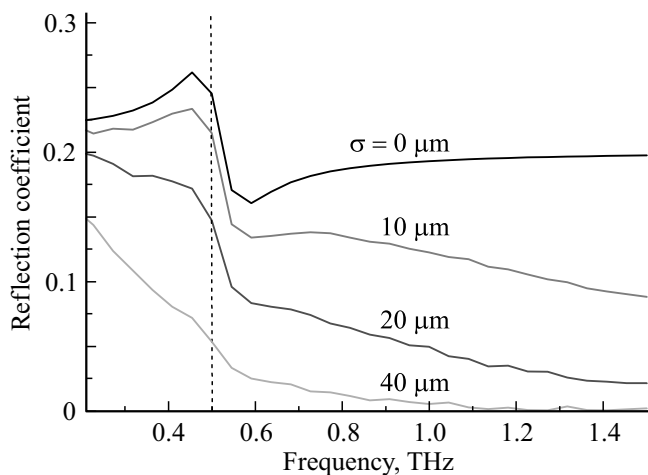


Рис. 4. Спектральные зависимости коэффициента зеркального отражения от среды с шероховатой поверхностью и лоренцевым типом дисперсии. $z = 50$ см.

мостью лоренцева типа:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{(\epsilon_0 - \epsilon_\infty)\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}. \quad (7)$$

Здесь ϵ_0 и ϵ_∞ — статическая и высокочастотная диэлектрические проницаемости, ω_0 — резонансная частота, γ — параметр, характеризующий ширину контура поглощения. Использовались следующие значения параметров: $\omega_0 = 0.5$ ТГц, $\gamma = 0.1$ ТГц, $\epsilon_\infty = 2.25$, $\epsilon_0 = 2.45$, $l = 0.2$ см, $w = 0.5$ см, $\tau = 0.2$ пс.

На рис. 3 представлены временные формы ТГц импульсов, отраженных в зеркальном направлении от шероховатой поверхности дисперсионной среды, рассчитанные для разных значений среднеквадратичной высоты неровностей. Временная зависимость ТГц поля отра-

женного импульса демонстрирует наличие осцилляций на резонансной частоте, затухающих с характерным временем затухания γ^{-1} . Из временных зависимостей рассчитывался амплитудный спектр поля отраженного ТГц импульса. На рис. 4 приведены спектры эффективного коэффициента отражения для среды с дисперсионным законом (7) и шероховатой поверхностью. Этот коэффициент рассчитывался как отношение амплитудного спектра ТГц импульса, отраженного от среды, к амплитудному спектру опорного сигнала, который представлял собой ТГц импульс от гладкой, идеально отражающей поверхности. На рис. 5 этот спектр вычислен по аналитической формуле с использованием фактора $\exp(-2\sigma^2\omega^2/c^2)$ для поверхности с нормальным распределением ее возвышений. Видно, что результаты, приведенные на этих рисунках, качественно согласуются и что характерная особенность в спектре отражения на частоте 0.5 ТГц (соответствует длине волны 600 мкм) хорошо различима для поверхностей с характерной высотой неровностей < 40 мкм. При больших значениях высоты неровностей характерный перегиб вблизи резонансной частоты становится практически незаметным. Формальный критерий „исчезновения“ спектральной линии можно ввести требованием слияния соответствующих минимума и максимума в спектре коэффициента отражения, такой критерий приводит к близким критическим значениям сечения рассеяния. Некоторое различие рис. 4 и 5 вызвано тем, что для первого из этих рисунков источник и детектор располагались на конечном расстоянии от шероховатой поверхности, а для второго — полагалось, что это расстояние отвечает дальней зоне применительно к существенному диапазону частот излучения.

Таким образом, из расчетов следует, что рассеяние на шероховатой поверхности с характерной высотой

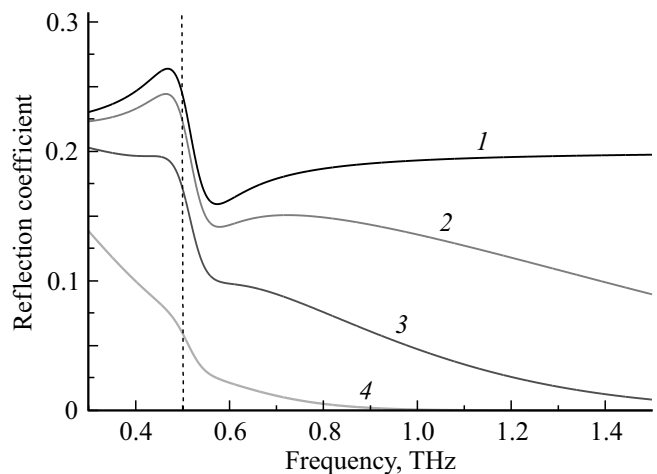


Рис. 5. Аналитические частотные зависимости коэффициента зеркального отражения от среды с лоренцевой дисперсией с различной степенью шероховатости. От линии 1 к линии 4 параметр статистической дисперсии σ^2 возрастает в соответствии с указанными на рис. 4 значениями.

неровностей, много меньшей длины волны, искажает спектр детектируемого ТГц поля и существенно влияет на регистрацию спектральной особенности. Здесь важно отметить, что вклад в искажение спектра ТГц импульса, отраженного от шероховатой поверхности, дают два эффекта — рассеяние и дифракция (с учетом конечности расположения излучателя и детектора относительно поверхности раздела). Также эти результаты (рис. 5) показывают возможность, во всяком случае качественно, использовать аналитическое приближение для восстановления параметров среды. Действительно, влияние шероховатости границы раздела сред с хорошей степенью точности устраняется домножением измеренного спектра коэффициента отражения на $\exp(2\sigma_{\text{ef}}^2\omega^2/c^2)$. Отметим, что совершенно аналогичное аналитическое выражение можно получить и для коэффициента пропускания [19,20], а также для слоистых сред с шероховатыми границами раздела слоев и объемным рассеянием. Практически для этого спектр коэффициента отражения следует умножить на фактор $\exp(2\sigma_{\text{ef}}^2\omega^2/c^2)$, в котором эффективное сечение рассеяния σ_{ef} можно подобрать из условия проявления наиболее резких спектральных контуров. Тогда извлечение параметров сред сведется к задаче, рассматриваемой в [21], но с учетом шероховатости границ и случайного объемного рассеяния. Кроме того, если с помощью временного окна разделить сигналы, отраженные различными границами раздела, то спектры отражения от них будут независимы друг от друга. Тогда с помощью подбора значения эффективной дисперсии возвышений для границ слоев и, вообще говоря, сечений объемного рассеяния можно, по крайней мере, приближенно исключить влияние шероховатости и рассеяния на коэффициент отражения от поверхности и от слоистой структуры, не прибегая к сложной процедуре решения обратной задачи, как, например, в [22,23]. При этом для повышения точности необходимо использовать как можно более короткие импульсы диагностирующего излучения, вплоть до субциклоновых, методы генерации которых рассматривались, в частности, в работах [24–26].

Заключение

На основе модифицированного метода Монте-Карло, учитывающего фазу излучения, разработаны алгоритм и программа численного моделирования рассеяния широкополосных импульсов ТГц излучения с неоднородным поперечным профилем на шероховатой поверхности. Рассчитано когерентное поле ТГц импульса с гауссовым поперечным профилем, отраженного от шероховатой поверхности среды с лоренцевым контуром поглощения. Показано, что метод когерентной отражательной ТГц спектроскопии с разрешением во времени оказывается весьма чувствительным к степени шероховатости поверхности исследуемого объекта. Предлагается простой

способ исключения или ослабления влияния рассеяния на восстановление характеристик сред в методе импульсной терагерцевой спектроскопии.

Работа поддержана грантами РФФИ 16-52-00109 Бел_а и 16-02-00762, а также грантом БРФФИ № Ф16Р-137.

Список литературы

- [1] Zhang X.-C., Xu J. Introduction to THz Wave Photonics. Springer, 2010. 246 p. Перевод: Су-Чен Чжан, Джунгдо-жю Шю. Терагерцевая фотоника, М., Ижевск: ИКИ, 2016. 334 с.
- [2] Terahertz Spectroscopy and Imaging / Ed. by Peiponen K.-E., Zeitler J.A., Kuwata-Gonokami M. Springer Series in Optical Sciences. V. 171. Springer, 2013. 641 p.
- [3] Dikmelik Y., Spicer J.B., Fitch M.J., Osiander R. // Opt. Lett. 2006. V. 31. N 24. P. 3653.
- [4] Ortolani M., Lee J.S., Schade U., Hubers H.W. // Appl. Phys. Lett. 2008. V. 93. N 8. P. 081906.
- [5] Liu H.-B., Chen Y., Bastiaans G.J., Zhang X.-C. // Opt. Expr. 2006. V. 14. N 1. P. 415.
- [6] Zurk L.M., Orłowski B., Winebrenner D.P., Thorsos E.I., Leahy-Hoppa M.R., Hayden L.M. // J. Opt. Soc. Am. B. 2007. V. 24. N 9. P. 2238.
- [7] Schecklman S., Zurk L.M., Henry S., Kniffin G.P. // J. Appl. Phys. 2011. V. 109. N 9. P. 094902.
- [8] Piesiewicz R., Jansen C., Mittleman D., Kleine-Ostmann T., Koch M., Kürner T. // IEEE Trans. Antenn. Propag. 2007. V. 5. N 11. P. 3002.
- [9] Théberge F., Châteauneuf M., Dubois J., Désilets S., Lussier L.-S. // Opt. Expr. 2009. V. 17. N 13. P. 10841–10848.
- [10] Розанов Н.Н., Сочилин Г.Б., Федоров С.В., Шацев А.Н., Малевич В.Л., Сеницын Г.В. // Опт. и спектр. 2017. Т. 123. № 1. С. 137–145. Rosanov N.N., Sochilin G.B., Fedorov S.V., Shatsev A.N., Malevich V.L., Sinityn G.V. // Opt. Spectr. 2017. V. 123. N 1. P. 150–157.
- [11] Daria V.R., Saloma C., Kawata S. // Appl. Opt. 2000. V. 39. N 28. P. 5244.
- [12] Hu M. // Opt. Expr. 2004. V. 12. N 26. P. 6530.
- [13] Sawicki J., Kastor N., Xu M. // Opt. Expr. 2008. V. 16. N 8. P. 5728.
- [14] Hayakawa C.K., Venugopalan V., Krishnamachari V.V., Potma E.O. // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 103. N 4. P. 043903.
- [15] Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля. М.: Наука, Физматлит, 1978. 465 с. Rytov S.M., Kravtsov Yu.A., Tatarskii V.I. Principles of Statistical Radiophysics 4. Springer, 1989.
- [16] Басс Ф.Г., Фукс И.М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, Физматлит, 1972. 424 с. Перевод: Bass F.G., Fuks I.M. Wave scattering from statistically rough surfaces. Pergamon Press, 1979.
- [17] Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, Физматлит, 1988. 312 с. Akhmanov S.A., Vysloukh V.A., Chirkin A.S. Optics of Femtosecond Laser Pulses. N.Y.: American Institute of Physics, 1992.

- [18] Розанов Н.Н., Социлин Г.Б., Федоров С.В., Шацев А.Н., Малевич В.Л., Синицын Г.В. // Опт. и спектр. 2017. Т. 123. № 1. С. 132–136. *Rosanov N.N., Sochilin G.B., Fedorov S.V., Shatsev A.N., Malevich V.L., Sinitsyn G.V.* // Opt. Spectrosc. 2017. V. 123. N 1. P. 146–149.
- [19] *Ishimaru A.* Wave propagation and scattering of random media. V. 2. Multiple scattering, turbulence, rough surfaces and remote sensing. N. Y.; San Francisco; London: Academic Press, 1978. Перевод: Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 2. Многократное рассеяние, турбулентность, шероховатые поверхности и дистанционное зондирование. М.: Мир, 1981. 315 с.
- [20] *Mayank Kaushik, Brian W.-H. Ng, Bernd M. Fischer, Derek Abbott* // Appl. Phys. Lett. 2012. V. 100. P. 241110.
- [21] *Born M., Wolf E.* Principles of optics. Pergamon Press, 1964. Перевод: Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 856 с.
- [22] *Jose A. Hejase, Edward J. Rothwell, Premjeet Chahal* // IEEE Trans. Terahertz Sci. Technol. 2013. V. 3. N 5. P. 656–665.
- [23] Зайцев К.И., Гавдуш А.А., Лебедев С.П., Карасик В.Е., Юрченко С.О. // Опт. и спектр. 2015. Т. 118. № 4. С. 582–593. *Zaytsev K.I., Gavdush A.A., Lebedev S.P., Karasik V.E., Yurchenko S.O.* // Opt. Spectrosc. 2015. V. 118. N 4. P. 552–562.
- [24] Архипов Р.М., Пахомов А.В., Архипов М.В., Бабушкин И., Толмачев Ю.А., Розанов Н.Н. // Письма в ЖЭТФ. 2017. Т. 105. № 6. С. 388–400. *Arkhipov R.M., Pakhomov A.V., Arkhipov M.V., Babushkin I., Tolmachev Yu.A., Rosanov N.N.* // JETP Letters. 2017. V. 105. N 6. P. 408–418.
- [25] Архипов Р.М., Архипов М.В., Пахомов А.В., Бабушкин И., Розанов Н.Н. // Опт. и спектр. 2017. Т. 122. № 6. С. 993–999. *Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Pakhomov A.V., Babushkin I., Rosanov N.N.* // Opt. Spectr. 2017. V. 122. N 6. P. 949–954.
- [26] Пахомов А.В., Архипов Р.М., Архипов М.В., Бабушкин И., Розанов Н.Н. // Опт. и спектр. 2017. Т. 123. № 6. С. 901–909. *Pakhomov A.V., Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Babushkin I., Rosanov N.N.* // Opt. Spectr. 2017. V. 123. N 6. P. 913–917.