Резонансное поглощение ультразвука в сверхпроводниках с движущейся вихревой структурой

© Е.Д. Гутлянский

Научно-исследовательский институт физики Ростовского государственного университета,
344090 Ростов-на-Дону, Россия

E-mail: gutlian@ip.rsu.ru

(Поступила в Редакцию 26 сентября 2002 г.)

Получены уравнения, описывающие взаимодействие ультразвуковых волн с движущейся вихревой структурой. Найдена добавка к коэффициенту затухания и относительное изменение скорости продольных ультразвуковых волн, порождаемые этим взаимодействием. Оказалось, что при скорости движения вихревой структуры V, равной половине скорости продольной ультразвуковой волны, распространяющейся в направлении движения вихревой структуры, возникает аномальное затухание, а вклад в скорость волны за счет акустовихревого взаимодействия обращается в нуль. Показано, что в отличие от покоящейся в движущейся с достаточно большой скоростью вихревой структуре существует слабозатухающая коллективная мода со скоростью распространения $2V$. Именно эта мода ответственна за аномальное затухание продольных ультразвуковых волн.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 17037) и Министерства образования Российской Федерации (грант № Е00-3.4-288).

1. Ультразвуковые методы исследования смешанного состояния сверхпроводников имеют ряд преимуществ по сравнению с наиболее распространенными электромагнитными методами. Их эффективность определяется тем, что ультразвуковая волна взаимодействует с вихревой структурой во всем объеме сверхпроводника. Теория взаимодействия ультразвуковых волн с вихревой структурой позволяет рассчитать вклад акустовихревого взаимодействия в коэффициент затухания и в скорость ультразвуковых волн за счет этого взаимодействия [1–13], а также наведенное электрическое поле, являющееся следствием акустовихревого взаимодействия [3,4,6,7] (акустоэлектрический эффект). Во всех вышеуказанных работах рассматривалось взаимодействие с покоящейся как целое вихревой структурой; в настоящей работе мы рассматриваем взаимодействие с движущейся вихревой структурой.

Цель предлагаемой работы — показать, что в движущейся как целое вихревой структуре возникает коллективная мода, имеющая скорость $2V$, где V — скорость вихревой структуры как целого. Эта мода порождает два наблюдаемых эффекта: аномальное затухание и изменение знака относительного изменения скорости продольных ультразвуковых волн — при достижении скоростью вихревой структуры величины, равной половине скорости продольной ультразвуковой волны c_l.

Далее будем рассматривать сверхпроводник в виде двух взаимодействующих подсистем: ионной решетки и сверхтекучей электронной жидкости с вихревой структурой. Нормальными электронами вне „коров“ вихрей будем пренебрегать, считая, что они движутся вместе с ионной решеткой, экранируя отчасти ее ионы. Это предположение ограничивает диапазон используемых частот ультразвука: время релаксации нормальных электронов должно быть гораздо меньше периода колебаний ультразвуковой волны. Эффект взаимодействия нормального кора вихря с ионной решеткой будем учитывать, используя феноменологически коэффициент вязкости η [4–7], который может зависеть от скорости движения вихревой решетки [14,15]. Полученные далее разультаты не зависят от того, существует ли связь между коэффициентом вязкости и скоростью движения вихревой структуры.

2. Перейдем теперь к выводу уравнений движения вихревой структуры сверхпроводника. Градиентно-инвариантное выражение для тока $\mathbf{J}_s$ сверхтекучей электронной жидкости в лабораторной системе отсчета имеет вид

$$\mathbf{J}_s = \frac{1}{\lambda_L^2 \mu_0} \left(\frac{\phi_0}{2\pi} \nabla \Phi - \mathbf{A} \right). \tag{1}$$

Здесь Φ и $\mathbf{A}$ — фаза параметра порядка и векторный потенциал ($\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ — индукция магнитного поля), λ_L, ϕ_0, μ_0 — лондоновская глубина проникновения, квант магнитного потока и магнитная постоянная соответственно. Далее умножим векторно уравнение (1) на оператор ∇ и получим

$$\nabla \times \mathbf{J}_s = \frac{1}{\lambda_L^2 \mu_0} \left(\frac{\phi_0}{2\pi} \nabla \times \nabla \Phi - \nabla \times \mathbf{A} \right). \tag{2}$$

Теперь введем вектор индукции вихревой решетки $\mathbf{B}_\nu$, по модулю равный $\phi_0 n_\nu$, где n_ν есть двумерная плотность вихрей — количество вихрей на единицу площади в плоскости, перпендикулярной вихревым линиям, а его направление определяется вектором, являющимся касательной к вихревой линии. В присутствии вихрей фаза параметра порядка — функция многозначная, и циркуляция фазы по некоторому замкнутому контуру l определяется числом вихрей, проходящих внутри контура

$$\frac{\phi_0}{2\pi}\int \nabla\Phi d\mathbf{l} = \int \mathbf{B}_\nu ds,$$

где $\int d\mathbf{s}$ — интеграл по поверхности, „натянутой“ на контур l. В соответствии с теоремой Стокса это выражение можно переписать следующим образом:

$$\frac{\phi_0}{2\pi}\int \nabla\times\nabla\Phi d\mathbf{s} = \int \mathbf{B}_\nu d\mathbf{s},$$

откуда в силу произвольности контура имеем

$$\frac{\phi_0}{2\pi}\nabla\times\nabla\Phi = \mathbf{B}_\nu.$$

Для дальнейшего обсуждения необходимо выразить (2) в терминах макроскопической электродинамики; для этого запишем уравнение для полного тока в лабораторной системе координат, которое в рамках наших основных предположений будет иметь вид

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_s - qn_s\dot{\mathbf{U}}. \quad (3)$$

Здесь $-qn_s\dot{\mathbf{U}}$ — ток, создаваемый движением ионной решетки в лабораторной системе координат, а $\mathbf{U}$ — вектор деформации ионной решетки.

Подставляя (3) в (1) и учитывая уравнения Максвелла

$$\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}, \quad (4)$$

$$\nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{j}, \quad (5)$$

после простых преобразований получим

$$\mathbf{B} - \lambda_L^2\nabla^2\mathbf{B} + \frac{m}{1}\nabla\times\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{B}_\nu. \quad (6)$$

Дифференцируя (6) по времени и учитывая уравнение непрерывности для $\mathbf{B}_\nu$

$$\frac{\partial\mathbf{B}_\nu}{\partial t} = \nabla\times(\dot{\mathbf{W}}\times\mathbf{B}_\nu),$$

преобразуем (6) к виду

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(-\lambda_L^2\nabla^2\mathbf{B} + \mathbf{B} + \frac{m}{q}\nabla\times\dot{\mathbf{U}}\right) = \nabla\times(\dot{\mathbf{W}}\times\mathbf{B}_\nu). \quad (7)$$

Здесь $\dot{\mathbf{W}}$ — локальная скорость вихревой решетки. Это уравнение, полученное другим способом, использовалось нами для построения теории акустоэлектрического эффекта [3–7].

Далее для определенности будем рассматривать однородный и изотропный сверхпроводник, помещенный во внешнее магнитное поле, ориентированное в отрицательном направлении оси z, которое создает в нем в отсутствие ультразвуковой волны индукцию $\mathbf{B}_\nu = \mathbf{B}_0$. В нем распространяется продольная ультразвуковая волна в положительном направлении оси y ($\mathbf{U} = \mathbf{U}_0\exp(i\mathbf{k}\mathbf{y} - i\omega t)$, $\mathbf{k}$ — волновой вектор, $\omega = 2\pi f$, f — частота ультразвуковой волны) и имеется вихревая структура, движущаяся со скоростью $\mathbf{V}$ в направлении распространения ультразвуковой волны. Распространяющаяся ультразвуковая волна порождает колебания плотности вихревой структуры ΔB_ν относительно ее равновесного значения $\mathbf{B}_0$, определяемого внешним магнитным полем. Далее будем предполагать, что $\mathbf{B}_0$ от координат не зависит.[1] Поэтому $\mathbf{B}_\nu$ представим в виде суммы $\mathbf{B}_\nu = \mathbf{B}_0 + \Delta\mathbf{B}_\nu$, а локальную скорость движения вихревой структуры в виде $\dot{\mathbf{W}} = \mathbf{V} + \dot{\mathbf{W}}'$, здесь $\mathbf{V}$, $\dot{\mathbf{W}}'$ — постоянная (скорость движения вихревой структуры как целого) и переменная составляющие скорости вихревой структуры соответственно. Подставляя теперь эти определения в (7) и учитывая, что все дальнейшее рассмотрение будет проводиться для гармонических волн, получим

$$\mathbf{B} - \lambda_L^2\nabla^2\mathbf{B} = -\frac{q}{m}\nabla\times\dot{\mathbf{U}} + \nabla\times(\mathbf{W}'\times\mathbf{B}_0) + \frac{1}{-i\omega}\nabla\times(\mathbf{V}\times\Delta\mathbf{B}_\nu). \quad (8)$$

Решая (8) относительно $\mathbf{B}$ и используя (5), получим выражение для тока, индуцированного движением вихревой структуры и колебаниями ионной решетки сверхпроводника,

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\mu_0(1+(\lambda_L k)^2)}\left[(\mathbf{W}\times\mathbf{B}_0)k^2 - \frac{1}{i\omega}(\mathbf{V}\times\Delta\mathbf{B}_y)k^2\right]. \quad (9)$$

Запишем теперь локальное уравнение движения вихревой структуры (мы пренебрегаем инерционной массой вихря), которое следует из условия баланса сил $\mathbf{F}_{\rm fr} = \mathbf{F}_L$, где $\mathbf{F}_L = \mathbf{J}_s'\times\mathbf{B}_\nu$ — сила Лоренца, а $\mathbf{F}_{\rm fr} = \eta(\dot{\mathbf{W}} - \dot{\mathbf{U}}) - \tilde{\eta}(\dot{\mathbf{W}} - \dot{\mathbf{U}})\times\mathbf{B}_\nu$ — сила трения вихревой структуры о кристаллическую решетку сверхпроводника, $\mathbf{J}_s'$ — плотность тока в локальной системе координат, связанной с вихревой структурой. Принимая во внимание, что $\mathbf{J}_s' = (\mathbf{J}_s - qn_s\dot{\mathbf{W}})$, получим уравнение движения вихревой структуры

$$\eta(\dot{\mathbf{W}} - \dot{\mathbf{U}}) - \tilde{\eta}(\dot{\mathbf{W}} - \dot{\mathbf{U}})\times\mathbf{B}_\nu = (\mathbf{j}_s - qn_s\dot{\mathbf{W}})\times\mathbf{B}_\nu, \quad (10)$$

где $\eta, \tilde{\eta}$ — коэффициенты продольной и поперечной вязкости вихревой структуры соответственно. Причем $\tilde{\eta} = (q/h)\eta'$, η' — коэффициент поперечной вязкости для одного вихря. Выражения (3), (4), (9) и (10) полностью описывают движение вихревой структуры. Для полного описания рассматриваемой задачи к этим уравнениям необходимо добавить уравнение движения

[1] Условием независимости $\mathbf{B}_0$ от y в случае объемных сверхпроводников является выполнение критерия $\mu_0 Jc_l/B_0 f \ll 1$. Для пленок разгон вихревой структуры осуществляется лондоновскими токами, и поэтому существует ограничение на толщину пленки: она должна быть меньше или равна λ_L.

ионной решетки сверхпроводника

$$\rho\ddot{\mathbf{U}} = \rho c_t^2 \Delta \mathbf{U} + \rho(c_l^2 - c_t^2)\,\mathrm{grad\,div}\,\mathbf{U} - qn_s \dot{\mathbf{U}} \times \mathbf{B} - qn_s \mathbf{E} + \mathbf{F}_{\mathrm{fr}}. \qquad (11)$$

Здесь ρ — плотность сверхпроводника, c_l, c_t — скорости продольной и поперечной ультразвуковых волн в отсутствие вихревой структуры. В (11) третий и четвертый члены описывают действие электрического и магнитного полей на ионную решетку сверхпроводника, а пятый член — действие сил трения. Для решения задачи о взаимодействии движущейся вихревой структуры с колебаниями вихревой решетки необходимо найти связь между вектором деформации ионной решетки и вектором деформации вихревой решетки. Это можно сделать, линеаризуя (10). Далее будем рассматривать случай „грязного“ сверхпроводника и полагать, что сила Магнуса компенсируется силами поперечного трения: $qn_s - \tilde{\eta} = 0$ (это предположение означает, что мы пренебрегаем эффектом Холла). В результате получаем два уравнения

$$\eta \mathbf{V} = \mathbf{J}_0 \times \mathbf{B}_0, \qquad (12)$$

$$\eta(\dot{\mathbf{W}}' - \dot{\mathbf{U}}) = \mathbf{J} \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{J}_0 \times \Delta \mathbf{B}_\nu. \qquad (13)$$

Выражение (12) позволяет найти ток, который необходимо пропускать сквозь сверхпроводник, чтобы разогнать вихревую структуру до скорости V. Уравнение (13) описывает колебания вихревой решетки и их взаимодействие с ультразвуковой волной. Используя локальное уравнение непрерывности, можно найти $\Delta\mathbf{B}_\nu$

$$\Delta \mathbf{B}_\nu = -\frac{i\omega \mathbf{k}(\mathbf{W}' - \mathbf{U})}{\omega - Vk}\,\mathbf{B}_0. \qquad (14)$$

Подставляя (14) в (13) и в (9), а (9) в (13), получим

$$\eta(\dot{\mathbf{W}}' - \dot{\mathbf{U}}) = -Dk^2\mathbf{W}' + \frac{1}{i\omega}\,\frac{Vk}{\omega - Vk}\,(Dk^2 + i\omega\eta)(\dot{\mathbf{W}}' - \dot{\mathbf{U}}). \qquad (15)$$

Здесь $D = B_0^2/\mu_0(1+\lambda_L^2 k^2)$; отметим, что $D \approx C_{11}$, C_{11} — продольный упругий модуль вихревой решетки [9]. Если положить $V = 0$, то (15) совпадает с уравнением движения вихревой структуры, предложенным в известной работе [10].

Решая (15) совместно с линеаризованным уравнением (11) и соотношениями (3)–(5), получим выражения для изменения скорости $\Delta c_l/c_l$ и дополнительного затухания α_{at} продольной волны за счет взимодействия с вихревой структурой

$$\frac{\Delta c_l}{c_l} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{V}{c_l}\right)\left(1 - 2\frac{V}{c_l}\right)\frac{\omega^2}{\rho c_l^2}\,\frac{D}{\left(1 - 2\frac{V}{c_l}\right)^2 \omega^2 + X^2}, \qquad (16)$$

$$\alpha_{\mathrm{at}} = \frac{1}{2}\,\frac{\omega^2}{\rho c_l^3}\left(1 - \frac{V}{c_l}\right) D\,\frac{X}{\left(1 - 2\,\frac{V}{c_l}\right)^2 \omega^2 + X^2}. \qquad (17)$$

Здесь $X = \frac{D}{\tilde{\eta}}\,k^2$, $D = B_0^2/\mu_0(1 + \lambda_L^2 k^2)$.

Из выражений (16), (17) видно, что для коэффициента затухания и относительного изменения скорости звука существуют две аномальные точки, а именно: $V = c_l/2$ и $V = c_l$. Физические следствия последнего соотношения мы рассматривали ранее в работах [16,17]. При $V = c_l/2$ меняется знак относительного изменения скорости звука и возникает аномальное затухание за счет взаимодействия с вихревой структурой. Это связано с возникновением новой коллективной моды вихревой структуры, которая существует только в движущейся вихревой структуре.

3. Чтобы убедиться в существовании этой моды, рассмотрим уравнение движения вихревой структуры. Оно получается из (15), если положить $\dot{\mathbf{U}} = 0$,

$$\eta \dot{\mathbf{W}}' = -Dk^2\mathbf{W}' + \frac{1}{i\omega}\,\frac{Vk}{\omega - Vk}\,(Dk^2 + i\omega\eta)\dot{\mathbf{W}}'. \qquad (18)$$

Дисперсионное уравнение для колебаний вихревой структуры имеет вид

$$zik'^2 - k' + 1 = 0, \qquad (19)$$

где $k = k'k_0$, $k_0 = \omega/2V$, $z = Dk_0^2/\eta\omega$.

Решение (19) для двух крайних случаев имеет простой и наглядный с точки зрения физического смысла вид

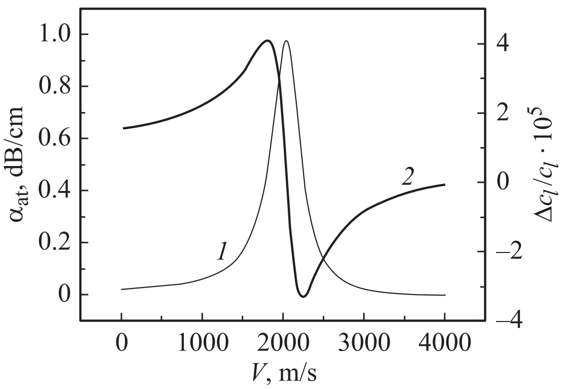
$$k_1' = 1 + 2z^2 - z^2 i, \quad k_2' = -1 - 2z^2 - z^{-1} i, \quad z \ll 1, \qquad (20)$$

$$k_{1,2}' = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}\,z^{-\frac{1}{2}}(1 + i), \quad z \gg 1. \qquad (21)$$

Из (20) следует, что при достаточно больших скоростях движения вихревой структуры, удовлетворяющих критерию $D\omega/4\eta V^2 \ll 1$, существует хорошо определенная слабозатухающая коллективная мода с волновым вектором k_1', распространяющаяся в направлении движения вихревой структуры и имеющая скорость $2V$. При скорости движения вихревой структуры, равной $c_l/2$, скорость вихревой моды и скорость ультразвука совпадают и, следовательно, возникает резонансная перекачка энергии ультразвуковой волны в энергию движения вихревой структуры. Это объясняет эффект, который мы обнаружили, определив относительное изменение скорости и затухания ультразвука (16), (17), а именно: аномальное затухание продольных ультразвуковых волн и исчезновение вклада упругости вихревой решетки в их скорость при скорости движения вихревой структуры, равной половине скорости продольной ультразвуковой волны.

Второе решение (19) k_2' описывает эту же моду, распространяющуюся в направлении, противоположном движению вихревой структуры. В этом случае оказывается, что мода не существует, поскольку действительная часть k_2' гораздо меньше мнимой.

Решение (19) для малых скоростей движения вихревой структуры (21) показывает, что хорошо определенных мод в этом случае не существует.



Коэффициент затухания (*1*) и относительное изменение скорости (*2*) как функции скорости вихревой структуры сверхпроводника. Внешнее магнитное поле составляет 2 T, частота ультразвука 100 MHz, температура $T = 0.989T_c$.

4. Проведем теперь численную оценку эффекта. На рисунке представлены коэффициент затухания (кривая *1*) и относительное изменение скорости (кривая *2*) как функции скорости вихревой структуры. Эти величины рассчитаны с использованием следующих характерных для высокотемпературных сверхпроводников материальных параметров: $\rho = 6 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$, $c_l = 4.1 \cdot 10^3\,\mathrm{m/s}$, $t = T/T_c = 0.989$, $B_{c_2}(t) = B_{c_2}(0)(1-t)$, $B_{c_2}(0) = 184.47\,\mathrm{T}$, $r_0 = 10^{-8}\,\Omega \cdot \mathrm{m}$. Коэффициент вязкости вычислялся по формуле Стефана в режиме FF $\eta = BB_{c_2}/r_0$ [18]. Частоту волны мы взяли равной 100 MHz, внешнее магнитное поле $B = 2\,\mathrm{T}$. Как видно из результатов, представленных на рисунке, эффект легко наблюдаем. Действительно, если при $V = 0$ коэффициент затухания равен 0.022 dB / cm, то при $V = 2000\,\mathrm{m/s}$ он увеличивается в 50 раз.

5. Таким образом, мы показали, что при скоростях движения вихревой структуры, удовлетворяющих неравенству $D\omega/4\eta V^2 \ll 1$, существует коллективная мода, распространяющаяся в направлении движения вихревой структуры со скоростью $2V$. Эта мода может проявляться, в частности, в аномальном затухании продольных ультразвуковых волн в сверхпроводниках с движущейся вихревой структурой, если направление распространения волны совпадает с направлением движения вихревой структуры, при скоростях вихревой структуры, равных половине скорости этих волн.

Автор благодарен В.П. Сахненко за обсуждение результатов работы.

Список литературы

[1] J. Pankert. Physica C **168**, 335 (1990).
[2] Е.Д. Гутлянский. ФНТ **18**, *4*, 428 (1992).
[3] Е.Д. Гутлянский. Письма в ЖЭТФ **59**, *7*, 459 (1994).
[4] E.D. Gutliansky. Physica C **235–240**, 2080 (1994).
[5] E.D. Gutliansky, T.V. Kolesnikova. Physica C **235–240**, 2078 (1994).
[6] Е.Д. Гутлянский. ФТТ **38**, *5*, 1341 (1996).
[7] Е.Д. Гутлянский. Письма в ЖЭТФ **67**, *3*, 222 (1998).
[8] D. Dominguez, B. Bulaevskii, B. Ivlev, M. Maley, A.R. Bishop. Phys. Rev. Lett. **74**, *13*, 2579 (1995).
[9] E.B. Sonin. Phys. Rev. Lett. **76**, *15*, 2794 (1996).
[10] J. Pankert, G. Marbach, A. Comberg, P. Lemmens, P. Froning, S. Evert. Phys. Rev. Lett. **65**, *24*, 3052 (1990).
[11] D. Dominguez, B. Bulaevskii, B. Ivlev, M. Maley, A.R. Bishop. Phys. Rev. B **53**, *10*, 6682 (1996).
[12] G. Blatter, B. Ivlev. Phys. Rev. B **52**, *6*, 4588 (1995).
[13] D. Dominguez, B. Bulaevskii, B. Ivlev, M. Maley, A.R. Bishop. Phys. Rev. B **51**, *21*, 15 649 (1995).
[14] M. Sugahara. Phys. Rev. B **6**, *1*, 130 (1972).
[15] А.И. Ларкин, Ю.Н. Овчинников. ЖЭТФ **68**, *5*, 1915 (1975).
[16] Е.Д. Гутлянский. Изв. РАН, Сер. физ. **66**, *6*, 779 (2002).
[17] E.D. Gutliansky. Phys. Rev. B **66**, *5*, 52 511 (2002).
[18] P. Nozieres, W.F. Vinen. Phil. Mag. **14**, *2*, 667 (1966).