07

Механизм пластического коллапса наноразмерных кристаллов с ОЦК-решеткой при одноосном сжатии

© Г.А. Малыгин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия E-mail: malygin.ga@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 25 декабря 2017 г.)

В рамках дислокационно-кинетического подхода, основанного на нелинейном кинетическом уравнении для плотности дислокаций, предпринята попытка рассмотреть проблему катастрофического пластического коллапса бездефектных нанокристаллов металлов с ОЦК-решеткой при одноосном их сжатии с постоянной скоростью деформации. Найдены решения этого уравнения в виде бегущих волн, описывающие процесс размножения дислокаций по мере движения волны по кристаллу от локального дислокационного источника. Сравнение теории с результатами экспериментов на бездефектных нанокристаллах Мо показало, что их сверхвысокая прочность на начальном этапе деформации связана с низкой скоростью нарастания пластической деформации кристалла по сравнению с ростом ее упругой компоненты. Последующий за этим пластический коллапс кристалла вызван резким увеличением пластической компоненты, оканчивающийся достижением равенства скоростей упругой и пластической деформаций.

DOI: 10.21883/FTT.2018.06.46006.354

1. Введение

Современная тенденция миниатюризации различных технических устройств требует знания деформационного поведения элементов устройств с поперечными размерами в микро- и нанодиапазоне. Выполненные в этом направлении исследования показывают, что сопротивление пластической деформации металлических кристаллов с размерами поперечного сечения $D < 1 \mu$ m зависит от размера сечения кристалла [1–3] и наличия в исходном кристалле дефектов [4–6]. Важное значение имеет также тип решетки (ГЦК [7,8] или ОЦК [4–6,9–11]) и технология изготовления кристалла: методом вырезания на поверхности массивного кристалла micro- и nanopillars (микро- и наностолбиков) фокусированным ионным пучком (ФИП) [1,2,7,8] или выращивания металлических "усов" (whiskers) из газовой фазы [12,13].

Эксперименты [1,2,8,9] по пластическому сжатию микростолбиков металлов с ГЦК решеткой (Сu, Al, Ni, Au) с сечениями D в диапазоне 100–1000 nm показали, что их напряжение течения увеличивается с уменьшением сечения согласно закону $\sigma \sim D^{-n}$, где n = 0.6-1.0 — показатель чувствительности напряжений к размерному фактору. Степенной характер этой зависимости согласно [3,14] вызван наличием радиационных дефектов в виде петель внедрения в приповерхностном слое микростолбиков при вырезке их ионным пучком [6]. В процессе пластической деформации петли превращаются в скользящие дислокации с образованием однополюсных дислокационных источников вблизи поверхности кристалла [15,16].

Что касается металлов с ОЦК-решеткой, то эксперименты [2,4–6,9–11] по пластическому сжатию наностолбиков Мо, W, Nb, Ta и V выявили две особенности их де-

формационного поведения по сравнению с ГЦК-металлами. Это — корреляция между величиной показателя чувствительности напряжения течения к размерному фактору и температурой Т_с ОЦК-металла, выше которой напряжение Пайерлса в нем обращается в нуль [17]. Оказалось, что чем выше эта температура, тем меньше показатель *n*. Так, для Nb и V $T_c \approx 400$ K, и величина показателя *n* при температуре опыта T = 293 K практически не отличается от величины этого показателя для ГЦК-металлов [18]. Для Та, Мо и W критические температуры T_c находятся в интервале 500-800 K, и показатель степени *n* снижается до значений 0.3-0.5. Теоретический анализ этого эффекта показал [18], что снижение наступает, когда критическая длина однополюсных дислокационных источников $L_S = \delta_S D$, где $\delta_S < 1$ становится меньше размера парных перегибов $L_k = L_0(1 - T/T_c)$, где параметр L₀ определяется параметрами потенциального рельефа Пайерлса. В результате активационная длина однополюсных дислокационных источников становится зависящей не только от поперечного сечения нанокристалла, но и от размера парных перегибов.

Другая особенность пластической деформации нанокристаллов металлов с ОЦК-решеткой, обсуждению механизма которой посвящена настоящая работа, состоит в том, что сжатие [4,6,19] или растяжение [5] нанокристаллов Мо после отжига в нем дефектов (дислокаций) сопровождается катастрофическим пластическим коллапсом нанокристалла. Напряжение начала коллапса не зависит от поперечного сечения нанокристалла (в интервале D = 300-1000 nm, исследованных в [4,19]) и достигает высоких значений, $\mu/26$, сопоставимых с сопротивлением кристалла молибдена гомогенному сдвигу, $\mu/8$ [20], где $\mu \approx 130$ GPa — модуль сдвига Мо. Пластические деформации составляют при

1233

этом величину порядка 50%. Оценки согласно расчетам [21] показывают, что для генерации дислокаций из двухполюсного (doubl-ended) источника Франка-Рида требуется напряжение $\tau/\mu \approx \alpha(b/L_F) = 1/400$ при величине вектора Бюргерса $b = 0.25\,\mathrm{nm},\ lpha \approx 1$ и длине источника $L_F = 400b \approx 100$ nm. В случае однополюсного (single-ended) источника для этого требуется вдвое меньшее напряжение ($\alpha \approx 0.5$). Величина напряжения Пайерлса в молибдене $\tau_P \approx \mu/200$ [22] недостаточна для того, чтобы объяснить высокое сопротивление бездефектных кристаллов Мо пластической деформации. Уровень напряжений $\mu/26$ могут обеспечить не зависящие от поперечного размера кристалла двухполюсные источники Франка-Рида с активационной длиной $L_F = 25b \approx 60$ nm, сопоставимой с длиной дислокационных источников при гомогенном механизме их образования в кристалле. Согласно [23] критическая длина L_c образования такого источника определяется соотношением

$$L_c = \frac{\mu b}{4\pi\tau} \left(\frac{2-\nu}{1-\nu}\right) \left(\ln\left(\frac{L_c}{b}\right) + 1\right),\tag{1}$$

где ν — коэффициент Пуассона. Подставляя в (1) $\nu = 0.33, L_c/b = 25$, получаем для критической длины источника оценку $L_c/b = \alpha(\mu/\tau)$, где $\alpha \approx 1$ и, следовательно, при $L_c = 25b$ находим, что $\tau/\mu = 1/25$.

Образование и действие в нанокристалле одного дислокационного источника не может обеспечить катастрофический пластический коллапс кристалла. Для этого требуется более или менее равномерное распределение некоторой плотности таких источников в объеме кристалла. Второй возможный сценарий — это, когда эмиссия дислокаций из одного источника сопровождается их размножением и образованием волны плотности дислокаций (фронта Людерса), движущейся по кристаллу с величиной локальной пластической деформации (деформации Людерса ε_L) порядка 50%. Именно такая ситуация имеет место при растяжении бездефектных микрокристаллов ("усов") меди диаметром 1–20 µm [3,12,13]. Поэтому ниже мы ограничимся анализом этого сценария для ОЦК нанокристаллов, базируясь на уравнениях и соотношениях кинетики дислокаций и учитывая особенности пластической деформации металлов с объемноцентрированной кубической решеткой.

2. Основные уравнения и соотношения

Нагружение кристалла тем или иным способом сопровождается генерацией дислокаций из дислокационных источников, их размножением и иммобилизацией на препятствиях, аннигиляцией дислокаций, а при неоднородном распределении дислокаций — также их диффузией. Кинетическое уравнение для плотности дислокаций, учитывающее эти элементарные кинетические процессы имеет вид [24-26]

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = \lambda_D u \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} + n_V u + \left(\frac{1}{\lambda_m} - \frac{1}{\lambda_{im}}\right) u \rho + \delta_f u \rho^{3/2} - h_a u \rho^2, \qquad (2)$$

где $\rho(x, t)$ — зависящая от координаты x и времени t плотность дислокаций, и — их скорость, λ_D характерное расстояние диффузии дислокаций, n_V объемная плотность дислокационных источников; λ_m и $1/\delta_f \rho^{1/2}$ — расстояние свободного пробега дислокаций между актами их размножения на препятствиях, соответственно не деформационного и деформационного (лес дислокаций) происхождения, $\delta_f \approx 10^{-2}$ — коэффициент, определяющий вероятность образования рекомбинационного узла при пересечении дислокаций некомпланарных систем скольжения; λ_{im} — расстояние свободного пробега дислокаций между актами их иммобилизации на препятствиях не деформационного происхождения, h_a — характерное расстояние аннигиляции винтовых участков дислокационных петель механизмом микропоперечного (micro-slip) скольжения. Уравнение (2) при $n_V = 0$ применялось ранее для анализа механизма образования неоднородных (ячеистых) дислокационных структур в кристаллах [24,25]. А также при анализе механизма формирования ударных пластических волн при высокоскоростном деформировании кристаллов [26]. При $n_V = 0$ оно относится к типу нелинейных дифференциальных уравнений, часто встречающихся в задачах массопереноса, теории горения веществ и при моделировании био- и экоэволюционных процессов. Указанные уравнения имеют следующий общий вид [27]

$$\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + a_0 w + b_0 w^m + c_0 w^{2m-1}$$
(3a)

и решения типа бегущей волны

$$w(x,t) = \frac{1}{[p+C\exp(qt+rx)]^{\frac{1}{m-1}}},$$
 (3b)

где C — константа интегрирования. Параметры волны p, q и r зависят от коэффициентов a_0, b_0 и c_0 уравнения (3 а) и находятся из системы алгебраических уравнений

$$q_0 p^2 + b_0 p + c_0 = 0,$$

$$r^2 - (1 - m)q + q_0(1 - m)^2 = 0,$$

$$r^2 - q + (1 - m)\left(2a_0 + \frac{b_0}{p}\right) = 0.$$
 (3c)

При m = 3/2 уравнение (3а) принимает форму уравнения (2) (при $n_V = 0$).

Из результатов наблюдений [6,11] следует, что возникновению пластического коллапса нанокристаллов Мо предшествует образование тонкой линии скольжения в результате эмиссии дислокаций из локального дислокационного источника в середине или на конце кристалла. Если расстояние свободного пробега эмитированных источником дислокаций $\lambda_f = 1/\delta_f \sqrt{\rho}$ больше сечения кристалла D, то механизм размножения дислокаций на дислокациях леса не участвует в увеличении плотности дислокаций в кристалле. Как показывают оценки, такая ситуация имеет место в кристаллах с сечениями $D < 1 \, \mu m$. В чистых нанокристаллах эффективное расстояние свободного пробега дислокаций, генерируемых дислокационным источником, меньше поперечного сечения кристалла, $\lambda_m = D/\beta$, где $\beta > 1$, поскольку в процессе деформации происходит накопление дислокаций в объеме кристалла. С другой стороны, в отсутствие препятствий внутри нанокристалла единственным механизмом иммобилизации дислокаций является уход дислокаций через его поверхность с расстоянием свободного пробега $\lambda_{im} = D$. Учитывая все эти обстоятельства, вместо уравнения (2) имеем следующее редуцированное уравнение

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = \lambda_D u \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} + \frac{\beta - 1}{D} u \rho - h_a u \rho^2.$$
(4a)

В безразмерных переменных $\psi = \rho / \rho_{\text{max}}$, $\bar{t} = t/t_m$, $\bar{x} = x/x_m$ оно принимает вид известного уравнения нелинейной диффузии Колмогорова-Петровского-Пискунова

$$\frac{\partial \psi(\bar{x},\bar{t})}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \bar{x}^2} + \psi - \psi^2, \qquad (4b)$$

где $\rho_{\text{max}} = (\beta - 1)/bDk_a$, $k_a = h_a/b$ — коэффициент аннигиляции винтовых дислокаций разных знаков, $t_m = \lambda_m/u$ и $x_m = (\lambda_D\lambda_m)^{1/2}$. Коэффициенты в правой части уравнения (4b) согласно (3a) имеют значения: $a_0 = 0$, $b_0 = 0$ и $c_0 = -1$. В результате, решая уравнения (3c), находим значения параметров p = 1, q = -5/6 и $r = 1/\sqrt{6}$. Подставляя их в (3b) и переходя к размерным переменным, получаем при константе интегрирования C = p = 1 решение уравнения (4a) для плотности дислокаций в виде бегущей волны

$$\rho(x,t) = \frac{\rho_{\max}}{\left[1 + \exp\left(\frac{x - Ut}{w}\right)\right]^2},$$
(5)

где ρ_{\max} — плотность дислокаций за фронтом волны, $w(D) = (6\lambda_D D/(\beta-1))^{1/2}$ и $U(D) = 5(\lambda_D(\beta-1)/6D)^{1/2}u$ — соответственно ширина фронта и скорость волны.

3. Механизм пластического коллапса

На рис. 1 экспериментальные точки демонстрируют диаграмму сжатия бездефектного нанокристалла Мо диаметром 91 nm, длиной (высотой) 313 nm, полученного травлением поверхности массивного кристалла фокусированным ионным пучком и [6]. Деформация нанообразца и отжиг в нем дефектов осуществлялись прямо в колонне трансмиссионного электронного микроскопа, что позволяло контролировать дефектную структуру



Рис. 1. Кривые напряжение—деформация при сжатии нанокристалла Мо с поперечным сечением 91 nm. Экспериментальные точки: квадрат — данные [4], треугольники — [6]. Кривые 1-4 — результаты расчета напряжений согласно уравнению (6b) с учетом скорости и шириы дислокационного фронта (8b) при значениях параметра m = 3/2, 5/4, 7/6 и 9/8соответственно.

кристалла. После отжига кристалл содержал в средней своей части одиночную дислокационную петлю диаметром около 10 nm. Из диаграммы на рис. 1 видно, что до деформации 8.8% и напряжения 7.43 GPa нанокристалл деформируется упруго, а затем испытывает катастрофическое пластическое сжатие и полную потерю механической прочности. По оценке авторов плотность дислокаций в деформированном кристалле была не меньше $10^{15} \,\mathrm{m}^{-2}$. Эффект катастрофического пластического "размягчения" при упругом напряжении 9.5 GPa наблюдался также в бездефектных нанокристаллах Мо, полученных химическим травлением эвтектического сплава Ni-Al-Mo [4]. Очевидно, что наличие радиационных дефектов в нанокристалле, приготовленном методом ФИП, снижает его сопротивление пластической деформации на порядок, до уровня 1 GPa и меньше [1-3], по сравнению с бездефектным кристаллом. Если отожженный бездефектный нанокристалл Мо предварительно продеформировать на 4-10%, то его прочность также снижается до такого же низкого уровня [4].

При одноосном сжатии нанокристалла с постоянной скоростью деформации $\dot{\varepsilon}_0$ имеем следующее уравнение, описывающее эволюцию напряжения сжатия со временем t,

$$\sigma(t) = K \bigg[\dot{\varepsilon}_0 t - \frac{1}{L_0} \int_0^{L_0} \varepsilon_{pl}(x, t) dx \bigg], \tag{6a}$$

где K — модуль упругости (жесткости) системы кристалл-деформирующее устройство, L_0 — начальная длина (высота) нанокристалла, $\varepsilon_{pl}(x, t) = m_{sm}b\rho(x, t)\lambda$ — величина пластической деформации согласно соотноше-

нию Орована, m_{sm} — фактор Шмида, $\lambda \approx D$ — расстояние свободного пробега дислокаций, вносящее вклад в деформацию, ρ — плотность дислокаций, определяемая уравнением (5). Подставляя ее в (6а), получаем уравнение для сравнения теории с приведенными на рис. 1 результатами эксперимента

$$\sigma(t, D, l_0) = K \left[\dot{\varepsilon}_0 t - \frac{(\beta - 1)m_{sm}}{k_a l_0} \int_0^{l_0} \frac{dx}{\left[1 + \exp\left(\frac{s - U(D)t}{w(D)}\right) \right]^2} \right].$$
(6b)

Интеграл в квадратной скобке формулы (6b) описывает рост пластической компоненты деформации кристалла по мере продвижения волны плотности дислокаций по нему. На рис. 1 кривая 1 демонстрирует результаты расчета напряжения согласно уравнению (6b) при следующих значениях параметров: K = 100 GPa, $\dot{\varepsilon}_0 = V_0/L_0 = 1.6 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$, где $V_0 = 5$ nm/s и $L_0 = 313 \,\mathrm{nm}$ соответственно скорость сжатия и высота (длина) кристалла [6]; $\beta = 4, m_s = 0.5$ — фактор Шмида, $k_a = 3$ — величина коэффициента аннигиляции винтовых дислокаций в Мо при температуре 293 К [28] $(T/T_m = 0.1, T_m = 2900 \,\mathrm{K}$ — температура плавления Мо), $l_0 = 166 \, \text{nm}$ — часть кристалла, подвергшаяся пластическому сжатию, $\lambda_D = 3b$, b = 0.27 nm — модуль вектора Бюргерса Мо, u = 17.3 nm/s — скорость дислокаций. Видно, что кривая 1 качественно согласуется с результатами эксперимента, но количественное соответствие отсутствует. Анализ показал, что варьирование в разумных пределах приведенных выше параметров для кристаллов Мо не улучшает существенно это соответствие.

Общее уравнение (За) содержит еще один параметр, позволяющий значительно улучшить согласие между теорией и экспериментом. Это параметр *m*, определяющий величину показателя степени второго слагаемого в правой части уравнения (4b). Уравнение (4b) и его решение имеют в этом случае соответственно вид

$$\frac{\partial \psi(\bar{x},\bar{t})}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \bar{x}^2} + \psi - \psi^{M(m)},\tag{7a}$$

$$\psi(\bar{x},\bar{t}) = \frac{1}{[p+C\exp(r\bar{x}-q\bar{t})]^{N(m)}},\tag{7b}$$

где M(m) = 2m - 1, N(m) = 1/(m - 1). На рис. 2, aсплошные линии демонстрируют зависимости коэффициентов М и N от параметра m; отдельными точками указаны значения этих коэффициентов при значениях m = 3/2, 5/4, 7/6 и 9/8. Соответственно, решая (3c) при $b_0 = 0$, получаем для коэффициентов p, r и q в (7c) соотношения

$$p = C = 1, \quad r(m) = [-q(m) + 2(m-1)]^{1/2},$$

 $q(m) = \frac{1}{m}[(1-m)^2 + 2(m-1)].$ (7c)



Рис. 2. Зависимости значений показателей степеней M(m)и N(m) (a) и величины коэффициентов q(m) и r(m), а также их отношения (b) согласно уравнениям (7) от величины параметра т. Точки — значения этого параметра, указанные в подписи к рис. 1.

На рис. 2, b кривые 1 и 2 иллюстрируют эти соотношения. В результате, в размерных переменных выражение для плотности дислокаций (7b) принимает вид

$$\rho(x,t,D,m) = \frac{\rho_{\max}}{\left[1 + \exp\left(\frac{x - U_m(D,m)t}{w_m(D,m)}\right)\right]^{N(m)}},$$
 (8a)

a(m)

гле

$$U_m(D, m) = \frac{q(m)}{r(m)} \left[(\beta - 1) \frac{\lambda_D}{D} \right] u,$$
$$w_m(D, m) = r(m)^{-1} \left[\frac{\lambda_D D}{\beta - 1} \right]^{1/2}.$$
 (8b)

Величина отношения коэффициентов q и r практически не зависит от параметра m и равна 2 (рис. 2, b, кривая 3).



Рис. 3. Форма фронта волны плотности дислокаций в координатах $\rho/\rho_{\text{max}} - x$ согласно уравнению (8a) при значениях параметра *m*, указанных в подписи к рис. 1. Цифры у кривых — величина показателя степени *N* в уравнении (8a).



Рис. 4. Зависимость упругой $\varepsilon_{el} = \dot{\varepsilon}_0 t$ (штриховая кривая) и пластической ε_{pl} (кривые 1-4) компонент деформации нанокристалла Мо согласно уравнению (9) при значениях параметра m = 3/2, 5/4, 7/6 и 9/8 соответственно. Пунктирная кривая — величина деформации, при которой достигается равенство скоростей деформации, $\dot{\varepsilon}_0 = \dot{\varepsilon}_{pl}$.

На рис. 1 кривые 1-4 демонстрируют расчет напряжений согласно уравнению (6b), в котором вместо скорости волны U(D) и ширины ее фронта w(D) фигурируют их аналоги (8b), зависящие от параметра *m*, равного соответственно 3/2, 5/4, 7/6 и 9/8. Рис. 3 показывает в координатах $\rho/\rho_{\rm max} - x$ распределение плотности дислокаций в пластически деформированной части кристалла согласно соотношениям (8) при указанных значениях параметра *m* и показателях степени N = 2, 5, 6 и 8,

скоростях дислокаций u соответственно 17.3, 21.2, 25.6 и 30.5 nm/s для момента времени t = 28 s. Видно, что снижение величины параметра m сопровождается ростом ширины фронта дислокационной волны. На рис. 4 кривые 1-4 демонстрируют согласно уравнению

$$\varepsilon_{pl}(t,m) = \frac{(\beta - 1)m_{sm}}{k_a l_0} \int_0^{l_0} \frac{dx}{\left[1 + \exp\left(\frac{x - U_m(D)t}{w_m(D)}\right)\right]^2}, \quad (9)$$

зависимость пластической деформации кристалла в сравнении с ростом его упругой деформации $\dot{\varepsilon}_{0t}$ (штриховая кривая). Видно, что на начальном этапе деформации, в пределах первых 10% упругая компонента деформации значительно превышает пластическую компоненту и тем больше, чем меньше величина параметра *m*. В результате начало пластической деформации кристалла наступает при более высоком уровне напряжений (рис. 1, кривые 3 и 4), что согласуется с экспериментальными данными [4,6].

Снижение показателя степени с 2 до 4/3 и 5/4 в слагаемом, описывающем аннигиляцию винтовых участков дислокационных петель в уравнениях (4), свидетельствует о снижении вероятности наступления этого события в исследованном в [4] нанокристалле по сравнению с более объемными кристаллами, когда эта вероятность соответствует простой бимолекулярной реакции. С чем это связано требует отдельного исследования.

4. Выводы

1. Экспериментальные данные [4,6] по пластической деформации бездефектных нанокристаллов Мо показывают, что по сравнению с нанокристаллами, содержащими дефекты (дислокации) [1–3,4,18], бездефектные кристаллы имеют на порядок более высокую прочность (в смысле их сопротивления пластической деформации). С другой стороны, как видно из приведенного выше анализа этой деформации, раз начавшись, она в бездефектном нанокристалле развивается по катастрофическому сценарию.

2. Особенность пластической ОЦК нанокристаллов по сравнению с их ГЦК аналогами состоит в наличии у них напряжения трения Пайерлса для движения дислокаций. Это позволяет получать бездефектные нанообразцы и экспериментировать с ними, сохраняя их исходное бездефектное состояние. Кроме того, ранее было показано, что при наличии в них дефектов чувствительность ОЦК нанообразцов к размерному фактору (к величине их поперечного сечения) меньше, чем у ГЦК нанокристаллов [10,18].

3. Пластическая деформация ГЦК бездефектных микрокристаллов ("усов" [12,13]) с поперечными сечениями $D > 1 \mu$ т также развивается по катастрофическому сценарию. Но по несколько иному, поскольку преобладающим механизмом размножения дислокаций в них является размножение дислокаций на дислокациях "леса" при пересечении некомпланарных плоскостей скольжения.

Список литературы

- M.D. Uchic, P.A. Shade, D.M. Dimiduk. An. Rev. Mater. Res. 39 361 (2009).
- [2] J.R. Greer, J.T.M. de Hosson. Progr. Mater. Sci. 56, 654 (2011).
- [3] Г.А. Малыгин. УФН 181, 1129 (2011).
- [4] H. Bei, S. Shim, G.M. Pharr, E.P. George. Acta Mater. 56, 4762 (2008).
- [5] C. Chisholm, H. Bei, M.B. Lowry, J. Oh, S.A. Syed Asif, O.L. Warren, Z.W. Shan, E.P. George, A.M. Minor. Acta Mater. 60, 2258 (2012).
- [6] M.B. Lowry, D. Kiener, M.M. Le Blank, C. Chisholm, J.N. Florando, J.W. Morris, A.M. Minor. Acta Mater. 58, 5160 (2010).
- [7] J.R. Greer, W.D. Nix. Phys. Rev. B 73, 245410 (2006).
- [8] D.M. Dimiduk, M.D. Uchic, T.A. Parthasarathy. Acta Mater. 53, 4065 (2005).
- [9] Ju-Y. Kim, D. Jang, J.R. Greer. Acta Mater. 58, 2355 (2010).
- [10] A.S. Schneider, B.G. Clark, C.R. Frick, P.A. Gruber, E. Arzt. Mater. Sci. Eng. A 508, 241 (2009).
- [11] K.Y. Xie, Y. Wang, S. Ni, X. Liao, J.M. Cairney, S.P. Ringer. Scripta Mater. 65, 1037 (2011).
- [12] S.S. Brenner. J. Appl. Phys. 28, 1023 (1957).
- [13] K. Ioshida, Y. Gotoh, M. Yamamoto. J. Phys. Soc. Jpn. 24, 1099 (1968).
- [14] Г.А. Малыгин. ФТТ **54**, 1507 (2012).
- [15] D. Kiener, A.M. Minor. Acta Mater. 59, 1328 (2011).
- [16] K.S. Ngan, A.N. Ngan. Scripta Mater. 59, 796 (2008).
- [17] A.S. Schneider, D. Kaufman, B.G. Clark, C.R. Frick, P.A. Gruber, R. Mönig, O. Kraft, E. Arzt. Phys. Rev. Lett. **103**, 105501 (2009).
- [18] Г.А. Малыгин. ФТТ 54, 1141 (2012).
- [19] H. Bei, S. Shim, E.P. George, M.K. Miller, E.G. Herbert, G.M. Pharr. Scripta Mater. 57, 397 (2007).
- [20] Sh. Ogata, J. Li, N. Hirosaki, Y. Shibutani, S. Yip. Phys. Rev. B 70, 104104 (2004).
- [21] S.I. Rao, D.M. Dimiduk, M. Tang, M.D. Uchic, T.A. Parthasarathy, C. Woodward. Philos. Mag. 87, 4777 (2007).
- [22] Y. Kamimura, K. Edagava, S. Takeuchi. Acta Mater. 61, 294 (2013).
- [23] M.A. Meyers, M.S. Schneider, H. Jarmakani, B.K. Kad, B.A. Remington, D. Halantar, J. McNaney, B. Cao, J. Wark. Met. Mater. Trans. A 39, 304 (2008).
- [24] Г.А. Малыгин. ФТТ 37, 3 (1995).
- [25] Г.А. Малыгин. УФН 169, 979 (1999).
- [26] Г.А. Малыгин. ФТТ 55, 721 (2013).
- [27] А.Д. Полянин, В.Ф. Зайцев. Справочник по нелинейным уравнениям математической физики. Физматлит, М. (2002).
- [28] Г.А. Малыгин. ФТТ 47, 870 (2005).