

Спонтанное излучение и упругое рассеяние света экситонами квантовой ямы в микрорезонаторе Фабри–Перо

© В.А. Кособукин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: Vladimir.Kosobukin@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 1 июля 2002 г.)

Представлена теория спонтанного излучения и упругого рассеяния света квазидвумерными экситонами квантовой ямы, помещенной в микрорезонатор Фабри–Перо. Задача решается методом электродинамических функций Грина при учете флуктуаций ширины квантовой ямы и формы стенок резонатора в качестве возмущения. В нулевом приближении теории возмущений (плоские границы раздела) найдены общие выражения для скоростей излучательного распада квазидвумерных экситонов и сдвигов их энергии в резонаторе. Граничные условия для электромагнитного поля учитываются с помощью коэффициентов отражения света внутрь резонатора от его стенок. В низшем (борновском) приближении по флуктуациям ширины квантовой ямы найдены резонансные вклады в сечения рассеяния, различающиеся поляризациями p или s падающей и рассеянной волн. Спектральные и угловые зависимости упругого рассеяния света исследованы численно для гауссовых и экспоненциальных корреляционных функций. Показано, что вклад флуктуаций ширины квантовой ямы в рассеяние света на два порядка величины больше, чем вклад изолированных интерфейсов (поверхностей) гетероструктуры.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 02-02-17601 и № 00-02-17030).

Возбужденное квантовое состояние квазистационарно относительно спонтанного излучения фотонов, если оно пространственно ограничено хотя бы в одном измерении на масштабе, меньшем длины световой волны. Подобно возбужденным состояниям атомов [1] собственные энергии локализованных коллективных возбуждений, таких как экситоны, плазмоны и полярные оптические фононы, испытывают радиационный сдвиг и уширение. Например, уширение плазмона с частотой ω_p , пространственно ограниченного в d измерениях на характерной длине $a \ll c/\omega_p$, определяется скоростью радиационного распада $\Gamma_p \sim \omega_p \cdot (a\omega_p/c)^d$ [2].

В последние годы значительное внимание уделяется эффектам радиационного распада низкоразмерных экситонов [3,4], которые играют определяющую роль в оптике полупроводниковых квантовых ям (проволок, точек) вблизи края фундаментального поглощения [3]. Для одиночной квантовой ямы радиационные сдвиг и уширение экситонных уровней [3–6] проявляются в спектрах отражения и пропускания света [3]. В периодических структурах со множественными квантовыми ямами переизлучение экситонов приводит к образованию когерентных поляритонных состояний [3,7], которые в брэгговских структурах становятся сверхизлучательными [8]. Конкуренция скоростей радиационного и нерадационного распада экситонов критическим образом влияет на характер поглощения света: механизм поглощения меняется с поляритонного на экситонный при увеличении температуры, которая контролирует скорость безызлучательных процессов [9].

При наличии беспорядка в структурах с квантовыми ямами особенности спонтанного излучения проявляются

в неоднородном уширении оптических спектров [10–12], распространении света [13], резонансном упругом рассеянии света [14–18] и фотолюминесценции [19,20]. Упругое рассеяние света, включающее поглощение фотона и последующее когерентное испускание второго фотона при переходе системы в исходное состояние [1], является доминирующим процессом излучения экситонов при низких плотностях оптического возбуждения [21]. При этом наряду с резонансными свойствами спонтанного излучения низкоразмерных экситонов чрезвычайно важна его зависимость от направления распространения и поляризации [18]. С этой точки зрения, существующая теория рассеяния света квантовыми ямами [16], концентрируясь на изучении спектров с временным разрешением, имеет два существенных недостатка. Во-первых, в ней рассматриваются, как правило, квантовые ямы в однородном диэлектрике, хотя спонтанное излучение и связанные с ним эффекты могут существенно зависеть от диэлектрического окружения квантовых ям [12,22]. Более того, поляритоны, возникающие в полупроводниковых микрорезонаторах (microcavity) [23], радикально меняют излучательные свойства встроенной в резонатор квантовой ямы, а также спектр рассеяния света в области экситон-поляритонного расщепления Раби [24,25]. Во-вторых, в литературе обычно обходится принципиальный вопрос об абсолютной величине и угловой зависимости интенсивности рассеяния, хотя именно в них содержится основная информация о статическом структурном беспорядке [18,24,26]. К тому же динамика рассеяния света может существенно зависеть от конкретной реализации беспорядка, которая по-разному проявляется на разных этапах процесса рассеяния [27].

Цель данной работы — построение общей теории спонтанного излучения и стационарного упругого рассеяния света, обусловленных низкоразмерными экситонами квантовой ямы в резонаторе Фабри–Перо. Задача решается методом функций Грина, возмущением считаются флуктуации экситонной поляризации, связанные со случайной модуляцией ширины квантовой ямы. В нулевом приближении исследуется влияние диэлектрического окружения на радиационный распад квазидвумерных экситонов в квантовой яме однородной ширины. Внешняя среда характеризуется коэффициентами отражения света от стенок резонатора внутрь его. В следующем (борновском) приближении по флуктуациям ширины квантовой ямы и формы стенок резонатора вычисляется вероятность резонансного упругого рассеяния света в стационарном режиме. Основной задачей является анализ угловых и поляризационных характеристик рассеяния света, связанных с пространственными флуктуациями экситонной поляризации в квантовой яме.

Содержание статьи заключается в следующем. В разд. 1 излагается общая постановка задачи. В разд. 2 вычисляются радиационные поправки к собственной энергии квазидвумерного экситона, обусловленные отражением излучения от стенок резонатора; в разд. 3 обсуждается внешнее отражение света от резонатора с квантовой ямой. В разд. 4 в общем виде вычисляются сечения резонансного упругого рассеяния света квантовой ямой в резонаторе. В разд. 5 рассматривается модель флуктуаций экситонной поляризации вследствие статистической неровности интерфейсов квантовой ямы и вычисляются сечения рассеяния света в случае однородной фоновой среды. В разд. 6 обсуждаются корреляционные функции неровных интерфейсов. На этой основе в разд. 7 численно исследуется эффективность упругого рассеяния света квантовой ямой и неровными стенками самого резонатора.

1. Постановка задачи и основные соотношения

Реальные квантовые ямы находятся в сложном диэлектрическом окружении и имеют разнообразные несовершенства строения. Среди последних наиболее существенны пространственные флуктуации ширины квантовой ямы, обусловленные случайными неровностями ее интерфейсов [28]. Исходя из этого, рассмотрим модель, показанную на рис. 1. Она включает квантовую яму, помещенную в микрорезонатор Фабри–Перо (далее резонатор), т. е. в слой шириной D с фоновой диэлектрической постоянной ϵ_b . Влияние внешней среды учитываем с помощью коэффициентов отражения света r_1 и r_2 внутрь резонатора от его границ $z = 0$ и $z = D$ соответственно. Предполагается, что в квантовой яме возбуждается основное состояние квазидвумерного экситона с борновским радиусом, сравнимым с шириной ямы. При монохроматическом возбуждении с частотой ω вклад

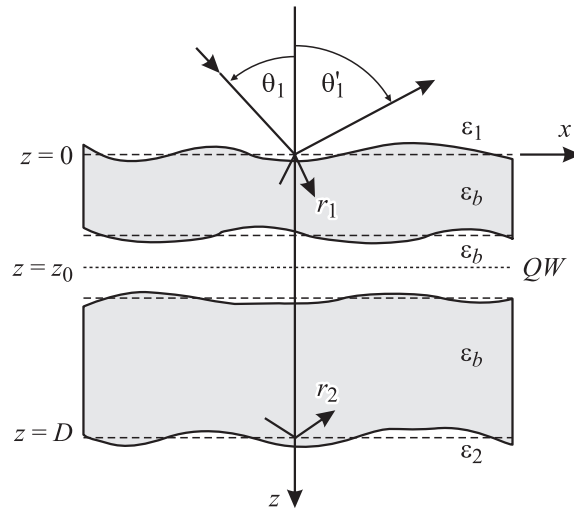


Рис. 1. Геометрия рассеяния света квантовой ямой (QW) со средней плоскостью $z = z_0$ в резонаторе Фабри–Перо ($0 < z < D$). Штриховыми линиями показаны плоские интерфейсы идеальной структуры, сплошными линиями — реализации случайно неровных интерфейсов. Направление отсчета угла θ'_1 для рассеянного света указано стрелкой.

экситонов в диэлектрическую поляризацию квантовой ямы описывается материальным уравнением [6], которое обобщается следующим образом [17]:

$$4\pi\mathbf{P}^{\text{ex}}(z, \mathbf{R}; \omega) = \hat{\chi}^0(\omega, \mathbf{R}) \cdot \Psi(z - z_0) \times \int dz' \cdot \Psi(z' - z_0) \cdot \mathbf{E}(z', \mathbf{R}; \omega). \quad (1)$$

Здесь \mathbf{E} — полное электрическое поле, $\hat{\chi}^0(\omega, \mathbf{R})$ — случайный тензор экситонной восприимчивости, зависящий от латерального радиуса-вектора $\mathbf{R} = (x, y)$. Огибающую волновой функции основного экситонного состояния в (1) считаем четной функцией: $\Psi(z) = \Psi(-z)$; это означает пренебрежение слабым рассеянием вследствие изгиба квантовой ямы относительно средней плоскости $z = z_0$ [17,18].

После преобразования Фурье вида

$$\mathbf{E}(z; \mathbf{Q}, \omega) = \int d^2R \exp(-i\mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}) \mathbf{E}(z, \mathbf{R}; \omega) \quad (2)$$

из соотношения (1) получаем

$$4\pi\mathbf{P}^{\text{ex}}(z; \mathbf{Q}', \omega) = \int dz' \int \frac{d^2Q}{(2\pi)^2} \hat{\chi}^0(z, z'; \mathbf{Q}' - \mathbf{Q}, \omega) \mathbf{E}(z'; \mathbf{Q}, \omega), \quad (3)$$

где

$$\hat{\chi}^0(z, z'; \mathbf{Q}' - \mathbf{Q}, \omega) = \left[(2\pi)^2 \delta(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) \hat{\chi}^0(\omega) + \delta\hat{\chi}^0(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}, \omega) \right] \Psi(z - z_0) \Psi(z' - z_0). \quad (4)$$

Здесь выделен диагональный тензор $\hat{\chi}^0$ с компонентами

$$\begin{aligned}\bar{\chi}_{\alpha\beta}^0(\omega) &= \delta_{\alpha\beta} \cdot \bar{\chi}_{\alpha\alpha}^0(\omega) = \delta_{\alpha\beta} \frac{\bar{\Gamma}_{\alpha}^0}{\bar{\omega}_{\alpha}^0 - \omega - i\gamma} \\ &= \delta_{\alpha\beta} \frac{\bar{\Gamma}_{\alpha}^0}{\Delta_{\alpha}^0(\omega)},\end{aligned}\quad (5)$$

которые не зависят от \mathbf{R} . В (5) $\delta_{\alpha\beta}$ — символ Кронекера, $\bar{\omega}_{\alpha}^0$ — частота экситонного перехода, поляризованного вдоль декартовой оси α и имеющего скорость нерадиационного распада γ и скорость радиационного распада $\bar{\Gamma}_{\alpha}^0$. Последняя пропорциональна силе осциллятора экситона, но ее зависимостью от ширины квантовой ямы [29] далее пренебрегаем. В приближении (5), соответствующем идеальной квантовой яме с плоскими интерфейсами, обычно интерпретируют эксперименты по отражению и пропусканию света [3].

Эффекты латерального беспорядка в яме в согласии с (4) будем описывать с помощью тензора

$$\delta\hat{\chi}^0(\mathbf{R}, \omega) = \hat{\chi}^0(\mathbf{R}, \omega) - \hat{\chi}^0(\omega). \quad (6)$$

С точки зрения статистической теории введение тензора $\hat{\chi}^0$ формулой (5) для реальных (т.е. неупорядоченных) квантовых ям подразумевает некоторое усреднение. В опыте такое усреднение проводится световой волной при ее распространении, однако характер такого усреднения вряд ли поддается строгому анализу.

Вклад экситонов в диэлектрическую поляризацию квантовой ямы представим в виде

$$\mathbf{P}^{\text{ex}} = \mathbf{P}^0 + \delta\mathbf{P}^0. \quad (7)$$

В соответствии с (3)–(6), \mathbf{P}^0 — регулярная, а $\delta\mathbf{P}^0$ — флуктуационная части поляризации квазидвумерного экситона (3), которые выражаются соответственно через $\hat{\chi}^0$ из (5) и $\delta\hat{\chi}^0$ из (6). Далее флуктуационный вклад $\delta\mathbf{P}^0$ или (6) рассматривается как случайное возмущение, ответственное за упругое (рэлеевское) рассеяние света.

Учитывая (7), для слоистой среды с тензором $\varepsilon^0(z)\hat{I}$ фоновой диэлектрической проницаемости введем следующую последовательность уравнений:

$$\left[\text{rot rot} - \varepsilon^0(z)k_0^2 \cdot \hat{I} \right] \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{E}^0(\mathbf{r}) \\ \hat{G}^0(z, z'; \mathbf{R} - \mathbf{R}') \\ \mathbf{E}^{\text{I}}(\mathbf{r}) \\ \mathbf{E}^{\text{II}}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{I} \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \\ 4\pi k_0^2 \mathbf{P}^0(\mathbf{r}) \\ 4\pi k_0^2 \left\{ \mathbf{P}^0(\mathbf{r}) + \sum_{m \geq 0} \delta\mathbf{P}^{(m)}(\mathbf{r}) \right\} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

$$(10)$$

$$(11)$$

Здесь $\mathbf{r} = (\mathbf{R}, z)$, $k_0 = \omega/c$, а \hat{I} — единичный тензор с компонентами $I_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}$. При решении задачи (8)–(11)

исходным является стоящий в левой части этих уравнений невозмущенный оператор $\hat{L}^0 = \text{rot rot} - \varepsilon^0(z)k_0^2 \cdot \hat{I}$. Уравнения (8) и (9) определяют электрическое поле \mathbf{E}^0 и тензорную функцию Грина \hat{G}^0 для многослойной среды без квантовой ямы. Решение \mathbf{E}^{I} уравнения (10) описывает электромагнитное поле в той же среде с плоскими интерфейсами, но при учете экситонов квантовой ямы. В стохастическом уравнении (11) для поля \mathbf{E}^{II} возмущением являются флуктуационная экситонная поляризация $\delta\mathbf{P}^{(0)} \equiv \delta\mathbf{P}^0$ квантовой ямы ($m = 0$, $\delta\hat{\chi}^{(0)} \equiv \delta\hat{\chi}^0$) и поляризационные вклады $\delta\mathbf{P}^{(m)}$ тех границ раздела ($m \geq 1$), что не принадлежат яме.

Задачу (8)–(11) решаем в предположении, что падающая волна (рис. 1) имеет линейную поляризацию p (TM волна) или s (TE волна) и касательную составляющую $\mathbf{Q} = Q \cdot \mathbf{e}_x$ волнового вектора, где \mathbf{e}_x — орт оси x . При отсутствии квантовой ямы тангенциальные компоненты электрического поля, возбуждаемого в резонаторе ($0 < z < D$), выражаются формулой

$$\begin{aligned}E_{x,y}^0(\mathbf{r}; t) &= A_0^{p,s} \cdot \exp(-i\omega t + iQx) \\ &\times \left(e^{ik \cdot z} + r_2^{p,s} \cdot e^{ik(2D-z)} \right),\end{aligned}\quad (12)$$

где $x(y)$ соответствует поляризации $p(s)$ и $E_z^0 = (iQ/k^2)dE_x^0/dz$. В (12) $Q = \sqrt{\varepsilon_b} k_0 \sin \theta$ (угол θ) является параметром задачи, $k(Q) = \sqrt{\varepsilon_b k_0^2 - Q^2}$, $r_2^{p,s}(Q)$ — коэффициент внутреннего отражения света от стенки резонатора $z = D$ (рис. 1).

Введем операторы $\hat{L}^{\text{I}} = \hat{L}^0 - k_0^2 \cdot \hat{\chi}^0$ и $\hat{L}^{\text{II}} = \hat{L}^{\text{I}} - k_0^2 \cdot \sum_{m \geq 0} \delta\hat{\chi}^{(m)}$, в которых, согласно (4), тензоры $\hat{\chi}^0$ и $\delta\hat{\chi}^{(0)} \equiv \delta\hat{\chi}^0$ квантовой ямы ($m = 0$) нелокальны по z, z' . В операторе \hat{L}^{II} тензор $\delta\hat{\chi}^{(m)}$ ($m \geq 1$) связан с диэлектрической поляризацией [30,31]

$$4\pi\delta\mathbf{P}^{(m)}(z, \mathbf{R}) = -(\varepsilon_m^+ - \varepsilon_m^-) \xi_m(\mathbf{R}) \delta(z - z_m) \mathbf{E}(z, \mathbf{R}), \quad (13)$$

которая обусловлена неровностями m -й границы раздела $z = z_m + \xi_m(\mathbf{R})$ между средами, имеющими диэлектрические постоянные $\varepsilon_m^- = \varepsilon^0(z_m - 0)$ и $\varepsilon_m^+ = \varepsilon^0(z_m + 0)$, где $\varepsilon^0(z)$ — диэлектрическая функция из (8)–(11).

Поправки $\mathbf{E}^{\text{I}} - \mathbf{E}^0$ и $\mathbf{E}^{\text{II}} - \mathbf{E}^{\text{I}}$ вычисляются последовательно из дифференциальных уравнений (10) и (11), которые в терминах операторов $\hat{L}^{(N)}$ с $N = \text{I}, \text{II}$ выражаются в виде $\hat{L}^{(N)} \{ \mathbf{E}^{(N)}, \hat{G}^{(N)} \} = \{ 0, \hat{I} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \}$. Этим уравнениям эквивалентны интегральные уравнения, которые можно записать в символическом виде [32,33]

$$F^{(N)} - F^{(N-1)} = \hat{G}^{(N-1)} \cdot \left(\hat{L}^{(N-1)} - \hat{L}^{(N)} \right) \cdot F^{(N)}. \quad (14)$$

Здесь $F^{(N)}$ обозначает либо вектор $\mathbf{E}^{(N)}$, либо тензор $\hat{G}^{(N)}$ N -го приближения, а знак умножения обозначает интегрирование по аргументу z и суммирование по декартовым индексам, общим для двух соседних операторов.

2. Радиационные поправки для квазидвумерного экситона в резонаторе

Считая известными решения уравнений (8) и (9) [30,33], обратимся к уравнению (10), которое описывает электродинамику идеальной квантовой ямы в резонаторе. Для квантовой ямы с плоскими интерфейсами $z = z_0 \pm \bar{L}/2$ и восприимчивостью (5) в многослойной среде соответствующие интегральные уравнения (14) представлены формулами (A.2) и (A.3) в Приложении. В них ненулевые компоненты $\chi_{\mu\nu}^1$ тензора экситонной восприимчивости идеальной квантовой ямы, помещенной в резонатор, выражаются следующим образом:

$$\chi_{xx}^1(Q, \omega) = \frac{2\varepsilon_b}{k} \frac{\Gamma_{xx}^0(Q)\Delta_z}{\Delta_+\Delta_-}, \quad \chi_{zz}^1(Q, \omega) = \frac{2\varepsilon_b k}{Q^2} \frac{\Delta_x \Gamma_z^0(Q)}{\Delta_+\Delta_-},$$

$$\chi_{xz}^1(Q, \omega) = -\chi_{zx}^1(Q, \omega) = i \frac{2\varepsilon_b}{Q} \frac{\Gamma_x^0(Q)\Gamma_z^0(Q)}{\Delta_+\Delta_-} \times \left(\frac{r_1^p e^{2ikz_0} - r_2^p e^{2ik(D-z_0)}}{1 - r_1^p r_2^p e^{2ikD}} \right), \quad (15)$$

$$\chi_{yy}^1(Q, \omega) = \frac{2k}{k_0^2} \frac{\Gamma_y^0(Q)}{\Delta_y} = \frac{\bar{\Gamma}_y^0 I_c^2(Q)}{\Omega_y^0 - \omega - i\gamma}. \quad (16)$$

Здесь $r_1^\lambda(Q)$ и $r_2^\lambda(Q)$ — коэффициент внутреннего отражения λ -поляризованного света от стенок резонатора (рис. 1)

$$\Delta_\alpha(Q, \omega) = \Omega_\alpha^0(Q) - \omega - i\gamma, \\ \Delta_\pm(Q, \omega) = \Omega_\pm^0(Q) - \omega - i\gamma, \quad (17)$$

$$\Omega_\pm^0(Q) = \frac{\Omega_x^0 + \Omega_z^0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\Omega_x^0 - \Omega_z^0}{2} \right)^2 + \Gamma_x^0 \cdot \Gamma_z^0 \cdot \left(\frac{r_1^p e^{2ikz_0} - r_2^p e^{2ik(D-z_0)}}{1 - r_1^p r_2^p e^{2ikD}} \right)^2}, \quad (18)$$

$$\Omega_x^0(Q) = \omega_x^0 - i\Gamma_x^0 - i\Gamma_x^0 \times \left(\frac{r_1^p e^{2ikz_0} + r_2^p e^{2ik(D-z_0)} + 2r_1^p r_2^p e^{2ikD}}{1 - r_1^p r_2^p e^{2ikD}} \right), \quad (19)$$

$$\Omega_z^0(Q) = \omega_z^0 - i\Gamma_z^0 - i\Gamma_z^0 \times \left(\frac{-r_1^p e^{2ikz_0} - r_2^p e^{2ik(D-z_0)} + 2r_1^p r_2^p e^{2ikD}}{1 - r_1^p r_2^p e^{2ikD}} \right), \quad (20)$$

$$\Omega_y^0(Q) = \omega_y^0 - i\Gamma_y^0 - i\Gamma_y^0 \times \left(\frac{r_1^s e^{2ikz_0} + r_2^s e^{2ik(D-z_0)} + 2r_1^s r_2^s e^{2ikD}}{1 - r_1^s r_2^s e^{2ikD}} \right). \quad (21)$$

В (19)–(21) $\omega_\alpha^0 \equiv \omega_\alpha^0(Q)$ и $\Gamma_\alpha^0 \equiv \Gamma_\alpha^0(Q)$ суть частота и скорость радиационного затухания экситона в квантовой

яме, находящейся в среде с однородной фоновой диэлектрической постоянной ε_b . Эти величины имеют вид [3–6]

$$\omega_x^0(Q) = \bar{\omega}_x^0 + \bar{\Gamma}_x^0 \frac{k}{2\varepsilon_b} I_s,$$

$$\Gamma_x^0(Q) = \bar{\Gamma}_x^0 \frac{k}{2\varepsilon_b} I_c^2 = \bar{\Gamma}_x^0 \cos \theta, \quad (22)$$

$$\omega_z^0(Q) = \bar{\omega}_z^0 + \frac{\bar{\Gamma}_z^0}{\varepsilon_b} \left(I_0 + \frac{Q^2}{2k} I_s \right),$$

$$\Gamma_z^0(Q) = \bar{\Gamma}_z^0 \frac{1}{2\varepsilon_b} \frac{Q^2}{k} I_c^2 = \bar{\Gamma}_z^0 \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta}, \quad (23)$$

$$\omega_y^0(Q) = \bar{\omega}_y^0 + \bar{\Gamma}_y^0 \frac{k_0^2}{2k} I_s,$$

$$\Gamma_y^0(Q) = \bar{\Gamma}_y^0 \frac{k_0^2}{2k} I_c^2 = \bar{\Gamma}_y^0 \frac{1}{\cos \theta}. \quad (24)$$

В (22)–(24)

$$I_c(Q) = \int dz \cdot \cos[k(Q) \cdot z] \cdot \Psi(z) \\ = \int dz \cdot \exp[\pm i \cdot k(Q) \cdot z] \cdot \Psi(z),$$

$$I_s(Q) = \iint dz \cdot dz' \cdot \sin\{k(Q) \cdot |z - z'|\} \cdot \Psi(z) \cdot \Psi(z'),$$

$$I_0 = \int dz \cdot \Psi^2(z). \quad (25)$$

На практике параметры (22)–(24) или $\bar{\Gamma}_\alpha^0$ удобно считать исходными, а их величину определять из эксперимента путем подгонки [3]. Через константы $\bar{\Gamma}_\alpha^0$ в комплексных частотах (18)–(21) учитывается взаимодействие экситонов с фотонами однородной среды, а влияние стенок резонатора определяется коэффициентами r_1^λ и r_2^λ . При этом $\hbar[\text{Re} \Omega_\alpha^0(Q) - \bar{\omega}_\alpha^0]$ выражает радиационный сдвиг уровня энергии экситона, а $-\hbar \text{Im} \Omega_\alpha^0(Q)$ — его радиационную ширину, которая входит в полную ширину $\hbar(\gamma - \text{Im} \Omega_\alpha^0)$. Согласно (18), в общем случае величины $\Omega_\pm^0(Q)$ учитывают электромагнитное взаимодействие между экситонами, поляризованными по осям x и z . Формулы (22)–(24), полученные из (19)–(21) при $r_1^\lambda = r_2^\lambda = 0$, относятся к яме, находящейся в однородной среде. При этом $\chi_{xz}^1 = \chi_{zx}^1 = 0$ в (15), т.е. исчезает электромагнитная связь между экситонами с частотами Ω_x^0 и Ω_z^0 , определяемыми формулами (19), (20). В общем случае для выполнения условия $\chi_{xz}^1 = \chi_{zx}^1 = 0$ требуется, чтобы $r_1^p/r_2^p = e^{2ik(D-2z_0)}$. Отсюда можно определить положение ямы z_0 , при котором x - и z -компоненты экситона становятся независимыми (например, $z_0 = D/2$ при $r_1^p = r_2^p$).

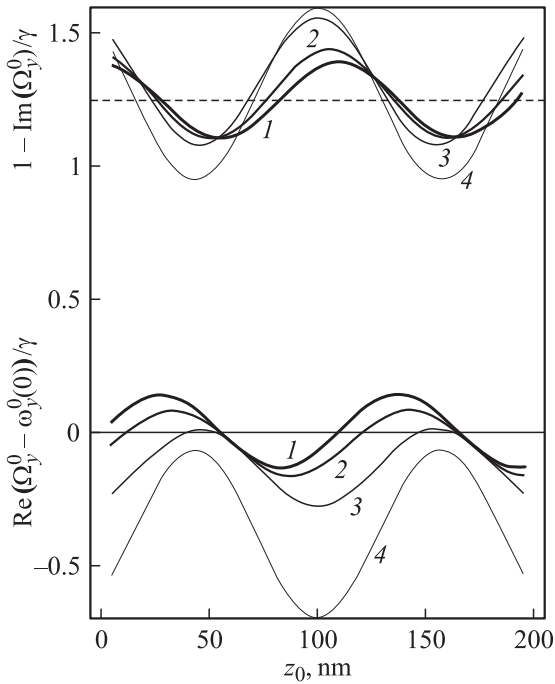


Рис. 2. Относительная величина параметра радиационного затухания $1 - \text{Im}(\Omega_y^0)/\gamma$ (верхняя серия кривых) и сдвига частоты $(\text{Re} \Omega_y^0 - \omega_y^0(0))/\gamma$ (нижняя серия) экситона в зависимости от положения квантовой ямы z_0 в резонаторе с $D = 200 \text{ nm}$, $\varepsilon_b = 12.5$ и $\varepsilon_1 = 1$. Вычислено по формуле (21) для экситона легкой дырки $1e-1lh$ с $\hbar\omega_y^0(0) = 1.6 \text{ eV}$, $\hbar\gamma = 1 \text{ meV}$, $\hbar\bar{\Gamma}_y^0 = 0.25 \text{ meV}$ в квантовой яме GaAs/AlGaAs шириной $\bar{L} = 14 \text{ nm}$. Кривые 1–3 соответствуют значениям $\varepsilon_2 = 12.5$ (1), $\varepsilon_2 = 6$ (2) и $\varepsilon_2 = 1$ (3) при $\theta_1 = 0$ ($Q = 0$), кривая 4 — значению $\varepsilon_2 = 1$ при $\theta_1 = 75^\circ$. Штриховой линией показана относительная полная скорость затухания экситона $1 + \Gamma_y^0(0)/\gamma$ в случае однородной фоновой среды ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_b = 12.5$).

Нули резонансного знаменателя из (16), определяемые условием $\Delta_y(Q, \omega) = 0$, дают закон дисперсии s -поляризованных экситонных поляритонов идеальной квантовой ямы в резонаторе, а корни уравнения $\Delta_\pm(Q, \omega) = 0$ — дисперсию p -поляризованных поляритонов. Сдвиг частоты экситона $\text{Re} \Omega_\alpha^0 - \bar{\omega}_\alpha^0$ и скорость его распада $\gamma - \text{Im} \Omega_\alpha^0$ осциллируют в зависимости от положения квантовой ямы z_0 в резонаторе, что, по-видимому, впервые отмечалось в [22]. Этот эффект иллюстрирует рис. 2, где приведены рассчитанные по формуле (21) радиационные поправки в основном при нормальном падении света. Видно, что радиационные поправки к частоте и затуханию экситона имеют осцилляции, даже если один из коэффициентов r_1^λ или r_2^λ равен нулю. Причиной является интерференция света, связанная с отражением волн как от стенок резонатора, так и от самой квантовой ямы. Эти осцилляции, амплитуда которых сравнима с параметром радиационного затухания экситона, зависят не только от z_0 , но и от ширины резонатора D , угла падения θ и частоты ω света. В p -поляризации при $\theta \neq 0$ осцилляции радиационных поправок, определяе-

мых функциями $\Delta_\pm(Q, \omega)$ для гибридных мод экситонов, поляризованных вдоль осей x и z , становятся более сложными, но основные их особенности сохраняются.

3. Отражение света от резонатора с квантовой ямой

Радиационные экситонные эффекты, описанные в разд. 2, существенно зависят от распределения электрического поля в резонаторе и в свою очередь определяют резонансные свойства этого поля. Предполагая, что световая волна с поляризацией λ (т.е. s или p) падает из области $z = -\infty$, где $\varepsilon^0(z) = \varepsilon_1$ (рис. 1), рассмотрим вначале влияние резонатора на оптику экситонов идеальной квантовой ямы. Коэффициент отражения $\rho_\lambda^1(Q)$ входит в асимптотическое ($z \rightarrow -\infty$) решение уравнения (A.2), которое для λ -поляризованного поля имеет вид

$$E_{x,y}^1(z; Q) = E_{x,y}^{\text{inc}} [\exp(ik_1 z) + \rho_{p,s}^1 \exp(-ik_1 z)], \quad (26)$$

где $k_1(Q) = \sqrt{\varepsilon_1 k_0^2 - Q^2} = \sqrt{\varepsilon_1} k_0 \cos \theta_1$, $E_{x,y}^{\text{inc}}$ — касательные проекции амплитуды падающей волны. В (26)

$$\rho_p^1(Q) = \rho_p^0 + \frac{ik}{2\varepsilon_b} \frac{\tau_+^p \cdot \tau_-^p}{(d_0^p)^2} \left\{ \chi_{xx}^1 [F_+^p(z_0)]^2 - 2\chi_{xz}^1 Q/k F_+^p(z_0) F_-^p(z_0) - \chi_{zz}^1 Q^2/k^2 [F_-^p(z_0)]^2 \right\}, \quad (27)$$

$$\rho_s^1(Q) = \rho_s^0 + \frac{ik_0^2}{2k} \frac{\tau_+^s \cdot \tau_-^s}{(d_s^0)^2} \chi_{yy}^1 [F_+^s(z_0)]^2 \quad (28)$$

для p - и s -поляризованной волн соответственно. В (27) и (28)

$$d_\lambda^0(Q) = 1 - r_1^\lambda \cdot r_2^\lambda \exp(2ikD),$$

$$\rho_\lambda^0(Q) = \frac{1}{d_\lambda^0} [r_2^\lambda \exp(2ikD) - r_1^\lambda], \quad (29)$$

последняя формула выражает коэффициент отражения волны с поляризацией λ от резонатора в отсутствие квантовой ямы. Величины $\chi_{\alpha\beta}^1$ даются формулами (15), (16), τ_+^λ и τ_-^λ обозначают коэффициенты преобразования электрического поля при прохождении света через границу $z = 0$ из среды 1 в резонатор и обратно, и

$$F_\pm^\lambda(z; Q) = \exp(ikz) \pm r_2^\lambda \exp[ik(2D - z)]. \quad (30)$$

4. Сечения рассеяния света квантовой ямой в резонаторе

4.1. Общая теория. На основе уравнений (11)–(14) в первом порядке теории возмущений [17,18,30,31] по величинам $\delta\chi^{(m)}$ для электрического поля рассеянного

света получаем выражение

$$E_{\alpha}^{\text{II}}(\mathbf{r}) - E_{\alpha}^{\text{I}}(\mathbf{r}) = k_0^2 \int \frac{d^2 Q'}{(2\pi)^2} e^{i\mathbf{Q}' \cdot \mathbf{R}} \sum_{m \geq 0} \sum_{\mu} \mathcal{G}_{\alpha\mu}^{\text{I}}(z, z_m^-; \mathbf{Q}') \times \delta\chi_{\mu\mu}^{(m)}(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) \cdot E_{\mu}^{\text{I}}(z_m^+; \mathbf{Q}). \quad (31)$$

Здесь $z_m^{\pm} = z_m \pm 0$ для m -й плоской границы раздела ($m \geq 1$), а для квантовой ямы ($m = 0$) обозначение z_0^{\pm} указывает на то, что выполнено интегрирование (A.4) с функцией $\Psi(z - z_0)$. В (31) поле $\mathbf{E}^{\text{I}}(z; \mathbf{Q})$ и компоненты функции Грина

$$\mathcal{G}_{\alpha\beta}^{\text{I}}(z, z'; \mathbf{Q}') = \sum_{\mu, \nu} T_{\alpha\mu}(\varphi') \cdot G_{\mu\nu}^{\text{I}}(z, z'; |\mathbf{Q}'|) \cdot T_{\beta\nu}(\varphi') \quad (32)$$

соответствуют тангенциальным составляющим

$$\mathbf{Q} = \sqrt{\varepsilon_b} k_0 \cdot \mathbf{e}_x \cdot \sin \theta,$$

$$\mathbf{Q}' = \sqrt{\varepsilon_b} k_0 \cdot [\mathbf{e}_x \cdot \cos \varphi' + \mathbf{e}_y \cdot \sin \varphi'] \cdot \sin \theta' \quad (33)$$

волновых векторов падающей и рассеянной волн в идеальной структуре с квантовой ямой. В (32) ненулевые матричные элементы, зависящие от угла φ' между векторами $\mathbf{Q}' = (Q'_x, Q'_y)$ и \mathbf{Q} , имеют вид: $T_{xx} = T_{yy} = \cos \varphi' = Q'_x / Q'$, $-T_{xy} = T_{yx} = \sin \varphi' = Q'_y / Q'$, $T_{zz} = 1$. На границе раздела $z = 0$ компоненты (33) волновых векторов падающей и рассеянной волн и соответствующие им азимутальные углы непрерывны, а полярные углы θ и θ' преобразуются по закону преломления $\sqrt{\varepsilon_b} \sin \theta = \sqrt{\varepsilon_1} \sin \theta_1$ в углы θ_1 и θ'_1 , измеряемые вне резонатора (рис. 1).

Вычислим на основе выражения (31) электромагнитный поток энергии, рассеянной в элемент телесного угла $d\Omega'_1 = \sin \theta'_1 d\theta'_1 d\varphi'$ в обратном направлении ($z \rightarrow -\infty$ на рис. 1). Затем, следуя работам [18,30], усредним этот поток по ансамблю реализаций тензоров $\{\delta\hat{\chi}^{(m)}(\mathbf{R})\}$ (их фурье-компонент $\{\delta\hat{\chi}^{(m)}(\mathbf{Q})\}$). Найденная величина $d\langle S \rangle / d\Omega'_1$, где $\langle S \rangle$ — среднее значение вектора Пойнтинга рассеянного света, в низшем (борновском) приближении теории возмущений выражается линейно через корреляционные функции

$$\left\langle \delta\chi_{\mu\mu}^{(m)}(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) \cdot \left[\delta\chi_{\nu\nu}^{(m')}(\mathbf{Q}'' - \mathbf{Q}) \right]^* \right\rangle = X_{\mu\nu}^{(m, m')}(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) \cdot (2\pi)^2 \cdot \delta(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}''). \quad (34)$$

Наличие в (34) дельта-функции $\delta(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}'')$ означает латеральную трансляционную инвариантность квантовой ямы в среднем.

В дальнейшем будем предполагать отсутствие корреляции (статистическую независимость) отклика разных неровных интерфейсов, т.е. $X_{\mu\nu}^{(m, m')} = \delta_{mm'} X_{\mu\nu}^{(m)}$ в (34). Тогда отношение энергии $\cos \theta'_1 \cdot d\langle S \rangle / d\Omega'_1$, которая рассеивается единичной площадкой, к энергии $\cos \theta_1 \cdot c \cdot \sqrt{\varepsilon_1} |E_{\lambda}^{\text{inc}}(\mathbf{Q})|^2 / (8\pi)$ падающей на эту площадку

волны с амплитудой E_{λ}^{inc} определяет безразмерное полное сечение рассеяния

$$\frac{d\sigma(\lambda \rightarrow \lambda')}{d\Omega'_1} = \frac{\varepsilon_1 k_0^6 \cos^2 \theta'_1}{4\pi^2 \cos \theta_1} \sum_m \sum_{\mu, \nu} M_{\mu\nu}^{\text{I}}(z_m^-, \mathbf{Q}') \times X_{\mu\nu}^{(m)}(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) \cdot \frac{E_{\mu}^{\text{I}}(z_m^+, \mathbf{Q}) \cdot [E_{\nu}^{\text{I}}(z_m^+, \mathbf{Q})]^*}{|E_{\lambda}^{\text{inc}}(\mathbf{Q})|^2}. \quad (35)$$

Здесь введено обозначение $\lambda \rightarrow \lambda'$ для канала рассеяния $\lambda\mathbf{Q} \rightarrow \lambda'\mathbf{Q}'$, который определяется индексами поляризации падающей λ и рассеянной λ' волн, каждый из которых может быть либо p , либо s . Элементы эрмитовой ($M_{\mu\nu}^{\text{I}} = (M_{\nu\mu}^{\text{I}})^*$) матрицы

$$M_{\mu\nu}^{\text{I}}(z_m^-, \mathbf{Q}') = \sum_{\beta} \mathcal{G}_{\beta\mu}^{\text{I}}(z, z_m^-; \mathbf{Q}') \cdot [\mathcal{G}_{\beta\nu}^{\text{I}}(z, z_m^-; \mathbf{Q}')]^* \quad (36)$$

выражаются формулами (A.12) из Приложения; фактически они не зависят от z при $z \rightarrow -\infty$.

Из-за отсутствия корреляции между интерфейсами сечение рассеяния (35) распадается на сумму

$$\frac{d\sigma(\lambda \rightarrow \lambda')}{d\Omega'_1} = \frac{d\sigma^{(0)}(\lambda \rightarrow \lambda')}{d\Omega'_1} + \sum_{m=1}^2 \frac{d\sigma^{(m)}(\lambda \rightarrow \lambda')}{d\Omega'_1}, \quad (37)$$

где второе слагаемое учитывает вклад в рассеяние стенок резонатора Фабри–Перо.

4.2. Парциальные вклады в сечение рассеяния света. Используя общие свойства функций Грина многослойных диэлектрических сред [32,33], подставим (36) в (35) и учтем (32). Тогда для m -го парциального вклада в сечение (37) в разных каналах рассеяния $\lambda \rightarrow \lambda'$ получаем следующие выражения:

$$\frac{d\sigma^{(m)}(s \rightarrow s)}{d\Omega'_1} = C_1 \cdot |\tilde{G}_{yy}^{\text{I}}|_{\mathbf{Q}'}^2 \cdot X_{yy}^{(m)}(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) \cdot \left| \frac{\tilde{E}_y^{\text{I}}}{E_s^{\text{inc}}} \right|_{\mathbf{Q}}^2 \cdot \cos^2 \varphi', \quad (38)$$

$$\frac{d\sigma^{(m)}(s \rightarrow p)}{d\Omega'_1} = C_1 \cdot \left(|\tilde{G}_{xx}^{\text{I}}|^2 + |\tilde{G}_{zx}^{\text{I}}|^2 \right)_{\mathbf{Q}'} \times X_{yy}^{(m)}(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) \cdot \left| \frac{\tilde{E}_y^{\text{I}}}{E_s^{\text{inc}}} \right|_{\mathbf{Q}}^2 \cdot \sin^2 \varphi', \quad (39)$$

$$\frac{d\sigma^{(m)}(p \rightarrow s)}{d\Omega'_1} = C_1 \cdot |\tilde{G}_{yy}^{\text{I}}|_{\mathbf{Q}'}^2 \times X_{xx}^{(m)}(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) \cdot \left| \frac{\tilde{E}_x^{\text{I}}}{E_p^{\text{inc}}} \right|_{\mathbf{Q}}^2 \cdot \sin^2 \varphi', \quad (40)$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma^{(m)}(p \rightarrow p)}{d\Omega'_1} &= C_1 \cdot \left\{ \left(|\tilde{G}_{xx}^1|^2 + |\tilde{G}_{zx}^1|^2 \right)_{\mathbf{Q}'} \right. \\
&\times X_{xx}^{(m)}(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) \cdot \left| \frac{\tilde{E}_x^1}{E_p^{\text{inc}}} \right|_{\mathbf{Q}}^2 \cdot \cos^2 \varphi' \\
&+ 2 \operatorname{Re} \left\{ [\tilde{G}_{xx}^1 (\tilde{G}_{xz}^1)^* + \tilde{G}_{zx}^1 (\tilde{G}_{zz}^1)^*]_{\mathbf{Q}'} \right. \\
&\times X_{xz}^{(m)}(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) \cdot \left. \left. \left(\frac{\tilde{E}_x^1 \cdot (\tilde{E}_z^1)^*}{|E_p^{\text{inc}}|^2} \right)_{\mathbf{Q}} \right\} \cdot \cos \varphi' \right. \\
&\left. + \left(|\tilde{G}_{xz}^1|^2 + |\tilde{G}_{zz}^1|^2 \right)_{\mathbf{Q}'} \cdot X_{zz}^{(m)}(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) \cdot \left| \frac{\tilde{E}_z^1}{E_p^{\text{inc}}} \right|_{\mathbf{Q}}^2 \right\}. \quad (41)
\end{aligned}$$

В формулах (38)–(41)

$$C_1(\theta'_1, \theta_1) = \frac{\varepsilon_1 k_0^6 \cos^2 \theta'_1}{4\pi^2 \cos \theta_1}, \quad (42)$$

$\tilde{E}_\alpha^1 \equiv E_\alpha^1(z_m^+; \mathbf{Q})$ и $\tilde{G}_{\alpha\beta}^1 \equiv G_{\alpha\beta}^1(z, z_m^-; \mathbf{Q}')$ при $z \rightarrow -\infty$, причем для квантовой ямы ($m=0$) они выражаются формулами (A.10) и (A.11), куда следует подставить (A.5)–(A.9) с учетом (A.4).

5. Модель флуктуаций экситонной поляризации в квантовой яме

5.1. Модель. Следуя [17], введем модель латеральных флуктуаций поляризации квазидвумерных экситонов в квантовой яме. Отклонения интерфейсов квантовой ямы от плоскости приводят к образованию островков, т.е. конечных областей, в пределах которых ширина квантовой ямы может считаться почти постоянной [28]. Для определения размера островков существенно, что интерфейсы квантовой ямы статистически неодинаковы: например, для квантовых ям на основе GaAs радиус автокорреляции нижнего интерфейса (GaAs на $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$) существенно больше верхнего ($\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ на GaAs) [28]. На опыте в поперечном сечении зондирующего светового пучка попадает огромное число различных островков, которые таким образом выступают как статистический ансамбль.

Считается, что средние расстояния между атомными ступеньками на интерфейсе могут достигать нескольких десятков нанометров [28]. Однако нужно иметь в виду, что отождествление атомного профиля интерфейсов с оптическими (диэлектрическими) границами раздела не имеет обоснования по следующим общим причинам. Во-первых, в рассеянии света наиболее эффективна та часть пространственного спектра рассеивателя, которая соответствует размерам, сравнимым с длиной волны света зондирующего излучения [26]. Во-вторых, как показывают данные атомно-силовой микроскопии, возможно наличие двух радиусов корреляции неровностей

поверхности полупроводникового кристалла: мелкомасштабного (несколько десятков nm) и крупномасштабного (несколько сотен nm) [34]. Последний масштаб проявляется в угловой зависимости упругого рассеяния света на шероховатой поверхности полупроводника в области его объемных экситонных резонансов [34,35]. Опираясь на эти положения, мы предполагаем, что в рассеянии света квантовыми ямами также существенны крупномасштабные флуктуации экситонной поляризации, при которых протяженность экситонной волновой функции внутри островка существенно больше борковского радиуса. Такие экситоны делокализованы и сохраняют свою индивидуальность по отношению к квазидвумерному экситону бесконечной квантовой ямы той же ширины.

Пусть профиль интерфейсов квантовой ямы $z = z_0 - \bar{L}/2 + \xi_1(\mathbf{R})$ и $z = z_0 + \bar{L}/2 + \xi_2(\mathbf{R})$ задается случайными функциями $\xi_1(\mathbf{R})$ и $\xi_2(\mathbf{R})$ вектора $\mathbf{R} = (x, y)$. Случайная ширина квантовой ямы определяется выражением

$$L(\mathbf{R}) = \bar{L} + \delta L(\mathbf{R}) = \bar{L} + \xi_2(\mathbf{R}) - \xi_1(\mathbf{R}), \quad (43)$$

где $\bar{L} = \langle L(\mathbf{R}) \rangle$ — средняя ширина ямы, которая статистически однородна в своей плоскости. Здесь и далее усреднение по ансамблям реализаций случайных функций $\{\xi_1(\mathbf{R})\}$ и $\{\xi_2(\mathbf{R})\}$ обозначается как $\langle \dots \rangle$, причем $\langle \xi_n(\mathbf{R}) \rangle = \langle \delta L(\mathbf{R}) \rangle = 0$.

Интересуясь проявлением в оптических спектрах крупномасштабных флуктуаций формы интерфейсов, обобщим формулу (5), приняв для тензора в (1) следующее выражение [17]:

$$\chi_{\alpha\beta}^0(\mathbf{R}, \omega) = \delta_{\alpha\beta} \chi_{\alpha\alpha}^0(\mathbf{R}, \omega) = \delta_{\alpha\beta} \frac{\bar{\Gamma}_\alpha^0}{\omega_\alpha^0(\mathbf{R}) - \omega - i\gamma}, \quad (44)$$

где частота экситонного перехода $\omega_\alpha^0(\mathbf{R})$ является случайной функцией \mathbf{R} . Подстановка (44) в (6) с учетом (5) дает для флуктуационной части восприимчивости

$$\delta\chi_{\alpha\beta}^0(\mathbf{R}, \omega) = \delta_{\alpha\beta} \bar{\chi}_{\alpha\alpha}^0(\omega) \frac{\bar{\omega}_\alpha^0 - \omega_\alpha^0(\mathbf{R})}{\omega_\alpha^0(\mathbf{R}) - \omega - i\gamma}. \quad (45)$$

В случае малых флуктуаций ширины квантовой ямы ($\langle (\delta L)^2 \rangle^{1/2} \ll \bar{L}$) частоту $\omega_\alpha^0(\mathbf{R})$ в (45) разложим по $\delta L = \xi_2 - \xi_1$ вблизи $\bar{\omega}_\alpha^0 \equiv \omega_\alpha^0(\bar{L})$. При условии $\langle (\delta\omega_\alpha^0)^2 \rangle^{1/2} \ll \bar{\omega}_\alpha^0$ в линейном приближении по δL получаем

$$\begin{aligned}
\delta\omega_\alpha^0(\mathbf{R}) &= \omega_\alpha^0(\mathbf{R}) - \bar{\omega}_\alpha^0 \approx \left\{ \partial\omega_\alpha^0 / \partial L \right\}_{L=\bar{L}} \delta L(\mathbf{R}) \\
&= -U_\alpha \delta L(\mathbf{R}) / \bar{L}. \quad (46)
\end{aligned}$$

В пределах островка энергия экситонного перехода как функция ширины квантовой ямы выражается формулой $\hbar\omega_\alpha^0(L) = E_{\text{gap}} + E_{\text{conf}}(L) - E_{\text{bind}}(L)$. Здесь E_{gap} — ширина запрещенной зоны соответствующего объемного материала, E_{conf} — энергия размерного квантования несвязанных электрона и дырки, а E_{bind} — энергия их

кулоновской связи в экситоне. Вследствие соотношения $E_{\text{bind}} \ll E_{\text{conf}}$, которое выполняется при обычных ширинах квантовых ям [36], зависимость (46) смещения частоты экситона от L определяется энергией размерного квантования несвязанной пары

$$\hbar\omega_{\alpha}^0(L) - E_{\text{gap}} \approx E_{\text{conf}}(L) = \beta(\pi\hbar)^2/(2\mu L^2), \quad (47)$$

где μ — приведенная электронно-дырочная масса. Из (47) для коэффициента U_{α} в (46) получаем оценку

$$U_{\alpha} = 2\pi^2\beta \frac{\mathbf{R}}{\hbar} \left(\frac{a_B}{\bar{L}}\right)^2, \quad (48)$$

которая одинакова для экситонов разной поляризации α , если для них одинаковы эффективные массы носителей заряда. В (48) \mathbf{R} — энергия Ридберга, a_B — борковский радиус объемного экситона, постоянная $\beta \sim 1$ зависит от размерности квантовой ямы, моделирующей островок. В модели потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками она может меняться в пределах от $\beta = 1$ для одномерной ямы (островок макроскопичен в латеральных направлениях) до $\beta = 3$ (островок представлен кубическим квантовым ящиком с размерами $\bar{L} \times \bar{L} \times \bar{L}$).

При условии $\langle(\delta\omega_{\alpha}^0)^2\rangle^{1/2} < \gamma$ учет (5) и (46) в выражении (45) дает

$$\delta\chi_{\alpha\alpha}^0(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}; \omega) = \bar{\chi}_{\alpha\alpha}^0(\omega) \frac{U_{\alpha}}{\bar{\Delta}_{\alpha}^0(\omega)} \frac{\delta L(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q})}{\bar{L}} \quad (49)$$

в первом порядке по $\delta L(\mathbf{R})$ или по фурье-компоненте $\delta L(\mathbf{Q})$. По своему смыслу выражение (49) соответствует квазисвободным экситонам, энергии которых модулированы в латеральных направлениях в соответствии с изменением ширины квантовой ямы (43). В приближении (49) для корреляционной функции (34) квантовой ямы ($m = 0$) получаем

$$\begin{aligned} \chi_{\mu\nu}^{(0)}(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) &= \frac{\bar{\chi}_{\mu\mu}^0(\omega)}{\bar{\Delta}_{\mu}^0(\omega)} \cdot \frac{U_{\mu} \cdot \langle|\delta L(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q})|^2\rangle \cdot U_{\nu}}{\bar{L}^2} \\ &\times \left[\frac{\bar{\chi}_{\nu\nu}^0(\omega)}{\bar{\Delta}_{\nu}^0(\omega)} \right]^* \end{aligned} \quad (50)$$

5.2. Рассеяние света квантовой ямой в однородной среде. Получим аналитические выражения для сечений резонансного упругого рассеяния света квантовой ямой, находящейся в однородном фоновом диэлектрике с $\varepsilon^0(z) \equiv \varepsilon_b$. В этом случае выполняются условия $r_1^{\lambda} = r_2^{\lambda} = 0$, $\chi_{\alpha\beta}^1 = 0$ ($\alpha \neq \beta$), $\theta_1 = \theta$ и $\theta'_1 = \theta'$, а вклад квантовой ямы ($m = 0$) в сечение (37) для разных каналов рассеяния принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{(0)}(s \rightarrow s)}{d\Omega'} &= W(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) \cdot |S_y(\omega, \mathbf{Q}')|^2 \\ &\times |S_y(\omega, \mathbf{Q})|^2 \cdot \cos^2 \varphi', \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{(0)}(p \rightarrow s)}{d\Omega'} &= W(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) \cdot |S_y(\omega, \mathbf{Q}')|^2 \\ &\times C(\omega) \cdot |S_x(\omega, \mathbf{Q})|^2 \cdot \sin^2 \varphi', \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{(0)}(s \rightarrow p)}{d\Omega'} &= W(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) \cdot |S_x(\omega, \mathbf{Q}')|^2 \\ &\times C^{-1}(\omega) \cdot |S_y(\omega, \mathbf{Q})|^2 \cdot \sin^2 \varphi', \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{(0)}(p \rightarrow p)}{d\Omega'} &= W(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) \\ &\times \left\{ |S_x(\omega, \mathbf{Q}')|^2 \cdot |S_x(\omega, \mathbf{Q})|^2 \cdot \cos^2 \varphi' \right. \\ &- 2 \operatorname{Re} [S_x(\omega, \mathbf{Q}') \cdot S_z^*(\omega, \mathbf{Q}') \cdot S_z^*(\omega, \mathbf{Q}) \cdot S_x(\omega, \mathbf{Q})] \\ &\left. \times \cos \varphi' + |S_z(\omega, \mathbf{Q}')|^2 \cdot |S_z(\omega, \mathbf{Q})|^2 \right\}. \end{aligned} \quad (54)$$

Здесь

$$W(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) = \frac{\varepsilon_b k_0^2 \cos \theta'}{4\pi^2} \frac{\langle|\delta L(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q})|^2\rangle}{\bar{L}^2}, \quad (55)$$

$$C(\omega) = \frac{U_x}{U_y} \left| \frac{\bar{\Delta}_y^0(\omega)}{\bar{\Delta}_x^0(\omega)} \right|^2 \frac{\bar{\Gamma}_x^0}{\bar{\Gamma}_y^0}. \quad (56)$$

Спектральная функция

$$\begin{aligned} S_{\alpha}(\omega, \mathbf{Q}) &= \frac{\sqrt{U_{\alpha} \cdot \bar{\Gamma}_{\alpha}^0(\mathbf{Q})}}{\omega_{\alpha}(\mathbf{Q}) - \omega - i\bar{\Gamma}_{\alpha}^0(\mathbf{Q}) - i\gamma} \\ &\equiv \frac{\sqrt{U_{\alpha} \cdot \bar{\Gamma}_{\alpha}^0(\mathbf{Q})}}{\Delta_{\alpha}(\mathbf{Q}, \omega)} \end{aligned} \quad (57)$$

описывает резонансные свойства α -поляризованного экситона. Параметры функции (57) для p -поляризованного излучения ($\alpha = x, z$) определяются формулами (22)–(23), а для s -поляризованного возбуждения ($\alpha = y$) — формулами (24). Выражения (51)–(57) обобщают результаты работы [18], относившиеся к изотропной экситонной восприимчивости (для сравнения с (51)–(54) в выражениях (26) и (30) из [18] следует добавить множитель $\cos \theta'$). Из (52), (53) видно, что в борновском приближении при рассеянии в плоскости падения света ($\varphi' = 0$) эффекты деполяризации отсутствуют.

6. Статистические свойства неровных интерфейсов

Для совокупности границ раздела (поверхностей) $z = z_m + \xi_m(\mathbf{R})$, имеющих случайные составляющие формы рельефа $\xi_m(\mathbf{R})$, введем корреляционные функции

$$\langle \xi_m(\mathbf{R}) \cdot \xi_{m'}(\mathbf{R}') \rangle = h_m \cdot h_{m'} \cdot K_{mm'} \cdot g_{mm'}(|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|). \quad (58)$$

Здесь $h_m = \sqrt{\langle \xi_m^2(\mathbf{R}) \rangle}$ — среднеквадратичная высота неровностей m -й поверхности, зависимость от разности $|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|$ в (58) означает статистическую однородность системы в плоскости $z = \text{const}$. Функции $g_{mm'}(|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|)$ и коэффициенты $K_{mm'} = \langle \xi_m(\mathbf{R}) \cdot \xi_{m'}(\mathbf{R}') \rangle / (h_m \cdot h_{m'})$ при $m = m'$ описывают автокорреляцию формы поверхностей, а при $m \neq m'$ — взаимную корреляцию, при

этом $-1 \leq K_{mm'} \leq 1 = K_{mm}$. Наблюдаемые величины, в частности, (51)–(54), выражаются через фурье-преобразование функций (58), т. е.

$$\langle \xi_m(\mathbf{Q}) \cdot [\xi_{m'}(\mathbf{Q}')^*] \rangle = h_m \cdot h_{m'} \cdot K_{mm'} \cdot g_{mm'}(|\mathbf{Q}|) \times (2\pi)^2 \cdot \delta(\mathbf{Q} - \mathbf{Q}'), \quad (59)$$

где $\xi_m^*(\mathbf{Q}) = \xi_m(-\mathbf{Q})$ вследствие вещественности функции $\xi_m(\mathbf{R})$. Обычно набора двухточечных функций вида (58) достаточно для интерпретации эксперимента по рассеянию (дифракции) света [26].

Поскольку характер корреляции интерфейсов в реальных гетероструктурах неизвестен, рассмотрим гауссову

$$g_{mm'}(|\mathbf{R}|) = \exp(-|\mathbf{R}|^2/\Lambda_{mm'}^2) \quad (60)$$

и экспоненциальную

$$g_{mm'}(|\mathbf{R}|) = \exp(-|\mathbf{R}|/\Lambda_{mm'}) \quad (61)$$

корреляционные функции, где $\Lambda_{mm'}$ — поперечный радиус корреляции неровностей. С помощью упругого рассеяния света через состояния объемных экситонов показано [35], что гауссовы корреляторы (60) пригодны для характеристики случайно неровных поверхностей полупроводников. С другой стороны, в ряде работ [20,27] отмечалась возможность проявления в оптике квантовых ям экспоненциальной корреляции, которая характерна для ступенчатых поверхностей [26]. Далее сравним результаты по рассеянию света, полученные на основе корреляционных функций обоих типов.

Статистические характеристики неровных интерфейсов квантовой ямы определяют коррелятор $\langle \delta L(\mathbf{R}) \cdot \delta L(\mathbf{R}') \rangle$ и фурье-амплитуды вида (59), которые через (50) входят в наблюдаемые величины (38)–(41). Подставим функцию $\xi_0(\mathbf{Q}) \equiv \delta L = \xi_2 - \xi_1$ из (43) в качестве ξ_m в формулу вида (59), а полученный коррелятор $\langle |\delta L(\mathbf{Q})|^2 \rangle$ — в (55); это дает

$$W(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) = \frac{\cos \theta'}{4\pi^2} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_b} k_0}{\bar{L}} \right)^2 \times \{ \tilde{h}_1^2 \tilde{g}_{11} + \tilde{h}_2^2 \tilde{g}_{22} - \tilde{h}_1 \tilde{h}_2 K [\tilde{g}_{12} + \tilde{g}_{21}] \}, \quad (62)$$

где $\tilde{h}_n = \sqrt{\langle \xi_n^2(\mathbf{R}) \rangle}$, $\tilde{g}_{mm'} \equiv \tilde{g}_{mm'}(|\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}|) = \langle \xi_n(\mathbf{Q}) \cdot \xi_n^*(\mathbf{Q}') \rangle$.

Учет взаимной корреляции формы статистически неровных интерфейсов квантовой ямы не приводит к каким-либо специфическим эффектам, за исключением слабого дополнительного рассеяния из-за изгиба ямы [17,18]. Поэтому далее мы пренебрегаем корреляцией неровностей интерфейсов, т. е. в (62) полагаем $\tilde{g}_{12} = \tilde{g}_{21} = 0$. Для простоты будем также считать, что оба интерфейса квантовой ямы статистически одинаковы. При указанных условиях в случае гауссовой корреляции (60) функция (55) принимает вид

$$W_g(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) = \frac{\cos \theta'}{2\pi} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_b} k_0 h_g \Lambda_g}{\bar{L}} \right)^2 \times \exp \left(-\frac{|\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}|^2 \cdot \Lambda_g^2}{4} \right). \quad (63)$$

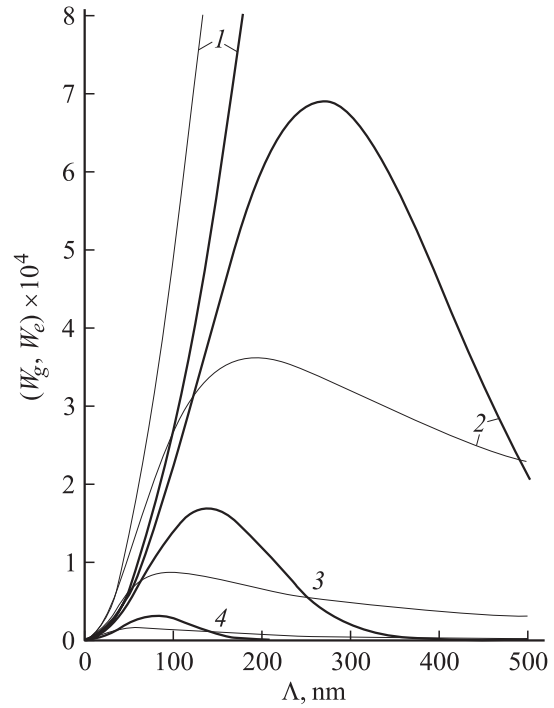


Рис. 3. Сравнение зависимостей от поперечного радиуса корреляции Λ фурье-компонент гауссовой W_g (жирные линии) и экспоненциальной W_e (тонкие линии) функций автокорреляции формы неровных интерфейсов квантовой ямы GaAs/AlGaAs. Функция W_g вычислена из (63), функция W_e — из (64) при $\hbar\omega_y^0(0) = 1.6$ eV, $\bar{L} = 14$ nm, $h = 0.2$ nm, $\varepsilon_b = 12.5$, $\theta = \theta' = 0$ и следующих значениях угла θ' : 5° (1), 15° (2), 30° (3), 60° (4).

В случае экспоненциальной корреляционной функции (62) находим

$$W_e(\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}) = \frac{\cos \theta'}{\pi} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_b} k_0 h_e \Lambda_e}{\bar{L}} \right)^2 \times \left(\frac{1}{1 + |\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}|^2 \cdot \Lambda_e^2} \right)^{3/2}. \quad (64)$$

Каждая из функций (63) и (64) предполагает, что оба интерфейса квантовой ямы имеют одинаковую поперечную длину автокорреляции Λ и среднеквадратичную высоту неровностей h , при этом флуктуация ширины квантовой ямы составляет $\sqrt{(\delta L)^2} = \sqrt{2}h$.

На рис. 3 сравниваются зависимости (63) и (64) от радиуса корреляции Λ неровностей интерфейса квантовой ямы GaAs/AlGaAs при разных углах θ' . Принципиально важно наличие максимальных значений $W_g \sim W_e \sim (h/\bar{L})^2$ у этих функций, причем своего максимума функция (63) достигает при $\Lambda_g = 2/|\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}|$, а (64) — при $\Lambda_e = \sqrt{2}/|\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}|$. Эти оценки зависят от размерности неровностей [24]. Поскольку, согласно (33), $|\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}| \sim \sqrt{\varepsilon_b} k_0$, угловая зависимость (индикатриса) рассеяния света будет хорошо структурирована при наличии корреляции диэлектрического отклика неровных

интерфейсов на длине $\Lambda_g \sim \Lambda_e \sim 1/(\sqrt{\epsilon_b} k_0)$. Это согласуется с общим выводом [26], что рассеяние (дифракция) волн наиболее эффективно в изучении такого статического беспорядка, в пространственном спектре которого имеются компоненты с радиусами корреляции порядка длины волны зондирующего излучения. Напротив, при $\Lambda|\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}| \ll 1$, т.е. $\Lambda \ll 1/(\sqrt{\epsilon_b} k_0)$, в (63) и (64) угловая зависимость излучения соответствует квазиизотропному рассеянию. При условии $\Lambda|\mathbf{Q}' - \mathbf{Q}| \gg 1$, т.е. при $\Lambda \gg 1/(\sqrt{\epsilon_b} k_0)$, рассеянное излучение концентрируется в малом телесном угле вблизи направления зеркального отражения.

7. Численный анализ

7.1. Рассеяние света квантовой ямой. Результаты численного расчета вкладов $w_{\lambda\lambda}^{(0)} \equiv d\sigma^{(0)}(\lambda \rightarrow \lambda)/d\Omega'_1$ квантовой ямы в сечение рассеяния (37) представлены на рис. 4 и 5. Величина $w_{ss}^{(0)}$ для канала рассеяния $s \rightarrow s$ вычислялась по формуле (38), $w_{pp}^{(0)}$ для канала $p \rightarrow p$ — по формуле (41). Оценки проведены для анизотропного (с $\tilde{\Gamma}_x^0 = \tilde{\Gamma}_y^0 = \tilde{\Gamma}_z^0/4$ [3,17]) основного состояния квазидвумерного экситона легкой дырки $1e-1lh$ в квантовой яме GaAs/AlGaAs. С помощью формул (63) и (64) учитывалась гауссова (жирные кривые) или экспоненциальная (тонкие кривые на рис. 4) корреляция формы неровных интерфейсов квантовой ямы.

Сравним спектральные и угловые зависимости интенсивности рассеяния, показанные на рис. 4 и 5 для каналов $s \rightarrow s$ и $p \rightarrow p$. Видно, что спектр рассеяния в канале $p \rightarrow p$ сложнее, чем в канале $s \rightarrow s$. Это обусловлено тем, что как падающая, так и рассеянная p -поляризованная волна может взаимодействовать с двумя резонансами, имеющими разные частоты ω_x^0 из (22) и ω_z^0 из (23), тогда как в $s \rightarrow s$ компоненте рассеяния проявляется единственный резонанс с частотой ω_y^0 из (24). В случае однородной фоновой диэлектрической среды ($\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_b$ на рис. 1) оба безразмерных сечения рассеяния (рис. 4, *a* и 5, *a*) в резонансе имеют наибольшую величину, которая при $\Lambda = 100$ nm составляет $w_{\lambda\lambda}^{(0)} \sim 10^{-2}$. Из рис. 4, *a* и 5, *a* следует также, что из-за преломления и отражения света от стенок резонатора интенсивность рассеянного света в вакууме ($\epsilon_1 = 1$) существенно слабее, чем в однородном полупроводнике.

Различие между каналами рассеяния проявляется и в зависимости величин $w_{\lambda\lambda}^{(0)}$ от углов θ_1 и θ'_1 , а также φ' (рис. 4, *b* и 5, *b*). В целом представленные угловые зависимости рассеяния существенно связаны с обсуждавшимися в разд. 6 корреляционными свойствами интерфейсов. При заданном радиусе корреляции неровностей Λ зависимость рассеяния от углов θ и θ' определяется величиной $|\mathbf{Q} - \mathbf{Q}'|$, причем условие $|\mathbf{Q} - \mathbf{Q}'| \cdot \Lambda \sim 1$ обеспечивает оптимальные условия оценки корреляци-

онных функций (63) и (64) с точки зрения информативности эксперимента. При $\Lambda \ll 1/k_0$ рассеяние света от квантовой ямы, помещенной в резонатор, практически изотропно по углу θ' . При этом основная часть излучения, для которого $\theta' > \arcsin \sqrt{\epsilon_1/\epsilon_b} = \theta'_{\max}$, не покидает резонатор вследствие сильного диэлектрического контраста ($\epsilon_1 \ll \epsilon_b$) границы раздела полупроводник/вакуум ($\theta'_{\max} \approx 16^\circ$ для GaAs). В противоположность этому при $\Lambda \gg 1/k_0$ основная часть рассеянного ямой излучения выходит в вакуум в малом телесном угле вблизи направления зеркального отражения от плоской (средней) поверхности. В некоторой степени эти особенности проявляются и в угловых зависимостях рассеяния света квантовой ямой, приведенных на рис. 4, *b* и 5, *b* для оптимальных условий $|\mathbf{Q} - \mathbf{Q}'| \cdot \Lambda \sim 1$. В целом те различия угловой зависимости рассеяния, что связаны с разной корреляцией интерфейсов, незначительны: скорее их можно считать количественными. Из-за этого определение характера корреляции формы интерфейсов представляется значительно более сложной обратной задачей теории рассеяния, чем вычисление характерных значений статистических параметров неровностей интерфейса.

Из приведенных выше оценок следует, что величины сечений резонансного рассеяния света квантовой ямой почти на два порядка превосходят величины, измеряемые [34,35] в области частот объемных экситонов при упругом рассеянии света от поверхности полупроводника с тем же масштабом шероховатостей. Действительно, для вероятности рассеяния света квантовой ямой в полном телесном угле получаем оценку $W_{QW} \sim [h\Lambda/(\lambda\bar{L})]^2$, где $\lambda = 2\pi/k_0$, Λ и h — поперечная корреляционная длина и среднеквадратичная высота неровностей. В соответствии с рис. 4 и 5 для квантовых ям на основе GaAs с высотой шероховатостей $h \sim 10^{-1}$ nm находим, что $W_{QW} \sim 10^{-3} - 10^{-2}$. В случае шероховатой поверхности полупроводника оценку W_{QW} следует заменить следующей [35]: $W_{RS} \sim (h_s\Lambda_s/\lambda^2)^2$, где h_s и Λ_s — параметры шероховатой поверхности, входящие в корреляционную функцию (63). Следовательно, $W_{QW}/W_{RS} \sim (\lambda/\bar{L})^2$, если $h = h_s$ и $\Lambda = \Lambda_s \sim 1/k_0$, т.е. $W_{QW}/W_{RS} \sim 10^2$ при одной и той же высоте неровностей интерфейса. Сравнение оценок, полученных из уравнений (51)–(55), с данными эксперимента [35] показывает, что эффекты рассеяния света на одиночной квантовой яме вполне наблюдаемы при высоте неровностей интерфейса $h \sim 10^{-1}$ nm. Увеличивая отношение h/\bar{L} , из (38)–(41) можно в принципе получить и несколько большие значения интенсивности рассеяния квантовой ямой, однако при этом не должно нарушаться условие $h < \gamma \cdot \bar{L}/U$ применимости формулы (49). Поскольку последнее неравенство предполагает наличие резонансного взаимодействия между экситонной поляризацией в разных частях квантовой ямы, его нарушение означало бы необходимость ввести другую модель, учитывающую локализацию экситонов в островках с малыми размерами вдоль интерфейсов.

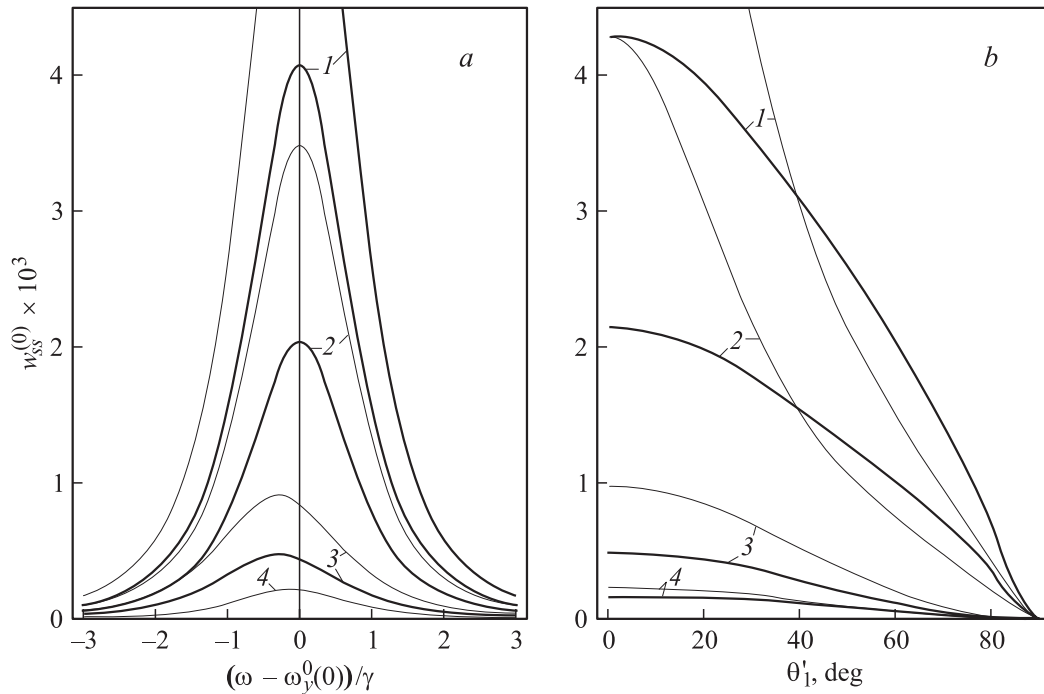


Рис. 4. Сечения рассеяния света $w_{ss}^{(0)} \equiv d\sigma_{ss}^{(0)}(s \rightarrow s)/d\Omega'_1$ в зависимости от $(\omega - \omega_y^0(0))/\gamma$ при разных значениях θ'_1 (a) и угла θ'_1 при $\omega = \omega_y^0(0)$, $\hbar\omega_y^0(0) = 1.6 \text{ eV}$ ($\bar{L} = 14 \text{ nm}$) (b). Использованы те же значения параметров экситона $1e-1lh$ квантовой ямы GaAs/AlGaAs, что на рис. 2, $\hbar U_y = 50 \text{ meV}$, $h = 0.2 \text{ nm}$, $\Lambda = 50 \text{ nm}$, $D = 200 \text{ nm}$, $z_0 = D/2$. Спектры $w_{ss}^{(0)}$ на части a соответствуют $\theta_1 = 0$ и 1 — $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 12.5$, $\theta'_1 = 15^\circ$, $\varphi' = 0$; 2 — $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 12.5$, $\theta'_1 = 15^\circ$, $\varphi' = 45^\circ$; 3 — $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$, $\theta'_1 = 20^\circ$, $\varphi' = 0$; 4 — $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 12.5$, $\theta'_1 = 20^\circ$, $\varphi' = 0$. Жирные кривые относятся к гауссовой (63), тонкие — к экспоненциальной (64) корреляционным функциям неровных интерфейсов.

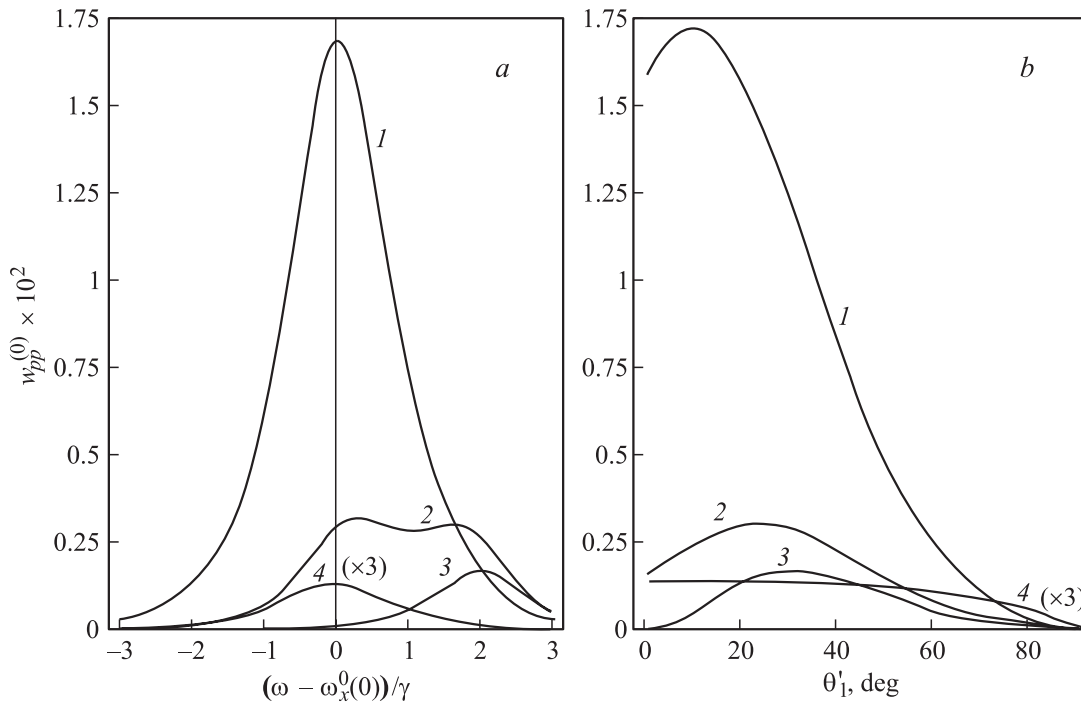


Рис. 5. Спектральные (a) и угловые (b) зависимости сечений рассеяния $w_{pp}^{(0)} \equiv d\sigma^{(0)}(p \rightarrow p)/d\Omega'_1$ для квантовой ямы GaAs/AlGaAs с $\hbar\omega_x^0(0) = 1.6 \text{ eV}$, $\hbar\omega_z^0(0) = 1.602 \text{ eV}$ ($\bar{L} = 14 \text{ nm}$), $\hbar\tilde{\Gamma}_x^0 = \hbar\tilde{\Gamma}_z^0/4 = 0.25 \text{ meV}$, $\hbar U_x = \hbar U_z = 50 \text{ meV}$. Использованы следующие параметры: $\varepsilon_2 = 12.5$, $D = 200 \text{ nm}$, $z_0 = D/2$, $h = 0.2 \text{ nm}$ и $\Lambda = 100 \text{ nm}$. Спектры (a) рассчитаны при $\theta'_1 = 0$ и 1 — $\varepsilon_1 = 12.5$, $\theta_1 = 5^\circ$, $\theta'_1 = 10^\circ$, $\varphi' = 0$; 2 — $\varepsilon_1 = 12.5$, $\theta_1 = 10^\circ$, $\theta'_1 = 30^\circ$, $\varphi' = 60^\circ$; 3 — $\varepsilon_1 = 12.5$, $\theta_1 = 10^\circ$, $\theta'_1 = 30^\circ$, $\varphi' = 90^\circ$; 4 — $\varepsilon_1 = 1$, $\theta_1 = 18^\circ$, $\theta'_1 = 38^\circ$, $\varphi' = 0$. Угловые зависимости на части (b) соответствуют частотам $\omega_x^0(0)$ (1, 4), $(\omega_x^0(0) + \omega_z^0(0))/2$ (2) и $\omega_z^0(0)$ (3).

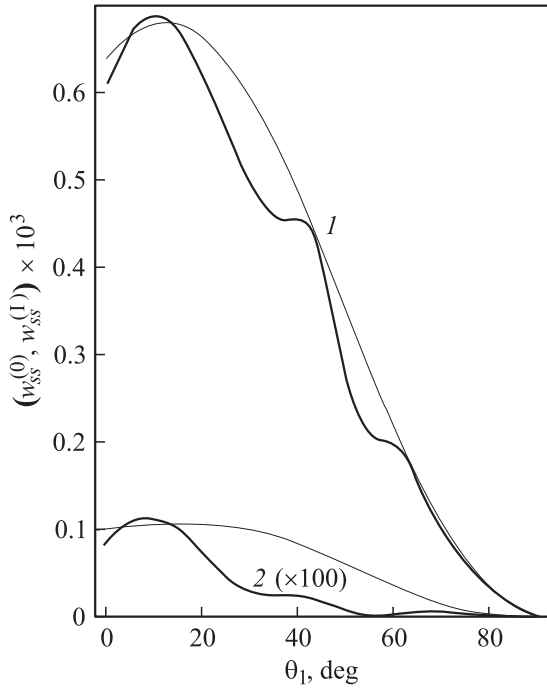


Рис. 6. Зависимость от угла падения θ_1 входящих в полное сечение рассеяния (37) парциальных сечений рассеяния света $w_{ss}^{(0)}$ квантовой ямой (кривые 1) и $w_{ss}^{(1)} = w_{ss}^{(1)} + w_{ss}^{(2)}$ двумя неровными стенками резонатора (кривые 2, умножено на 100). Тонкие линии соответствуют $D\omega_y^0(0)/c = 2\pi$, жирные — $D\omega_y^0(0)/c = 15\pi$. Вычислено на частоте экситонного резонанса $\omega = \omega_y^0(0)$, $\hbar\omega_y^0(0) = 1.6$ eV, $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 6$, $z_0 = D/2$, $\theta_1 + \theta'_1 = 18^\circ$, $\varphi' = 0$ и при тех же значениях других параметров, что на рис. 4. Для всех интерфейсов использовались гауссовы корреляционные функции с одинаковыми параметрами $h = 0.2$ и $\Lambda = 100$ nm.

7.2. Рассеяние света стенками резонатора. В реальных наноструктурах не только интерфейсы квантовой ямы, но и другие границы раздела могут быть статистически неровными. Со случайными неровностями стенок резонатора Фабри–Перо связано второе слабое в сечении рассеяния (37). Сравним этот вклад стенок резонатора в рассеяние света с исследованным выше резонансным вкладом, вызванным флуктуациями ширины квантовой ямы. Для этого предположим, что форма неровных стенок резонатора (рис. 1) описывается случайными функциями профиля $z = \xi_1(\mathbf{R})$ и $z = D + \xi_2(\mathbf{R})$ соответственно, которые не коррелируют друг с другом. Учитывая материальные уравнения вида (13) с $z_1 = 0$ и $z_2 = D$, вычислим независимые вклады в сечение рассеяния (37), которые обусловлены случайными неровностями стенок резонатора.

На рис. 6 вклад от неровных стенок резонатора Фабри–Перо $w_{ss}^{(1)} = w_{ss}^{(1)} + w_{ss}^{(2)}$ с $w_{ss}^{(m)} \equiv d\sigma^{(m)}(s \rightarrow s)/d\Omega'_1$ (кривые 2) при возбуждении s -поляризованной волной (12) показан в сравнении с вкладом экситонного резонанса квантовой ямы $w_{ss}^{(0)}$ (кривые 1) в полное сечение рассеяния

$w_{ss} = w_{ss}^{(0)} + w_{ss}^{(1)}$. Эти величины представлены в зависимости от угла падения света θ_1 при фиксированном угле $\theta_1 + \theta'_1 = \text{const}$ между падающим и рассеянным потоками, что обычно реализуется в эксперименте [34]. Видно, что при одной и той же среднеквадратичной высоте шероховатостей рассеяние света стенками резонатора Фабри–Перо на два порядка величины меньше, чем рассеяние света квантовой ямой, резонансно усиленное квазидвумерными экситонами. В случае резонатора Фабри–Перо в эффективности рассеяния имеется интерференционная структура, которая отчетливо появляется при достаточно больших ширинах резонатора по сравнению с длиной волны света ($D \gg c/\omega$). Интерференция приводит к осцилляциям интенсивности рассеяния, но ее учет не меняет сделанного выше принципиального вывода о том, что рассеяние света от стенок резонатора относительно слабо. В заключение подчеркнем, что, поскольку выше влияние стенок резонатора на наблюдаемые оптические величины учитывается через коэффициенты отражения света, результаты представленной теории удобны для анализа излучения и рассеяния света квантовыми ямами внутри полупроводниковых микрорезонаторов различной природы.

Таким образом, развитая выше корреляционная теория резонансного упругого рассеяния света приводит к следующим выводам. Вариация ширины квантовой ямы и связанные с ней латеральные флуктуации энергии квазидвумерных экситонов являются причиной упругого рассеяния света, резонансно усиленного по сравнению со случаем отдельного интерфейса. Как следствие интенсивность резонансного рассеяния квантовой ямой с атомарно неровными интерфейсами примерно на два порядка величины больше, чем рассеяние изолированными интерфейсами гетероструктуры с такой же шероховатостью. Для квантовой ямы в резонаторе Фабри–Перо величина радиационных поправок к энергии и затуханию квазидвумерного экситона существенно зависит от положения квантовой ямы относительно гетерограниц структуры. Эти особенности спонтанного излучения влияют на рассеяние света в реальных гетероструктурах, причем они существенно различны для процессов, которые отличаются линейными поляризациями p или s падающей и/или рассеянной волн. Спектральные и угловые зависимости вероятности рассеяния, найденные с гауссовыми и экспоненциальными корреляционными функциями неровностей интерфейсов, качественно сходны. Это существенно усложняет решение обратной задачи рассеяния по определению типа статистики неровных интерфейсов. В то же время полученные сечения рассеяния, явно выраженные через корреляционные функции формы интерфейсов, можно в принципе использовать для определения величины их статистических параметров из экспериментальных данных, как это сделано в работе [35].

Автор благодарен А.В. Селькину за многочисленные обсуждения.

Приложение. Решение электродинамической задачи для квантовой ямы в резонаторе

В многослойной среде с плоскими границами раздела, перпендикулярными оси z , и изотропным тензором диэлектрической проницаемости $\varepsilon^0(z) \cdot \hat{I}$ решения уравнений (8) и (9) имеют вид

$$\left\{ \mathbf{E}^0(z, \mathbf{R}), \hat{G}^0(z, z'; \mathbf{R}) \right\} = \exp(iQx) \times \left\{ \mathbf{E}^0(z, Q), \hat{G}^0(z, z'; Q) \right\}. \quad (\text{A.1})$$

В представлении (A.1) разделяются компоненты поля с декартовыми индексами $\alpha = x, z$ (поляризация p) и $\alpha = y$ (поляризация s). Вследствие диагональности тензора $\hat{\chi}^0$ идеальной квантовой ямы (5) представление (A.1) справедливо для функций $\mathbf{E}^1(z, \mathbf{R})$ и $\hat{G}^1(z, z'; \mathbf{R})$, а интегральные уравнения (14) для их амплитуд принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} E_\alpha^1(z) - E_\alpha^0(z) &= k_0^2 \cdot \sum_\mu G_{\alpha\mu}^0(z, \bullet) \cdot \bar{\chi}_{\mu\mu}^0 \cdot E_\mu^1(\bullet) \\ &= k_0^2 \cdot \sum_\mu G_{\alpha\mu}^0(z, \bullet) \cdot \frac{\chi_{\mu\nu}^1}{I_c^2} \cdot E_\nu^0(\bullet), \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} G_{\alpha\beta}^1(z, z') - G_{\alpha\beta}^0(z, z') &= k_0^2 \cdot \sum_\mu G_{\alpha\mu}^0(z, \bullet) \cdot \bar{\chi}_{\mu\mu}^0 \cdot G_{\mu\beta}^1(\bullet, z') \\ &= k_0^2 \cdot \sum_\mu G_{\alpha\mu}^0(z, \bullet) \cdot \frac{\chi_{\mu\nu}^1}{I_c^2} \cdot G_{\nu\beta}^0(\bullet, z') \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

(параметр Q далее опускаем). Здесь использовано соотношение

$$f(\bullet) \equiv \int dz \cdot f(z) \cdot \Psi(z - z_0), \quad (\text{A.4})$$

в котором $f(z)$ — любая функция, $\Psi(z - z_0)$ — огибающая волновой функции из (1), а I_c дается формулой (25). Второе из равенств в (A.2) и (A.3) является результатом самосогласованного решения уравнений, соответствующих первому из равенств в той же формуле. При этом в уравнениях (A.2) и (A.3)

$$\chi_{xx}^1(Q, \omega) = \frac{I_c^2}{\Delta(Q, \omega)} \left[\frac{1}{\bar{\chi}_{xx}^0(\omega)} - k_0^2 G_{zz}^0(\bullet, \bullet; Q, \omega) \right], \quad (\text{A.5})$$

$$\chi_{zz}^1(Q, \omega) = \frac{I_c^2}{\Delta(Q, \omega)} \left[\frac{1}{\bar{\chi}_{zz}^0(\omega)} - k_0^2 G_{xx}^0(\bullet, \bullet; Q, \omega) \right], \quad (\text{A.6})$$

$$\chi_{xz}^1(Q, \omega) = -\chi_{zx}^1(Q, \omega) = \frac{I_c^2}{\Delta(Q, \omega)} k_0^2 G_{xz}^0(\bullet, \bullet; Q, \omega), \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} \Delta(Q, \omega) &= \left[\frac{1}{\bar{\chi}_{xx}^0(\omega)} - k_0^2 G_{xx}^0(\bullet, \bullet) \right] \cdot \left[\frac{1}{\bar{\chi}_{zz}^0(\omega)} - k_0^2 G_{zz}^0(\bullet, \bullet) \right] \\ &\quad - k_0^4 G_{xz}^0(\bullet, \bullet) \cdot G_{zx}^0(\bullet, \bullet) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

для p -поляризованного света и

$$\chi_{yy}^1(Q, \omega) = I_c^2 \cdot \left[\frac{1}{\bar{\chi}_{yy}^0(\omega)} - k_0^2 G_{yy}^0(\bullet, \bullet; Q, \omega) \right]^{-1} \quad (\text{A.9})$$

для s -поляризованного света.

Из (A.2) и (A.3) следует, что в терминах восприимчивостей (A.5)–(A.9) декартовы составляющие возбуждающего поля выражаются формулами

$$\begin{aligned} E_\alpha^1(\bullet) &= \frac{1}{\bar{\chi}_{\alpha\alpha}^0 \cdot I_c^2} \left[\chi_{\alpha x}^1 E_x^0(\bullet) + \chi_{\alpha z}^1 E_z^0(\bullet) \right], \\ E_y^1(\bullet) &= \frac{\chi_{yy}^1}{\bar{\chi}_{yy}^0 \cdot I_c^2} E_y^0(\bullet), \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

а компоненты тензорной функции Грина для задачи излучения ($z \rightarrow -\infty$) — формулами

$$\begin{aligned} G_{\alpha\beta}^1(z, \bullet) &= \left[G_{\alpha x}^0(z, \bullet) \chi_{x\beta}^1 + G_{\alpha z}^0(z, \bullet) \chi_{z\beta}^1 \right] \frac{1}{\bar{\chi}_{\beta\beta}^0 \cdot I_c^2}, \\ G_{yy}^1(z, \bullet) &= G_{yy}^0(z, \bullet) \frac{\chi_{yy}^1}{\bar{\chi}_{yy}^0 \cdot I_c^2}, \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

причем $E_\alpha^0(\bullet) = E_\alpha^0(z_0) \cdot I_c$, $G_{\alpha\beta}^0(z, \bullet) = G_{\alpha\beta}^0(z, z_0) \cdot I_c$, индексы α и β обозначают x или z . Элементы матрицы (34) принимают вид (верхний индекс „0“ или „1“ опускаем)

$$M_{xx} = (|G_{xx}|^2 + |G_{zx}|^2) \cos^2 \varphi' + |G_{yy}|^2 \sin^2 \varphi',$$

$$M_{yy} = (|G_{xx}|^2 + |G_{zx}|^2) \sin^2 \varphi' + |G_{yy}|^2 \cos^2 \varphi',$$

$$M_{zz} = |G_{xz}|^2 + |G_{zz}|^2,$$

$$M_{xy} = (|G_{xx}|^2 + |G_{zx}|^2 - |G_{yy}|^2) \cos \varphi' \sin \varphi' = M_{yx}^*,$$

$$M_{xz} = (G_{xx} G_{xz}^* + G_{zx} G_{zz}^*) \cos \varphi' = M_{zx}^*,$$

$$M_{yz} = (G_{xx} G_{xz}^* + G_{zx} G_{zz}^*) \sin \varphi' = M_{zy}^*. \quad (\text{A.12})$$

Предыдущие формулы этого раздела относятся к произвольной слоистой среде. Функции \hat{G}^0 в аналитической форме получены для структур, функция $\varepsilon^0(z)$ которых описывает два, три [30] или четыре [33] макроскопически толстых однородных диэлектрических слоя. Для модели резонатора (рис. 1), которой соответствует невозмущенная трехслойная среда, в формулах (A.5)–(A.9)

$$\begin{aligned} k_0^2 G_{xx}^0(\bullet, \bullet) &= \frac{ik}{2\varepsilon_b} \\ &\times \left\{ \frac{(1 + r_1^p e^{2ikz_0})(1 + r_2^p e^{2ik(D-z_0)})}{1 - r_1^p r_2^p e^{2ikD}} I_c^2 + iI_s \right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

$$k_0^2 G_{zz}^0(\bullet, \bullet) = \frac{ik}{2\varepsilon_b} \left(\frac{Q}{k} \right)^2 \times \left\{ \frac{(1 - r_1^p e^{2ikz_0})(1 - r_2^p e^{2ik(D-z_0)})}{1 - r_1^p r_2^p e^{2ikD}} I_c^2 + iI_s \right\} - \frac{I_0}{\varepsilon_b}, \quad (\text{A.14})$$

$$k_0^2 G_{xz}^0(\bullet, \bullet) = -k_0^2 G_{zx}^0(\bullet, \bullet) = \frac{iQ}{2\varepsilon_b} \frac{r_1^p e^{2ikz_0} - r_2^p e^{2ik(D-z_0)}}{1 - r_1^p r_2^p e^{2ikD}} I_c^2, \quad (\text{A.15})$$

$$k_0^2 G_{yy}^0(\bullet, \bullet) = \frac{ik_0^2}{2k} \times \left\{ \frac{(1 + r_1^s e^{2ikz_0})(1 + r_2^s e^{2ik(D-z_0)})}{1 - r_1^s r_2^s e^{2ikD}} I_c^2 + iI_s \right\}. \quad (\text{A.16})$$

Интегралы I_c , I_s и I_0 определяются формулами (25).

Список литературы

- [1] Р. Лоудон. Квантовая теория света. Мир, М. (1976).
- [2] R.A. Ferrell. Phys. Rev. **111**, 5, 1214 (1958); J. Crowell, R.H. Ritchie. Phys. Rev. **172**, 2, 436 (1968); O.P. Burmistrova, V.A. Kosobukin. Phys. Stat. Sol. (b) **112**, 2, 675 (1982).
- [3] E.L. Ivchenko, G.E. Pikus. Superlattices and other heterostructures: Symmetry and Optical Phenomena. Springer Series in Solid State Sciences. Vol. 110. 2nd edition. Springer, Berlin (1997).
- [4] D. Citrin. Phys. Rev. B **47**, 7, 3832 (1993); Comments Cond. Mat. Phys. **16**, 5, 263 (1993).
- [5] L.C. Andreani, F. Bassani. Phys. Rev. B **41**, 11, 7536 (1990).
- [6] Е.Л. Ивченко. ФТТ **33**, 8, 2388 (1991).
- [7] В.А. Кособукин. ФТТ **34**, 10, 3107 (1992).
- [8] Е.Л. Ивченко, А.И. Несвижский, С. Йорда. ФТТ **36**, 7, 2118 (1994); Е.Л. Ивченко, В.П. Кочерешко, А.В. Платонов, Д.Р. Яковлев, А. Ваг, В. Оссау, Г. Ландвер. ФТТ **39**, 11, 2072 (1996).
- [9] V.A. Kosobukin, R.P. Seisyan, S.A. Vaganov. Semicond. Sci. Technol. **8**, 7, 1235 (1993); V.A. Kosobukin. Phys. Stat. Sol. (b) **208**, 1, 271 (1998).
- [10] J. Hegarty, M.D. Sturge, C. Weisbuch, A.C. Gossard, W. Wiegmann. Phys. Rev. Lett. **49**, 13, 930 (1982).
- [11] J. Humlicek, E. Schmidt, L. Vocanek, R. Svehla, K. Ploog. Phys. Rev. B **48**, 8, 5241 (1993); S. Glutsch, F. Bechstedt. Phys. Rev. B **50**, 11, 7733 (1994).
- [12] G.V. Astakhov, V.A. Kosobukin, V.P. Kochereshko, D.R. Yakovlev, W. Ossau, G. Landwehr, T. Wojtowicz, G. Karczewski, J. Kossut. Eur. Phys. Journ. **B24**, 1, 7 (2001).
- [13] T. Stroucken, A. Knorr, C. Anthony, A. Schulze, P. Thomas, S.W. Koch, M. Koch, S.T. Cundiff, J. Feldmann, E.O. Gobel. Phys. Rev. Lett. **74**, 12, 2391 (1995); G. Malpuech, A. Kavokin, W. Langbein, J.M. Hvam. Phys. Rev. Lett. **85**, 3, 650 (2000).
- [14] H. Stolz, D. Schwarze, W. Osten, G. Weimann. Phys. Rev. B **47**, 15, 9669 (1993).
- [15] B. Grote, C. Ell, S.W. Koch, H.M. Gibbs, G. Khitrova, J.P. Prineas, J. Shah. Phys. Rev. B **64**, 4, 045330 (2001).
- [16] R. Zimmermann. Nuovo Cimento **D17**, 11-12, 1801 (1995); V.I. Belitsky, A. Cantarero, S.T. Pavlov, M. Gurioli, F. Bogani, A. Vinattieri, M. Colocci. Phys. Rev. B **52**, 23, 16665 (1995); D.S. Citrin. Phys. Rev. B **54**, 20, 14572 (1996); R. Zimmermann, E. Runge, F. Grosse. Pure Appl. Chem. **69**, 1179 (1997).
- [17] V.A. Kosobukin. Solid State Commun. **108**, 2, 83 (1998).
- [18] В.А. Кособукин. ФТТ **41**, 2, 330 (1999).
- [19] M. Gurioli, F. Bogani, D.S. Wiersma, Ph. Roussignol, G. Cas-sabois, G. Khitrova, H. Gibbs. Phys. Rev. B **64**, 16, 165309 (2001).
- [20] L.S. Braginsky, M.Yu. Zaharov, A.M. Gilinsky, V.V. Preobra-zhenskii, M.A. Putyato, K.S. Zhuravlev. Phys. Rev. B **63**, 19, 195305 (2001).
- [21] S. Haacke, R.A. Taylor, R. Zimmermann, I. Bar-Joseph, B. Deveaud. Phys. Rev. Lett. **78**, 11, 2228 (1997); M. Gurioli, F. Bogani, S. Ceccherini, M. Colocci, *ibid.* **78**, 16, 3205 (1997); G.R. Hayes, S. Haacke, M. Kauer, R.P. Stanley, R. Houdre, U. Oesterle, B. Deveaud. Phys. Rev. B **58**, 16, R10175 (1998).
- [22] Y. Merle d'Aubigne, A. Wasiela, H. Mariette, T. Dietl. Phys. Rev. B **54**, 19, 14003 (1996).
- [23] R. Houdre, R.P. Stanley, U. Oesterle, M. Ilegems, C. Weis-buch. Phys. Rev. B **49**, 23, 16761 (1994).
- [24] В.А. Кособукин, А.В. Селькин. ФТТ **42**, 10, 1863 (2000); Mod. Phys. Lett. **B15**, 17-19, 782 (2001).
- [25] A.V. Shchegrov, J. Bloch, D. Birkedal, J. Shah. Phys. Rev. Lett. **84**, 15, 3478 (2000); D.M. Whittaker. Phys. Rev. B **61**, 4, R2433 (2000).
- [26] Дж. Займан. Модели беспорядка. Мир, М. (1982).
- [27] A.V. Shchegrov, D. Birkedal, J. Shah. Phys. Rev. Lett. **83**, 7, 1391 (1999).
- [28] J. Singh, K.K. Bajaj, S. Chaudhuri. Appl. Phys. Lett. **44**, 805 (1984); F. Bechstedt, R. Enderlein. Semiconductor surfaces and interfaces. Physical Research. Vol. 5. Akademie-Verlag, Berlin (1988).
- [29] E.L. Ivchenko, V.P. Kochereshko, P.S. Кор'ев, V.A. Kosobu-kin, I.N. Uraltsev, D.R. Yakovlev. Solid State Commun. **70**, 5, 529 (1989).
- [30] A.A. Maradudin, D.L. Mills. Phys. Rev. B **11**, 4, 1392 (1975); *ibid.* B **12**, 8, 2943 (1975).
- [31] D.L. Mills. Phys. Rev. B **12**, 10, 4036 (1975).
- [32] А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский. Ме-тоды квантовой теории поля в статистической физике. Наука, М. (1962).
- [33] В.А. Кособукин. Препринт ФТИ № 1724. С.-Петербург (1999). 65 с.
- [34] А.В. Анкудинов, В.А. Кособукин, С.О. Романовский, А.В. Селькин, А.Н. Титков, D. Hirsch, F. Silva-Andrade. Тез. докл. 5-й Российск. конф. по физ. полупров. Н.Новгород (2001). Т. 1. С. 127.
- [35] V.A. Kosobukin, A.V. Selkin. Solid State Commun. **66**, 3, 313 (1988); V.A. Kosobukin, M.I. Sazhin, A.V. Selkin, *ibid.* **94**, 11, 947 (1995).
- [36] G. Bastard, E.E. Mendez, L.L. Chang, L. Esaki. Phys. Rev. B **26**, 4, 1974 (1982); R.L. Greene, K.K. Bajaj, D.E. Phelps. Phys. Rev. B **29**, 4, 1807 (1984).