04

Управляемая поляризацией инверсия топологического заряда оптических вихрей в мульти-эллиптических оптических волокнах

© К.Н. Алексеев, Е.В. Баршак, Д.В. Викулин, Б.П. Лапин, М.А. Яворский

Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского, Физико-технический институт, 295007 Симферополь, Республика Крым, Россия

e-mail: phystechs@cfuv.ru

Поступила в редакцию 27.10.2017 г. В окончательной редакции 18.12.2017 г.

Получены аналитические выражения для мод высших порядков с азимутальным числом $|\ell| \ge 2$ и их постоянных распространения мульти-эллиптических оптических волокон с крутильными механическими напряжениями вблизи резонансных значений шага скрутки. Показано, что резонансные моды представляют собой суперпозицию двух оптических вихрей с одинаковой циркулярной поляризацией и противоположным знаком топологического заряда. Предсказан эффект инверсии топологического заряда выходного оптического вихря, управляемой непосредственно изменением знака циркулярной поляризации входного пучка. Это открывает возможность создания логического элемента СNOT на основе мульти-эллиптических волокон.

DOI: 10.21883/OS.2018.04.45755.253-17

Оптические вихри (ОВ) представляют собой винтовые дислокации волнового фронта с неопределенностью фазы и, как следствие, нулевым значением интенсивности на оси пучка. Благодаря этим свойствам ОВ имеют важное прикладное значение в создании оптических пинцетов, в микроскопии и астрофизики и т.д., что подтверждается экспериментально [1-3]. В настоящее время ОВ приобретают все большее значение в информационных технологиях, что связано с их способностью переносить орбитальный угловой момент (ОУМ). Действительно, форма волнового фронта ОВ в виде геликоида с *l*-ветвями, где *l* — его топологический заряд (T3), приводит к появлению поперечной компоненты вектора Пойнтинга и, как следствие, возникновению ОУМ, в значениях которого кодируется информация. ОУМ на один фотон определяется выражением $L = \hbar \ell$, где \hbar — приведенная постоянная Планка. Так как $\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots,$ набор возможных значений ОУМ теоретически не ограничен, что позволяет кодировать несоизмеримо больше информации в сравнении со стандартными техниками. Таким образом, ОУМ-мультиплексирование существенно увеличивает пропускную способность канала связи и, кроме того, позволяет достичь принципиально нового уровня защиты данных [4].

Естественно, для полноценной реализации ОУМмультиплексирования необходим способ передачи ОВ без искажений на необходимые расстояния. С этой целью были исследованы процессы распространения ОВ как в свободном пространстве [5–7], так и в оптических волокнах различного типа [8–13]. Было показано, однако, что основанная на ОУМ передача информации в свободном пространстве испытывает серьезные ограничения, вызванные разрушающим влиянием атмосферы [14–16]. Таким образом, более перспективной средой для передачи информации в значениях ОУМ ОВ оказались оптические волокна. Хотя устойчивость ОВ во многих исследованных типах волокон носит существенно ограниченный характер [17,18], следует отметить, что была продемонстрирована принципиальная возможность использования волокон с крутильными механическими напряжениями (КМН) для устойчивого по отношению к малым внешним возмущениям распространения OB, в частности для моделей с анизотропией материала и эллиптической формой поперечного сечения [19,20].

Помимо вопросов, связанных с передачей данных и генерацией пучков с ОУМ, успешное применение ОВ в информационных технологиях требует также решения других задач, одной из которых является проблема реализации базовых логических операций над значениями ОУМ. Так как ортогональные состояния ОВ с различными значениями ОУМ образуют многомерное пространство, этот вопрос оказывается тесно связанным с возможностью моделирования квантовых вычислений при помощи классических оптических полей [21-23]. Так, фундаментальная способность квантовых систем образовывать перепутанные состояния успешно моделируется при помощи специфических манипуляций с оптическими пучками [24], в частности с использованием оптических волокон [25-28]. Однако в настоящее время для этих целей используются только волоконные моды высших порядков, имеющие нулевое значение ОУМ, такие как TE-, TM- [26], HG- [27] и LP-моды [28]. Очевидно, что для полноценного использования информационного потенциала состояний фотонов с ОУМ в области моделирования квантовых вычислений и коммуникаций требуется механизм генерации перепутанных состояний ОВ, а также осуществления базовых логических операций — гейтов. Таким образом, целью настоящей работы является: (i) установление вида мод высших порядков с азимутальным числом $|\ell| \ge 2$ мульти-эллиптических волокон (МЭВ) с КМН вблизи резонансных значений шага скрутки и (ii) демонстрация способности данных

529

волокон осуществлять управляемую поляризацией инверсию ТЗ ОВ. Данный эффект позволяет реализовать полностью волоконный фундаментальный логический элемент CNOT, являющийся неотьемлемой частью всех основных квантовых алгоритмов и позволяющий генерировать перепутанные состояния для ОВ с ТЗ $|\ell| > 1$.

Модель и основное уравнение

Модель МЭВ с КМН описывается следующим тензором диэлектрической проницаемости (рис. 1):

$$\hat{\varepsilon}_{\rm MHF}(r,\varphi) = \varepsilon_{\rm IF}(r)\hat{1} + \varepsilon_{\rm Mh}(r,\varphi)\hat{1} + \hat{\varepsilon}_{\rm TMS}(r,\varphi).$$
(1)

Здесь слагаемое $\varepsilon_{\rm IF}(r) = \varepsilon_{\rm co}[1 - 2\Delta f(r)]$ описывает диэлектрическую проницаемость идеального циркулярного волокна (ЦВ), $\Delta = (\varepsilon_{\rm co} - \varepsilon_{\rm cl})/2\varepsilon_{\rm co}$ — высота профиля диэлектрической проницаемости, $\varepsilon_{\rm co}$ и $\varepsilon_{\rm cl}$ — значения диэлектрической проницаемости в сердцевине и оболочке волокна соответственно. Для рассматриваемых в настоящей работе слабонаправляющих оптических волокон $\Delta \ll 1$, что обусловливает параксиальный характер распространения оптических мод. Функция f(r) определяет распределение показателя преломления среды и для изучаемых здесь ступенчатых волокон имеет вид

$$f(r) = \begin{cases} 0, & r \le r_0 \\ 1, & r > r_0, \end{cases}$$

где r_0 — радиус сердцевины, а радиус оболочки предполагается бесконечным [29]. Используется цилиндрическая система координат (r, φ, z) , ось z которой совпадает с осью волокна.

Второе слагаемое в (1) характеризует мультиэллиптическую форму поперечного сечения (анизотропия формы) [30]:

$$\varepsilon_{\rm Mh}(r,\varphi) = -\delta\varepsilon_{\rm Mh}rf'_r\cos\tau\varphi. \tag{2}$$

В формуле (2) $\delta \varepsilon_{\rm Mh} = 2\delta \Delta \varepsilon_{\rm co}$, где параметр $\delta \ll 1$ характеризует степень деформации поперечного сечения, а параметр $\tau = 2, 4, 6, \ldots$ определяет порядок симметрии поперечного сечения волокна. Заметим, что в простейшем случае эллиптической формы сечения волокна ($\tau = 2$) параметр δ связан с эксцентриситетом эллипса, $e = \sqrt{1 - (a/b)^2}$, где a, b — полуоси, выражением $e = 2\sqrt{\delta}/(1+\delta)$, при малых δ переходящим в $e \approx 2\sqrt{\delta}$.

Последнее слагаемое в (1) описывает влияние КМН [20],

$$\hat{\varepsilon}_{\text{TMS}}(r,\varphi) = \delta \varepsilon_{\text{TMS}} R \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sin\varphi \\ 0 & 0 & -\cos\varphi \\ \sin\varphi & -\cos\varphi & 0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $\delta \varepsilon_{\text{TMS}} = q p_{44} \varepsilon_{\text{co}}^2 r_0$, $q = 2\pi/H$, H — шаг скрутки, константа фотоупругости $p_{44} = -0.075$ (для кварца),



Рис. 1. Модели МЭВ волокон при различных значениях параметра τ , определяющего порядок симметрии поперечного сечения волокна: (*a*) $\tau = 4$, (*b*) $\tau = 6$.

 $R = r/r_0$. Отметим, что $\delta \varepsilon_{\rm Mh}$, $\delta \varepsilon_{\rm TMS} \ll \varepsilon_{\rm IF}(r)$, т. е. КМН и анизотропия формы представляют собой малые поправки к скалярной диэлектрической проницаемости.

Распространение света в оптическом волокне описывается векторным волновым уравнением

$$\left(\nabla^2 + k^2 \hat{\varepsilon}(x, y, z) \right) \mathbf{E}(x, y, z)$$

$$= -\nabla \left[\left(\mathbf{E} \nabla \ln \varepsilon_{\mathrm{IF}} \right) + q p_{44} \varepsilon_{\mathrm{co}} r \left(\sin \varphi \frac{\partial E}{\partial z} + \cos \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \right],$$

$$(4)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновой вектор в вакууме, λ — длина волны, **E** — напряженность электрического поля. Уравнение (4) удобно записать в операторной форме

$$(\hat{H}_{\rm IF} + \hat{V}_{\rm TMS} + \hat{V})|\Psi\rangle = \beta|\Psi\rangle.$$
 (5)

Здесь $\hat{H}_{\rm IF}$ имеет стандартный вид [29] и управляет распространением света в ЦВ с учетом спин-орбитального взаимодействия (СОВ), оператор $\hat{V}_{\rm TMS} = k^2 \hat{\varepsilon}_{\rm TMS}(r, \phi)$ обусловлен влиянием КМН, а оператор \hat{V} в случае МЭВ имеет вид $\hat{V} = k^2 \varepsilon_{\rm Mh}(r, \phi) \hat{1}$, $|\Psi\rangle = {\rm col}(E_x, E_y, E_z)$. Отметим, что в уравнении (5) имеет место влияние поперечной E_t и продольной E_z компонент электрического поля на пространственную эволюцию друг друга, что выражается в невозможности записать замкнутую систему уравнений относительно E_t . Однако относительная малость продольной компоненты в сравнении с поперечной для исследуемых слабонаправляющих волокон ($\Delta \ll 1$, $r \gg \lambda$) позволяет пренебрегать таким

влиянием, так что обычно работают только с поперечной составляющей вектора электрического поля E_t [29]. Между тем, как следует из вида показателя преломления (1) и поправки (2), для учета влияния КМН на распространение света необходимо учитывать продольную компоненту E_z , несмотря на ее относительную малость. Так как для всех практически значимых параметров волокна имеет место соотношение $\hat{H}_{\text{IF}} \gg \hat{V}_{\text{TMS}}, \hat{V}$, то для решения уравнения (5) можно применять теорию возмущений.

Структура мод и постоянные распространения

Согласно методу теории возмущений, моды и их постоянные распространения являются решениями уравнения вида

$$\hat{H}x_k = 0, \tag{6}$$

где матрица возмущений Н строится стандартным способом путем усреднения векторного волнового уравнения на множестве собственных функций невозмущенного волокна $|\Phi_i\rangle$, компоненты векторов **x**_k суть коэффициенты a_k^i в разложении искомых мод $|\Phi\rangle_k$ по модам невозмущенного волокна: $|\Psi\rangle_k = \sum_i a_k^i |\Phi_i\rangle$. Далее нас будут интересовать волокна, поддерживающие распространение мод с азимутальным числом $|\ell| \ge 2$. Строго говоря, базис теории возмущений при этом должен состоять из всех мод невозмущенного волокна. Возмущение волокна может привести к гибридизации мод невозмущенного волокна как с одинаковыми значениями азимутального числа, так и с разными. Однако благодаря существенному различию скалярных постоянных распространения для мод с разными азимутальными числами [29] имеет место широкий диапазон параметров волокна, в котором можно пренебречь связью таких мод, индуцированной рассматриваемыми возмущениями. Поэтому в настоящей работе мы ограничимся исследованием в пределах групп мод с одинаковым азимутальным числом. Отметим также, что при исследовании направляемых мод слабонаправляющих оптических волокон в волоконной оптике обычно не учитывают незначительную долю энергии, приходящуюся на оболочечные моды [29]. Связью этих мод с сердцевинными модами волокна можно пренебречь, принимая во внимание разницу между их скалярными постоянными распространения, имеющими соответственно порядок $\propto \sqrt{\varepsilon_{\rm cl}}\beta_m$ и $\propto \sqrt{\varepsilon_{\rm co}}\beta_m$, так что возмущения волокна не могут привести к существенной связи этих полей и изменению структуры исследуемых в настоящей работе направляемых мод.

Базисные векторы теории возмущений $|\Phi_i\rangle$ являются собственными функциями оператора нулевого приближения $\hat{H}_{\rm IF}$ и, как известно, представляют собой

циркулярно-поляризованные ОВ [8]:

$$|1, m\rangle, |1, -m\rangle, |-1, -m\rangle, |-1, m\rangle, \qquad (7)$$

где

$$egin{aligned} \sigma,\,\ell
angle &=rac{1}{\sqrt{2}}\,e^{i\ell\varphi} \ & imes ext{col}igg(F_m(r),\,i\sigma F_m(r),\,rac{i}{ ildeeta_m r}igg[rF_m'-\sigma\ell F_m(r)e^{i\sigmaarphi}igg]igg). \end{aligned}$$

индекс определяет направление циркулярной поляризации, $m = |\ell|$. Радиальная функция $F_m(R)$ является решением известного уравнения

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R} - \frac{l^2}{R^2} + \tilde{U}^2 - V^2 f(R)\right)F_m(R) = 0,$$

где $V = kr_0(\varepsilon_{\rm co} - \varepsilon_{\rm cl})^{1/2} = kr_0\sqrt{2\Delta\varepsilon_{\rm co}}$ — волноводный параметр, $\tilde{U} = r_0 \left(k^2\varepsilon_{\rm co} - \tilde{\beta}^2\right)^{1/2}$, $\tilde{\beta}_m$ — скалярная постоянная распространения. Для волокон со ступенчатым профилем показателя преломления $F_m(R)$ имеет вид

$$F_m(R) = egin{cases} J_m(ilde UR)/J_m(ilde U), & r \leq r_0 \ K_m(ilde WR)/K_m(ilde W), & r \geq r_0 \end{cases},$$

где J_m — функция Бесселя 1-го рода *m*-го порядка, а K_m — модифицированная функция Бесселя 1-го рода *m*-го порядка (модифицированная функция Ханкеля), $\tilde{W}^2 = V^2 - \tilde{U}^2$.

Усреднение полного оператора возмущенного волокна в уравнении (5) на состояниях (7) позволяет получить следующую матрицу возмущений для МЭВ:

$$\hat{H}_{m} = \begin{pmatrix} P_{m} & D_{\tau,m} & 0 & 0\\ D_{\tau,m} & L_{-m} & 0 & 0\\ 0 & 0 & P_{-m} & D_{\tau,m}\\ 0 & 0 & D_{\tau,m} & L_{m} \end{pmatrix}$$
(8)

где $P_{\pm m} = -\beta^2 + \tilde{\beta}_m^2 + A_m + \gamma_{\pm(m+1)}, \ L_{\pm m} = -\beta^2 + \tilde{\beta}_m^2 + B_m + \gamma_{\pm(m-1)}.$ Матричные элементы $\gamma_M = -2\tilde{\beta}_m Mgq$ описывают влияние КМН на структуру искомых мод, $g = \frac{1}{2} \varepsilon_{co} |p_{44}|, \ M = \sigma + \ell$ — полный угловой момент. Элементы $D_{\tau,m} = -\delta_{\tau,2m} k^2 \delta \varepsilon_{Mh} / 2Q_m$, где $\delta_{\tau,2m}$ — символ Кронекера, характеризуют влияние анизотропии формы поперечного сечения. Таким образом, в использованном приближении для модели волокна с заданной мультиэллиптичностью поперечного сечения τ эффект межмодовой связи имеет место только для группы невозмущенных мод с азимутальным числом $m = \tau/2$. Константы $A_m = \frac{\Delta}{r_0^2 Q_m} (F'_m(1) - m)$ и $B_m = -\frac{\Delta}{r_0^2 Q_m} (F'_m(1) + m)$ характеризуют СОВ, $Q_m = \int_0^\infty RF_m^2(R) dR$.

Решение уравнения (6) с матрицей возмущения (8) позволяет получить выражения для искомых мод и их



Рис. 2. Постоянные распространения мод невозмущенного волокна (9). Кривая *1* соответствует постоянной распространения поля $|1, -m\rangle$, *2* — поля $|-1, m\rangle$, *3* — $|-1, -m\rangle$, *4* — $|1, m\rangle$. При $H = H_1$ имеет место случайное вырождение уровней ОВ $|-1, -m\rangle$ и $|1, -m\rangle$, а при $H = H_2$ — полей $|-1, -m\rangle$ и $|-1, m\rangle$. Параметры волокна: V = 7.06, $r_0 = 12\lambda_{\text{He-He}}$, $p_{44} = 0.075$, $\delta = 10^{-4}$, $\tau = 4$.

постоянных распространения при произвольных разумных параметрах волокна. Далее, однако, мы остановимся на рассмотрении важного с практической точки зрения частного случая, когда влияние анизотропии формы мало по сравнению с СОВ и КМН: $\delta \varepsilon_{\rm Mh} \ll q/k$, $\Delta/(kr_0)^2$. Процедура получения мод в таком режиме выглядит физически более содержательно, если использовать теорию возмущений, определив естественным образом в качестве оператора нулевого приближения оператор $H_m(D_{\tau,m}=0)$, что установит оператор $\ddot{V}_{ au,m} = \hat{H}_{ au,m} - \hat{H}_m(D_{ au,m} = 0)$ в качестве возмущения. Решение уравнения вида (6) для оператора $H_m(D_{\tau,m}=0)$ дает следующий результат: его собственные векторы представляют собой 4 циркулярно-поляризованных OB (7), а соответствующие им постоянные распространения имеют вид (рис. 2)

$$\beta_{\pm 1,\pm m} = \beta_{\text{HE}_{m+1}} \mp (m+1)gq,$$

$$\beta_{\pm 1,\mp m} = \tilde{\beta}_{\text{HE}_{m-1}} \pm (m-1)gq,$$
 (9)

где подразумевается использование либо верхнего, либо нижнего набора знаков,

$$ilde{eta}_{ ext{HE}_{m+1}} = ilde{eta}_m + rac{A_m}{2 ilde{eta}_m}, \quad ilde{eta}_{ ext{HE}_{m-1}} = ilde{eta}_m + rac{B_m}{2 ilde{eta}_m}.$$

Важно отметить, что зависимость спектра (9) от величины шага скрутки через q определяет степень влияния анизотропии на собственные состояния с $m \ge 2$ рассматриваемых волокон. Как видно из рис. 2, существуют такие параметры шага скрутки, при которых спектральные кривые (9) хорошо разнесены. Тогда учитывать влияние анизотропии формы следует согласно теории возмущений без вырождения, что приведет лишь к незначительной перенормировке спектра, а модовая структура

останется неизменной. В этом случае можно говорить о структурной устойчивости ОВ и использовании МЭВ для устойчивой передачи информации в значениях их ОУМ. Отметим, что критерий структурной устойчивости мод определяется в рамках стандартного подхода теории возмущений: моды являются устойчивыми к внешним возмущениям $\delta \hat{V}$, когда расстояние между их постоянными распространения существенно превосходит соответствующий матричный элемент, $|\beta_i^2 - \beta_k^2| \gg |\langle \Psi_i | \delta \hat{V} | \Psi_k \rangle|$, т. е. малые внешние возмущения не могут обеспечить эффективную гибридизацию мод волокна.

С другой стороны, существуют такие параметры волокна, при которых спектр (9) оказывается двукратно вырожденным. Из выражений (9) легко найти условия, определяющие резонансные значения шага скрутки волокна (или, что эквивалентно, значения q):

$$\beta_{1,-m} = \beta_{-1,-m} \Rightarrow q_1$$
$$= \frac{B_m - A_m}{4\tilde{\beta}_m(m+1-(m+1))g} = \frac{B_m - A_m}{4\tilde{\beta}_m g},$$

$$\beta_{-1,-m} = \beta_{-1,m} \Rightarrow q_2 = \frac{B_m - A_m}{4\tilde{\beta}_m (m+1+(m-1))g} = \frac{B_m - A_m}{4m\tilde{\beta}_m g}.$$
 (10)

Вблизи таких точек имеет место неустойчивость системы относительно даже малого возмущения.

Резонансные моды

Пусть шаг скрутки МЭВ близок к резонансному значению, когда анизотропия формы может привести к существенному изменению структуры мод путем сильной гибридизации нулевых мод невозмущенного волокна (7). Действительно, как видно из рис. 2, при $q = q_1 (H = H_1)$ возможна эффективная связь между полями $|-1, -m\rangle$ и $|1, -m\rangle$, а при $q = q_2 (H = H_2)$ между полями $|-1, -m\rangle$ и $|-1, m\rangle$. Однако, как следует из матрицы (8), в исследуемом волокне нет возмущения, которое могло бы гибридизовать поля $|-1, -m\rangle$ и $|1, -m\rangle$, поэтому, несмотря на случайное вырождение спектра, структура мод волокна вблизи резонансной точки $H = H_1$ останется прежней. В то же время, вблизи резонансной точки $H = H_2$ поля с одинаковой поляризацией и противоположным знаком ТЗ $|-1, -m\rangle$ |u| - 1, m могут эффективно связываться малой анизотропией формы, поэтому далее получим структуру мод волокна вблизи этой резонансной точки.

Когда шаг скрутки близок к значению $H = H_2$, можно ограничиться рассмотрением подпространства, состоящего только из двух вырожденных мод нулевого приближения. Таким образом, вместо четырехмерной матрицы возмущений мы получаем двумерную матрицу

для резонансной точки $q = q_2$ (10):

$$\hat{H}_2 = \begin{pmatrix} P_{-m} & D_{\tau,m} \\ D_{\tau,m} & L_m \end{pmatrix}, \qquad (11)$$

оператор \hat{H}_2 определен на состояниях { $|-1, -m\rangle$, $|-1, m\rangle$ }. Решение уравнения вида (6) для оператора (11) позволяет получить структуру мод МЭВ вблизи резонансной точки $H = H_2$:

$$\begin{split} |\Psi_1\rangle &= \cos\alpha |-1, -m\rangle + \sin\alpha |-1, m\rangle, \\ |\Psi_2\rangle &= \sin\alpha |-1, -m\rangle - \cos\alpha |-1, m\rangle, \end{split} \tag{12}$$

где $\cos 2\alpha = mg\varepsilon/\Omega$, $\varepsilon = q - q_2$, $\Omega = \sqrt{(mg\varepsilon)^2 + T_{\tau,m}^2}$, $T_{\tau,m} = D_{\tau,m}/2\tilde{\beta}_m$, $0 \le \alpha \le \frac{\pi}{4}$. Постоянные распространения мод (12) имеют вид

$$\beta_{1,2} = \tilde{\beta}_{-1,-m} - mg\varepsilon \pm \Omega. \tag{13}$$

Полученные резонансные моды (12) являются гибридными: состоят из двух ОВ с одинаковым значением циркулярной поляризации и противоположными знаками ТЗ. Распределение энергии между парциальными полями мод (12) контролируется параметром α , который определяется величиной анизотропии формы и близостью величины шага скрутки волокна к резонансному значению. Наиболее сильная связь между модами невозмущенного волокна (7) возникает, когда условие резонанса $q = q_2$ строго выполняется, при этом $\varepsilon = 0$ и $\alpha = \pi/4$. В спектре при этом в результате влияния анизотропии формы снимается вырождение вблизи резонансной точки (рис. 3). Когда реализуется предельный случай $\alpha \rightarrow 0$, т.е. область рассмотрения удаляется от резонансных точек, гибридные моды асимптотически переходят в моды невозмущенного волокна (7).

Управляемая поляризацией инверсия топологического заряда

Используя выражения (12) и (13), покажем, как МЭВ при определенных параметрах могут быть применены для контролированного изменения знака ТЗ (инверсии) выходного пучка путем управления знаком циркулярной поляризации входного OB. Пусть левоциркулярно поляризованный OB с ТЗ $\ell = -m$ возбуждается на входном торце МЭВ с величиной параметра скрутки q, близкой к резонансному значению q_2 : $|\Psi_{\Pi}\rangle = |-1, -m\rangle$. Такой OB возбуждает в волокне следующую суперпозицию мод:

$$|\Psi(z)\rangle = s_1 |\Psi_1\rangle e^{i\beta_1 z} + s_2 |\Psi_2\rangle e^{i\beta_2 z}.$$
 (14)

Граничное условие $|-1, -m\rangle = s_1 |\Psi_1\rangle + s_2 |\Psi_2\rangle$ позволяет найти коэффициенты разложения s_i в (14), что



Рис. 3. Снятие вырождения спектра вблизи резонансной точки за счет действия анизотропии формы. Кривая *1* соответствует постоянной распространения поля $|1, -m\rangle$, кривые *2* и *3* — постоянным распространения гибридных мод $|\Psi_1\rangle$ и $|\Psi_2\rangle$ (см. (13)), кривая *4* — постоянной распространения OB $|1, m\rangle$. Параметры волокна: V = 7.06, $r_0 = 12\lambda_{\rm He-He}$, $p_{44} = 0.075$, $\delta = 10^{-4}$, $\delta = 10^{-4}$, $\tau = 4$.

приводит к следующему выражению для поля $|\Psi(z)\rangle$:

$$|\Psi(z)\rangle = b_1(z)|-1, -m\rangle + b_2(z)|-1, m\rangle.$$
 (15)

Коэффициенты $b_i(z)$ записываются в виде

$$b_1(z) = \cos(\Omega z) + i \, \frac{mg\varepsilon}{\Omega} \sin(\Omega z),$$
$$b_2(z) = i \, \frac{T_{\tau,m}}{\Omega} \sin(\Omega z). \tag{16}$$

Отметим, что для коэффициентов (16) справедливо $|b_1|^2 + |b_2|^2 = 1$. Из выражения (15) видно, что поле в волокне состоит из падающего ОВ $|-1, -m\rangle$ и генерируемого ОВ $|-1, m\rangle$ с энергией $W_{-1,m} = |b_2|^2$:

$$W_{-1,m}(\varepsilon, z) = \frac{D_{\tau,m}^2}{(2\tilde{\beta}_m mg\varepsilon)^2 + D_{\tau,m}^2} \times \sin^2 \left(z \sqrt{(mg\varepsilon)^2 + \left(D_{\tau,m}/2\tilde{\beta}_m \right)^2} \right).$$
(17)

Из (17) следует, что на расстоянии $z = L_n$, где

$$L_n = \frac{\pi}{2\sqrt{(mg\varepsilon)^2 + (D_{\tau,m}/2\tilde{\beta}_m)}} (2n+1)$$

n = 0, 1, 2, ..., доля энергии, сконцентрированная в парциальном вихре $|-1, m\rangle$, достигает своего максимального значения

$$W_{-1,m}(\varepsilon, L_n) = \frac{D_{\tau,m}^2}{(2\tilde{\beta}_m mg\varepsilon)^2 + D_{\tau,m}^2}$$

Легко видеть, что при выполнении резонансного условия $\varepsilon = 0$, $W_{-1,m}(0, L_n) = 1$ и, следовательно, вся падающая энергия переходит в левоциркулярно поляризован-





Рис. 4. Схема логического элемента "Управляемое-НЕ" (CNOT gate): роль управляющего кубита играет состояние циркулярной поляризации $\sigma = \pm 1$, а управляемого — T3 OB $\ell = \pm m$.

ный ОВ $|-1, m\rangle$, т.е. имеет место процесс инверсии ТЗ со 100%-ной эффективностью. Легко понять, что в случае падающего ОВ вида $|-1,m\rangle$ получим конверсию $|-1,m\rangle \rightarrow |-1,-m\rangle$. Вспоминая, что ТЗ связан с азимутальным числом как $\ell = \pm m$, можно объединить два этих случая:

$$|-1, \ell\rangle \rightarrow |-1, -\ell\rangle.$$
 (18)

Необходимо подчеркнуть, что вблизи данного резонанса в силу введного выше условия малости анизотропии формы OB $|1, m\rangle$ и $|1, -m\rangle$ с высокой степенью точности являются модами, и поэтому не меняют своей структуры при распространении:

$$|1,\ell\rangle \to |1,\ell\rangle.$$
 (19)

Таким образом, выражения (18) и (19) указывают на возможность управления знаком T3 выходного OB с помощью МЭВ с КМН путем управления знаком циркулярной поляризации входного OB, что демонстрирует теоретическую возможность создания фундаментального логического элемента — "Управляемое-НЕ" (CNOT gate), где роль управляющего кубита играет состояние циркулярной поляризации $\sigma = \pm 1$, а управляемого — T3 OB $\ell = \pm m$ (рис. 4). Стоит отметить, что гибридные моды (12) не чувствительны к малым отклонениям параметров волокна, что позволяет говорить о достаточной устойчивости процесса преобразования (18).

В качестве конкрентного примера приведем МЭВ с волноводным параметром V = 7.06, радиусом сердцевины $r_0 = 12\lambda_{\rm He-He}$, параметром симметрии поперечного сечения $\tau = 4$, $\delta = 10^{-4}$. Тогда резонансное значение шага скрутки $H_2 \approx 0.19$ m, а длина конверсии ТЗ ОВ с m = 2 составляет $L_0 \approx 1.48$ m. Как следует из выражения (17), с увеличением анизотропии формы δ рабочая длина волокна уменьшается.

В заключение необходимо отметить, что предложенный волоконный метод реализации гейта CNOT имеет важные преимущества в виде "чистоты" волоконных полей, эффективности и устойчивости, способствуя дальнейшему расширению информационных возможностей, основанных на ОУМ-технологиях.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 16-47-910585.

Список литературы

- [1] Grier D.G. // Nature. 2003. V. 424. P. 810-816.
- [2] Spektor B., Normatov A., Shamir J. // Appl. Opt. 2008. V. 47.
 P. A78–A87.
- [3] Foo G., Palacios D.M., Shwartzlander G.A. // Opt. Lett. 2005.
 V. 30. P. 3308-3310.
- [4] Franke-Arnold S., Barnett S., Yao E., Leach J., Courtial J., Padgett M. // New J. Phys. 2004. V. 6. P. 103.
- [5] Gibson G., Courtial J., Padgett M., Vasnetsov M., Pas'ko V., Barnett S., Franke-Arnold S. // Opt. Express. 2004. V. 12. P. 5448–5456.
- [6] Bouchal Z., Chelechovsky R. // New J. Phys. 2004. V. 6. P. 131–145.
- [7] Chelechovsky R., Bouchal Z. // New J. Phys. 2007. V. 9. P. 328.
- [8] Alexeyev C.N., Volyar A.V., Yavorsky M.A. // Lasers, Optics and Electro-Optics Research Trends. / Ed. by Chen L.I. NY.: Nova Publishers, 2007. P. 131–223.
- Bozinovic N., Yue Y., Ren Y., Tur M., Kristensen P., Huang H., Willner A.E., Ramachandran S. // Science. 2013. V. 340.
 P. 1545–1548.
- [10] Alexeyev C.N., Volyar A.V., Yavorsky M.A. // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 2004. V. 6. P. 162.
- [11] Alexeyev C.N., Yavorsky M.A. // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 2004. V. 6. P. 824.
- [12] Barlow A.J., Ramskov-Hansen J.J., Payne D.N. // Appl. Opt. 1981. V. 20. P. 2962–2968.
- [13] McGloin D., Simpson N.B., Padgett M.J. // Appl. Opt. 1998.
 V. 37. P. 469.
- [14] Paterson C. // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 94. P. 153901.
- [15] Tyler G., Boyd R.W. // Opt. Lett. 2009. V. 34. P. 142-144.
- [16] Gbur G., Tyson R.K. // JOSA A. 2008. V. 25. P. 225–230.
- [17] Alexeyev C.N., Volyar A.V., Yavorsky M.A. // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 2007. V. 9. P. 387–395.
- [18] Alexeyev C.N. // J. Opt. 2012. V. 14. P. 085702.
- [19] Barshak E.V., Alexeyev C.N., Lapin B.P., Yavorsky M.A. // Phys. Rev. A. 2015. V. 91. N 3. P. 033833.
- [20] Alexeyev C., Barshak E., Fridman Y., Yavorsky M. // Appl. Opt. 2012. V. 51. N 10. P. 163–169.
- [21] Cerf N.J., Adami C., Kwiat P.G. // Phys. Rev. A. 1998. V. 57. N 3. P. R1477.
- [22] Spreeuw R.J.C. // Phys. Rev. A. 2001. V. 63. N 6. P. 062302.
- [23] Spreeuw R.J.C. // Found. Phys. 1998. V. 28. N 3. P. 361.
- [24] Lee K.F., Thomas J.E. // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88. N 9. P. 097902.
- [25] Fu J. // Proc. SPIE. 2003. V. 5105. P. 225.
- [26] Fu J., Si Z., Tang S., Deng J. // Phys. Rev. A. 2004. V. 70. N 4. P. 042313.
- [27] Loffler W., Euser T.G., Eliel E.R., Scharrer M., Russel P.S.J., Woerdman J.P. // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 106. N 24. P. 240505.
- [28] Kang Y., Ko J., Lee S.M., Choi S.-K., Kim B.Y., Park H.S. // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 109. N 24. P. 020502.
- [29] Snyder W., Love J.D. Optical Waveguide Theory. London: Chapman and Hall, 1985.
- [30] Alexeyev C.N., Alexeyev A.N., Lapin B.P., Milione G., Yavorsky M.A. // Phys. Rev. A. 2013. V. 88. P. 063814.