

03

Распространение автомоделного импульса в среде с однофотонным нестационарным поглощением

© И.Г. Захарова, А.А. Калинович, В.А. Трофимов

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119991 Москва, Россия

e-mail: kalinovich@gmail.com

Поступила в редакцию 07.11.2017 г.

Аналитически найдена форма оптического автомоделного импульса, распространяющегося в среде конечной длины с немгновенным нелинейным поглощением. Импульс имеет несимметричную форму и, кроме того, модуляцию частоты, что подтверждает его принадлежность к новому типу автомоделных режимов распространения лазерного излучения — нелинейно chirпированных импульсов с автомоделной формой. Существование таких импульсов подтверждается также результатами компьютерного моделирования.

DOI: 10.21883/OS.2018.04.45750.256-17

Введение

Исследования оптических солитонов и солитоноподобных импульсов (пучков) по-прежнему широко представлены в литературе [1–19]. Интерес также представляют автомоделные пучки и импульсы, распространяющиеся в нелинейной среде. В [17] для их обозначения введено понятие „similariton“. При этом в подавляющем большинстве работ распространение лазерного излучения в данном режиме как аналитически, так и экспериментально изучается в прозрачных средах или в средах с линейным поглощением. Вместе с тем хорошо известно, что с ростом интенсивности импульса или при воздействии импульса с частотой, близкой к резонансным переходам среды, необходимо учитывать влияние нелинейного поглощения. Так, например, авторы работ [12,13] демонстрируют ключевую роль двух- и трехфотонного поглощения в нелинейных процессах, протекающих в исследуемых ими случаях взаимодействия лазерного излучения с веществом. Следует также отметить, что во многих случаях при распространении оптических импульсов в нелинейных средах (например, в плазме) время установления отклика среды становится сравнимым с длительностью импульса [18–20]. Насколько нам известно, автомоделные решения для этого случая взаимодействия излучения со средой отсутствуют в литературе.

Ранее нами были построены автомоделные решения при распространении оптического излучения в различных нелинейно поглощающих средах [21–24]. Важно подчеркнуть, что по сравнению с оптическими солитонами, распространяющимися в прозрачной нелинейной среде, отличительной особенностью полученных нами решений является присутствие у импульса нелинейного chirпа.

Заметим, что численное нахождение солитонных или автомоделных решений требует построения своего итерационного метода практически для каждого типа нели-

нейного отклика среды. Последнее тем более справедливо при исследовании нестационарного поглощения, поскольку разработка метода получения автомоделного решения становится еще сложнее. В связи с этим аналитическое построение автомоделных решений, даже если такое решение справедливо лишь на конечной трассе распространения импульса, является актуальной проблемой.

В настоящей работе аналитически строится автомоделная форма оптического импульса, распространяющегося в среде с немгновенным однофотонным поглощением. Проведенное компьютерное моделирование на основе разработанных нами численных методов подтверждает справедливость аналитического подхода и демонстрирует распространение импульса с сохранением автомоделного профиля на дистанциях порядка десяти дисперсионных длин.

Основные уравнения и автомоделное решение

Оптический импульс, распространяющийся в среде с нестационарным однофотонным поглощением, описывается следующей системой безразмерных уравнений, состоящей из нелинейного уравнения Шредингера и нелинейного уравнения относительно концентрации свободных электронов:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + iD_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i\alpha\rho A + \delta(1 - \rho)A = 0,$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\rho}{\tau_r} = q(1 - \rho)|A|^2, \quad 0 < t < L_t, \quad 0 < z \leq L_z \quad (1)$$

совместно со следующими начальными и граничными условиями:

$$A(z, 0) = A(z, L_t) = 0, \quad 0 \leq z \leq L_z,$$

$$A(z = 0, t) = A_{in}(t), \quad \rho(z, t = 0) = \rho_{in}(z). \quad (2)$$

В (1), (2) $A(z, t)$ — безразмерная комплексная медленно изменяющаяся амплитуда электрического поля, $\rho(z, t)$ — нормированная концентрация свободных электронов, z — координата распространения импульса, L_z — нормированная длина нелинейной среды, t — безразмерное время, L_t — временной интервал взаимодействия лазерного импульса со средой. Параметр D_2 описывает дисперсию второго порядка, α характеризует самовоздействие импульса вследствие изменения диэлектрической проницаемости среды из-за генерации свободных электронов. Коэффициент δ характеризует нелинейное поглощение среды, причем в наших обозначениях поглощение энергии лазерного излучения имеет место при $\delta > 0$. Параметр τ_r характеризует время релаксации свободных электронов. $A_{in}(t)$ — распределение во времени амплитуды падающего на среду импульса, $\rho_{in}(z)$ — равновесное распределение концентрации свободных электронов в среде до начала воздействия импульса.

Для анализа задачи (1), (2) удобно преобразовать ее к следующему виду, введя новое обозначение $\xi = 1 - \rho$:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + iD_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + (\delta - i\alpha)\xi A + i\alpha A = 0,$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\xi - 1}{\tau_r} = -q\xi |A|^2, \quad 0 < t \leq L_t, \quad 0 < z < L_z,$$

$$A(z, 0) = A(z, L_t) = 0, \quad 0 \leq z \leq L_z,$$

$$A(z = 0, t) = A_{in}(t), \quad \xi(z, t = 0) = 1 - \rho_{in}(z). \quad (3)$$

В дальнейшем при выводе автомодельного решения мы полагаем время релаксации достаточно большим и пренебрегаем на данном этапе исследований вторым слагаемым в уравнении для концентрации свободных электронов. Это приближение справедливо, например, при распространении в стеклах импульсов длительно-стью менее 40 fs.

Будем искать автомодельный чирпированный импульс в форме

$$A(z, t) = \bar{A}(z, t) e^{is(z, t)}. \quad (4)$$

В (4) \bar{A}, s — действительные функции. Подставив (4) в (3), получаем следующую систему уравнений:

$$\bar{A}_z - D_2(\bar{A}s_{tt} + 2\bar{A}_t s_t) + \delta \xi \bar{A} = 0,$$

$$\bar{A}s_z + D_2(\bar{A}s_{tt} - \bar{A}s_t^2) - \alpha \xi \bar{A} + \alpha \bar{A} = 0. \quad (5)$$

Ее решение ищем в виде

$$\bar{A} = A_0(z) \operatorname{ch}^{-1}(ct)(1 + \operatorname{th}(ct)),$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \varphi(z) + a \operatorname{th}(ct) + d \operatorname{th}^2(ct). \quad (6)$$

В (6) параметр c характеризует длительность импульса, а a, d описывают модуляцию частоты импульса, т. е.

его чирп. После подстановки (6) в (5) получим систему уравнений

$$\begin{aligned} A_0(z) - D_2 A_0((ac + 2cd \operatorname{th}(ct))(1 - \operatorname{th}^2(ct)) \\ + 2c \operatorname{th}(ct)(1 - 2 \operatorname{th}(ct))(a + d \operatorname{th}(ct))) + \delta \xi A_0 = 0, \\ \varphi_z + D_2((c^2 - a^2) \operatorname{th}^2(ct) - d^2 \operatorname{th}^4(ct) - 2ad \operatorname{th}^3(ct) \\ - c^2(1 - \operatorname{th}(ct))(5 \operatorname{th}(ct) + 1)) - a\xi + \alpha = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Решение второго уравнения системы (3) относительно концентрации свободных электронов записывается в виде

$$\xi = (1 - \rho_{in}) \exp\left(-q \int_0^t |A_0|^2 \operatorname{ch}^{-2}(c\tau)(1 + \operatorname{th}(c\tau)) d\tau\right). \quad (8)$$

Разложив в (8) экспоненциальную функцию в ряд Тейлора по ее аргументу до величин второго порядка, что обусловлено представлением фазы светового импульса и его амплитуды в виде (6), и подставив результат в (7), приходим к следующим соотношениям для параметров автомодельного решения:

$$d = \eta a, \quad a = -\frac{4\delta q A_0^2(z)}{\alpha}, \quad c = 2(\eta + 1)q A_0^2(z). \quad (9)$$

Коэффициент η в (9) является решением нелинейного уравнения

$$\alpha^3 = 3q^2 A_0^4(z) D_2 (\eta + 1) (0.5(5 - 2\eta)(\eta + 1)\alpha^2 + 7\delta^2), \quad (10)$$

которому, как известно, в общем случае соответствуют три различных значения η , являющихся решениями (10).

Амплитуда автомодельного решения и однородный сдвиг однородный фазы импульса определяются соотношениями

$$A_0(z) = \exp((D_2 a c - \delta)z), \quad \varphi(z) = D_2 c^2 z. \quad (11)$$

Следует заметить, что при выводе выражений (9), (10) мы не учитывали зависимость введенных выше параметров a, c, d от координаты z , предполагая их медленное изменение вдоль этой координаты. Поэтому полученную зависимость (9) этих величин от координат можно рассматривать как параметрическую. Справедливость такого подхода будет подтверждена результатами компьютерного моделирования. Кроме того, подчеркнем, что выражение (11) для амплитуды импульса содержит ее зависимость от дисперсии второго порядка. Следовательно, оно показывает возможность роста интенсивности импульса вследствие его компрессии за счет рефракции оптического излучения из-за влияния индуцированных фазовых и амплитудных решеток, которые, очевидно, имеют место при распространении импульса в рассматриваемой нелинейной среде. Таким образом, полученные выражения качественно верно учитывают происходящие в среде процессы.

Небольшого уточнения также требует вид фазы автомодельного импульса, которая в (6) задана через производную по времени. Нетрудно видеть, что фаза удовлетворяет соотношению

$$s(z, t) = \varphi(z) + ac \ln(\text{ch}(ct)) + dc(ct - \text{th}(ct)). \quad (12)$$

Очевидно, что (12) демонстрирует присутствие неоднородного чирпа у импульса.

Компьютерное моделирование распространения автомодельного лазерного импульса

Для подтверждения результатов аналитического рассмотрения проводилось компьютерное моделирование. При проведении компьютерных экспериментов в качестве начального импульса $A_{in}(t)$ в (3) выбирался автомодельный импульс (4), (6), (9)–(12). Параметры расчетов были следующими: $\alpha = 4.3$, $q = 5$, $\tau_r = 10$, $\delta = 0.3$, $D_2 = 1$, $c = 0.5$, $a = -0.6$, $d = 0.2$, $\rho_{in}(z) = 0$. Полученные формы импульсов в различных сечениях среды изображены на рис. 1. Для удобства сравнения численное решение (сплошная линия) совмещено с аналитическим решением (4), (6), причем длительность импульса, его максимальная амплитуда и момент времени ее достижения те же, что получены в расчетах (пунктирная линия). Видно, что форма импульса достаточно хорошо сохраняется при его распространении.

В качестве меры отклонения рассчитанной формы импульса от автомодельной мы использовали следующую интегральную характеристику:

$$M = \int_0^{L_t} ||A_{calculated}|^2 - |A_{analytic}|^2| dt / \int_0^{L_t} |A_{calculated}|^2 dt, \quad (13)$$

где $A_{calculated}$ — численное решение исходной задачи, $A_{analytic}$ — автомодельное аналитическое решение. При $M = 0$ форма совпадает с автомодельной полностью. В общем случае она может отличаться от начальной формы амплитудой, шириной и координатой максимума. Однако эти различия нужно скорректировать в соответствии с результатами компьютерного моделирования, так как параметры, полученные аналитически, являются приближенными. При этом важно, чтобы форма импульса, рассчитанного при компьютерном моделировании и полученная аналитически, были близки. В описанном выше случае на всем рассчитанном расстоянии вплоть до $z = 25$ величина M не превышала значения $M_{max} = 0.08$, т.е. форма импульса оставалась близкой к ее начальной форме. Это можно наблюдать на рис. 1, *b*, *1, c*, где численная и аналитическая кривые практически совпадают, за исключением заднего фронта импульса. Следует также отметить, что при численном расчете импульс затухает быстрее, чем автомодельное

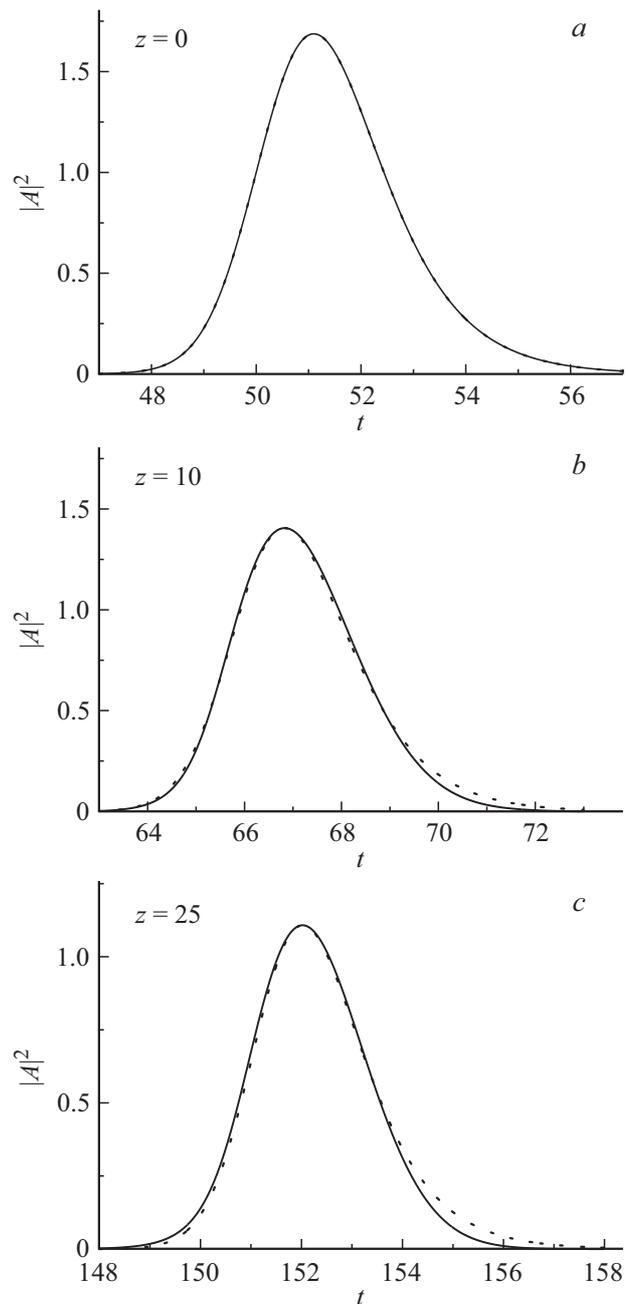


Рис. 1. Профиль импульса для различных значений координаты распространения z . Сплошная линия — численное решение, пунктирная — аналитическое, полученное при равных численному решению значениях ширины, положения центра и максимальной амплитуды.

решение, что также объяснимо пренебрежением зависимостью параметров импульса от координаты распространения: она учитывалась лишь параметрически.

Длительность импульса τ_p вычислялась следующим образом: находилось значение максимальной амплитуды и соответствующий ей момент времени, а затем выбиралась отстройка по времени от данной координаты, на которой интенсивность рассчитанного импульса меньше

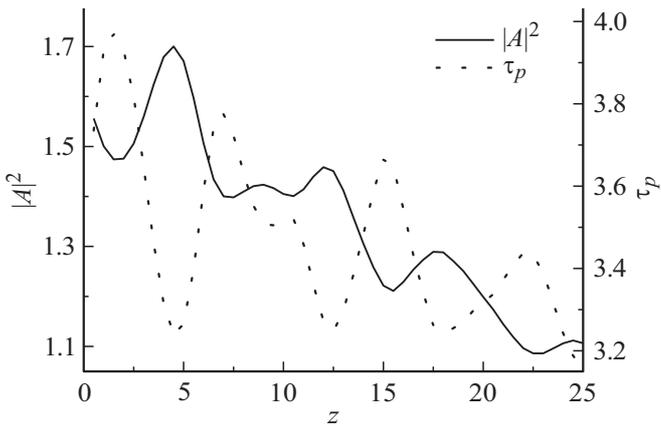


Рис. 2. Полученная численно зависимость длительности импульса и его амплитуды от пройденного расстояния z .

максимальной в 2 раза, $|A|^2 = |A_{\max}|^2/2$. Длительность и амплитуда рассчитанного импульса изображены на рис. 2. Как видим, эти характеристики осциллируют в противофазе, и они обусловлены рефракцией оптического излучения на фазовых и амплитудных решетках. Кроме того, длительность импульса и его максимальная интенсивность постепенно уменьшаются, что связано с компрессией импульса и нелинейным поглощением его энергии. В результате суммарная энергия импульса $P = \int_0^{L_t} |A|^2 dt$ постоянно убывает вдоль трассы распространения, достигая в сечении $z = 25$ значения около $P \approx 0.6P_0$ от первоначальной энергии P_0 .

Заметим, что для данных длительностей импульса τ_p дисперсионная длина изменяется в пределах $L_{\text{dis}} \sim 2.5\text{--}4$. Расчетное расстояние $z = 25$ соответствует примерно 7–10 дисперсионным длинам. Нелинейная длина при малом ρ приближенно равна $L_{\text{nl}} = 1/\alpha q |A|^2 \approx 0.05$. Отношение дисперсионной и нелинейной длин $L_{\text{dis}}/L_{\text{nl}} \approx 50$, что показывает существенное влияние нелинейных эффектов на процесс распространения.

Следует подчеркнуть, что использованные в расчетах значения коэффициентов соответствуют физическим параметрам, используемым в экспериментах. В качестве среды с нелинейным поглощением можно взять узкозонный полупроводник, например GaAs, а источником когерентного излучения — Nd:YAG-лазер с длиной волны 1064 nm. Коэффициент дисперсии групповых скоростей на этой длине волны $D_2 \approx 3800 \text{ fs}^2/\text{mm}$ [25], при этом дисперсионная длина для импульса длительности $\tau_p = 100 \text{ fs}$ равна $L_{\text{dis}} = \tau_p^2/D_2 \approx 0.26 \text{ cm}$. Так как компьютерное моделирование проводилось на расстоянии около 10 дисперсионных длин, то этому соответствует кристалл длиной около 2.6 cm. Время релаксации свободных электронов в арсениде галлия составляет около 1 ps [26], т.е. на порядок больше вышеуказанной длительности импульса $\tau_p = 100 \text{ fs}$. В численном экспе-

рименте использовалось безразмерное значение $\tau_r = 10$, что в несколько раз больше безразмерной длительности импульса, т.е. в целом соответствует предлагаемому эксперименту. За счет нестационарного отклика происходит нелинейное самовоздействие импульса, при малых значениях нормированной плотности электронов являющееся в некотором смысле аналогом двухфотонного стационарного поглощения.

Для сопоставления результатов компьютерных экспериментов с возможностью их наблюдения в физическом эксперименте приведем литературные данные для среды и излучения. Так, для выполнения отношения нелинейной и дисперсионной длин, приведенного в численном расчете $L_{\text{dis}}/L_{\text{nl}} \approx 50$, необходимо, чтобы нелинейная длина была равна $L_{\text{nl}} = 1/(\delta P_0) \approx 0.005 \text{ cm}$. Коэффициент нелинейного двухфотонного поглощения на длине волны 1064 nm в GaAs равен $\delta \approx 45 \text{ cm/GW}$ [27], необходимое значение пиковой плотности мощности составляет $P_0 \approx 4.3 \text{ GW/cm}^2$. При этом структурные переходы в GaAs при облучении импульсами длительностью 100 fs наблюдаются на плотностях мощности более 200 GW/cm^2 [28]. Требуемая для эксперимента мощность значительно меньше этого значения.

Заключение

В настоящей работе показана возможность распространения лазерного chirпированного импульса в автономном режиме в среде с нестационарным нелинейным откликом. Аналитически получено решение соответствующей системы уравнений, из которого следует, что для существования автономной моды необходима модуляция частоты импульса, т.е. присутствие его нелинейного chirпа.

Используя компьютерное моделирование, подтверждены выводы аналитического рассмотрения и тем самым продемонстрирована возможность существования распространения лазерного импульса, имеющего первоначальную автономную форму, на трассах до десяти дисперсионных длин с сохранением этой формы.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-21-00081).

Список литературы

- [1] Kivshar Yu.S., Agrawal G.P. Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals. San Diego: Academic Press, 2003.
- [2] Malomed B.A. // The European Phys. J. Special Topics. 2016. V. 225. P. 2507–2532.
- [3] Lobanov V.E., Kartashov Y.V., Vysloukh V.A., Torner L. // Opt. Lett. 2012. V. 37. P. 4540–4542.
- [4] Agrawal G.P. Nonlinear Fiber Optics. 4th. ed. Boston: Academic Press, 2007.
- [5] Liu J., Chen X., Liu J. et al. // Opt. Expr. 2006. V. 14. N 2. P. 979.

- [6] *Tzortzakis S., Sudrie L., Franco M. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. P. 213902.
- [7] *Wu Z., Jiang H., Sun Q. et al.* // Phys. Rev. A. 2003. V. 68. P. 063820.
- [8] *Yang H., Zhang J., Zhang J. et al.* // Phys. Rev. E. 2003. V. 67. P. 015401.
- [9] *Sarma A.K., Manirupa Saha M., Biswas A.* // Opt. Engin. 2010. V. 49. N 3. P. 035001.
- [10] *Steffensen H., Agger Ch., Bang O.* // J. Opt. Soc. Am. B. 2012. V. 29. N 3. P. 484.
- [11] *Wang T., Venkatram N., Gosciniak J. et al.* // Opt. Expr. 2013. V. 21. N 26. P. 32192.
- [12] *Colman P., Husko C., Combrié S. et al.* // Nature Photonics. 2010. V. 4. P. 862.
- [13] *Blanco-Redondo A., Husko C., Eades D. et al.* // Nature Commun. 2014. V. 5. P. 3160.
- [14] *Ilday F.O., Buckley J.R., Clark W.G., Wise F.W.* // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 92. N 21.
- [15] *Buljan H., Šiber A.S., Soljačić M., Schwartz T., Segev M., Christodoulides D.N.* // Phys. Rev. E. 2003. V. 68. P. 036607.
- [16] *Michel C., Kibler B., Picozzi A.* // Phys. Rev. A. 2011. V. 83. P. 23806.
- [17] *Finot C., Millot G., Billet C., Dudley J.M.* // Opt. Expr. 2003. V. 11. P. 1547.
- [18] *Khasanov O., Smirnova T., Fedotova O., Rusetsky G., Volyar A.* // Ukr. J. Phys. Opt. 2013. V. 14(2). P. 74.
- [19] *Liao J., Li X., Marko M.D., Jia H., Liu J., Yang J., Tan Y., Wang X., Zhang Y., Tang W.* // Proc. SPIE. 2013. V. 9047. P. 904702-1.
- [20] *Грудцын Я.В., Зубарев И.Г., Корибут и др.* // Квант. электрон. 2015. Т. 45. № 5. С. 415–420.
- [21] *Trofimov V.A., Matysevich O.V., Smotrov D.A.* // Proc. SPIE. 2011. V. 8095. P. 80951K.
- [22] *Trofimov V.A., Zakharova I.G., Smotrov D.A., Lan Sh.* // Proc. SPIE. 2013. V. 8785. P. 87850K.
- [23] *Trofimov V.A., Zakharova I.G., Fedotov M.V.* // J. Phys.: Conference Series. 2014. V. 497. P. 012023.
- [24] *Trofimov V.A., Zakharova I.G.* // Proc. SPIE. 2015. V. 9503. P. 9503–9527.
- [25] *Skauli T., Kuo P.S., Vodopyanov K.L., Pinguet T.J., Levi O., Eyres L.A., Harris J.S., Fejer M.M., Gerard B., Becouarn L., Lallier E.* // J. Appl. Phys. 2003. V. 94. P. 6447–6455.
- [26] *Vlaardingerbroek M.T., Kuypers W., Acket G.A.* // Phys. Lett. A. 1968. V. 28. N 2. P. 155–156.
- [27] *Penzkofer A., Bugayev A.A.* // Opt. Quant. Electron. 1989. V. 21. P. 283–306.
- [28] *Kudryashov S.I., Emelyanov V.I.* // Quant. Electron. 2001. V. 31. N 7. P. 565–566.