

## Исследование динамических свойств водонасыщенного песка по результатам обращенных экспериментов

© А.М. Брагов, Вл.В. Баландин, В.Л. Котов, Вл.Вл. Баландин

Научно-исследовательский институт механики  
Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского,  
603950 Нижний Новгород, Россия  
e-mail: bragov@mech.unn.ru

(Поступило в Редакцию 3 июля 2017 г.)

Приведены новые экспериментальные результаты по исследованию динамических свойств песчаного грунта на основе методики обращенного эксперимента с применением мерного стержня с плоским передним торцом. Показана ограниченная применимость методики с использованием процедуры коррекции формы импульса деформации за счет дисперсии при его распространении в мерном стержне. Получены оценки максимума импульса, приведены результаты сравнения численных расчетов с экспериментальными данными, показана достаточная точность определения значения силы сопротивления внедрению на квазистационарной стадии. В ходе экспериментально-расчетного анализа максимальных значений силы сопротивления и ее значений на квазистационарной стадии внедрения определены параметры динамической сжимаемости и сопротивления сдвигу водонасыщенного песка. Установлено, что при практически полном водонасыщении песка его сдвиговые свойства снижаются, но остаются существенными в практически важном диапазоне скоростей внедрения.

DOI: 10.21883/JTF.2018.04.45722.2412

### Введение

Систематическое изучение физико-механических характеристик мягких грунтов при динамическом нагружении началось достаточно давно. Ставшие классическими экспериментальные методы [1,2] на основе предложенных модельных представлений [3–5] о динамической сжимаемости и сопротивлении сдвигу грунтовых сред получили широкое распространение и продолжают развиваться [6]. Разработанные методики плосковолнового эксперимента позволяют определять ударную адиабату сухого и влажного песка [1,7–9] в диапазоне нагрузок до нескольких гигапаскалей. Для получения сведений о прочностных свойствах мягких грунтов наряду с осевой компонентой тензора напряжений необходимо одновременно измерять и радиальную компоненту в образце грунта, что сопряжено со значительными техническими и методическими трудностями. Сдвиговые свойства экспериментально определяются с применением различных модификаций [10–13] методики Кольского при существенно меньших давлениях. Хорошо зарекомендовал себя подход к изучению проблемы высокоскоростной деформации мягких грунтовых сред, сочетающий в себе современные методы динамических испытаний [14,15]: модифицированную методику Кольского и систему разрезных стержней Гопкинсона с образцами среды, заключенными в обоймы, и методику плосковолновых ударных экспериментов.

Динамические характеристики грунтовых сред зависят от многих факторов, таких, как начальная пористость, компонентный и фракционный состав, влажность. Так, например, известно, что уплотнение сухого песчаного грунта ведет к изменению его проч-

ностных характеристик, что приводит к существенному изменению глубин проникания ударников [16]. При подготовке образцов в работах [7–15] плотность насыпного песка составляла 1300–1600 kg/m<sup>3</sup>. Влияние предварительного уплотнения сухого песка на ударную сжимаемость исследовалось в работах [11,12], где начальная плотность достигала 1620 kg/m<sup>3</sup>. Исключения составляют плосковолновые эксперименты [13], где средняя плотность сухого песка составляла 1730 kg/m<sup>3</sup>, однако ударные адиабаты были построены по двум точкам в диапазоне давлений 1–10 GPa. Таким образом, достоверные экспериментальные результаты по непосредственному определению динамических характеристик уплотненного грунта практически отсутствуют.

Ранее был предложен экспериментально-расчетный метод определения динамической сжимаемости и сдвиговой прочности грунта на основе сочетания физического и численного моделирования процессов удара и проникания [17]. Методика обращенного ударного эксперимента с использованием мерного стержня с плоским торцом [18] позволяет определять ударную сжимаемость сухого песка повышенной плотности 1700–1850 kg/m<sup>3</sup> [19]. В работе [20] показано, что сдвиговые характеристики грунтовых сред коррелируют со значениями силы сопротивления на квазистационарной стадии внедрения [21,22]. В настоящей работе развивается подход, предложенный в [18–22], и представлены новые экспериментальные результаты по исследованию динамической сжимаемости и сопротивлению сдвигу уплотненного водонасыщенного грунта, что имеет важное значение при решении прикладных задач проникания твердых тел в грунтовые среды.

## 1. Особенности динамических испытаний водонасыщенного грунта в обращенной постановке

Простая и эффективная методика определения ударной сжимаемости мягких грунтов в обращенном эксперименте изложена в работе [19]. Эта методика позволяет определять динамическую сжимаемость мягких грунтов в диапазоне давлений, который трудно исследовать модифицированным методом Кольского [10] и методом плосковолновых ударных экспериментов [8].

Суть методики [19] для определения ударной сжимаемости мягких грунтов сводится к следующему. Контейнер, заполненный грунтом с плотностью  $\rho_0$ , разгоняется до нужных скоростей и наносит удар по плоскому торцу мерного стержня, в котором формируется упругий импульс деформаций  $e(t)$ . Регистрация этого импульса тензодатчиками, наклеенными на поверхности мерного стержня, позволяет определить усилие  $F$ , действующее на ударник при взаимодействии со средой, по известному соотношению  $F(t) = Ee(t)S_0$ , где  $E$  — модуль упругости стержня,  $S_0$  — площадь поперечного сечения. Из соотношений Гюгонио на контактной границе стержень–грунт определяется скорость ударной волны  $D$  в зависимости от массовой скорости  $u$ :  $D(u) = F/(\rho_0 u S_0)$ ,  $u = V_0 - F/(\rho c_0 S_0)$ , где  $c_0$  — скорость распространения продольной волны в стержне,  $\rho$  — плотность материала стержня.

Динамическая сжимаемость грунта, как и ряда других сжимаемых материалов, описывается ударной адиабатой, которая может быть представлена в виде линейной зависимости

$$D = A + bu. \quad (1)$$

Константа  $A$  близка к скорости распространения плоской волны сжатия в грунте при малых давлениях,  $b$  характеризует предельную сжимаемость грунта [1].

Известно [4,5], что скорость распространения плоской волны в грунте растет с увеличением водонасыщения, растет также и скорость волны разгрузки. Следствием этого при прочих равных условиях является меньшая длительность импульса сжатия, возбуждаемого в мерном стержне при ударе по нему контейнером с водонасыщенным песком, по сравнению с сухим грунтом [23,24]. При этом нарушается условие, при котором импульс не диспергирует. Таким образом, в случае водонасыщенных грунтов определение усилия, действующего на ударник по значениям импульса деформации, регистрируемого на достаточно большом удалении от плоскости соударения на поверхности мерного стержня, наталкивается на известную проблему, связанную с искажением формы и амплитуды импульса за счет дисперсии при распространении его в мерном стержне, отмеченную еще Г. Кольским [25], Р. Дейвисом [26] и другими авторами [27–33].

### 1.1. Условия проведения обращенных экспериментов

Эксперименты проводились с песчаной смесью естественного состава, из которой были удалены частицы крупнее 1 mm и менее 0.1 mm. Метаемые контейнеры заполнялись сухим песком, который затем слегка уплотнялся. Контейнеры взвешивались для определения плотности сухого песка, а затем постепенно заливались определенным количеством воды до полного насыщения песка. Контейнеры повторно взвешивались для определения плотности водонасыщенного песка и его влажности относительно его начальной плотности. Средняя плотность исходного сухого песка и водонасыщенной естественной смеси составляла соответственно 1750 и 2090 kg/m<sup>3</sup>. Песок в основном состоит из частиц кварца, плотность которого 2650 kg/m<sup>3</sup>, таким образом, пористость песка составляет 0.34. При полном заполнении этих пустот водой плотность влажного песка должна возрасти на величину 340 kg/m<sup>3</sup>, и плотность водонасыщенного песка должна быть равна 2090 kg/m<sup>3</sup>, что практически имело место при проведении экспериментов.

Стальной мерный стержень имел диаметр  $d = 2a = 0.0205$  m и длину 1.5 m; плотность материала стержня была равна  $\rho = 8050$  kg/m<sup>3</sup>, модуль Юнга  $E = 186$  GPa, предел текучести 2 GPa, скорость распространения волны в стержне  $c_0 = \sqrt{E/\rho} = 4807$  m/s.

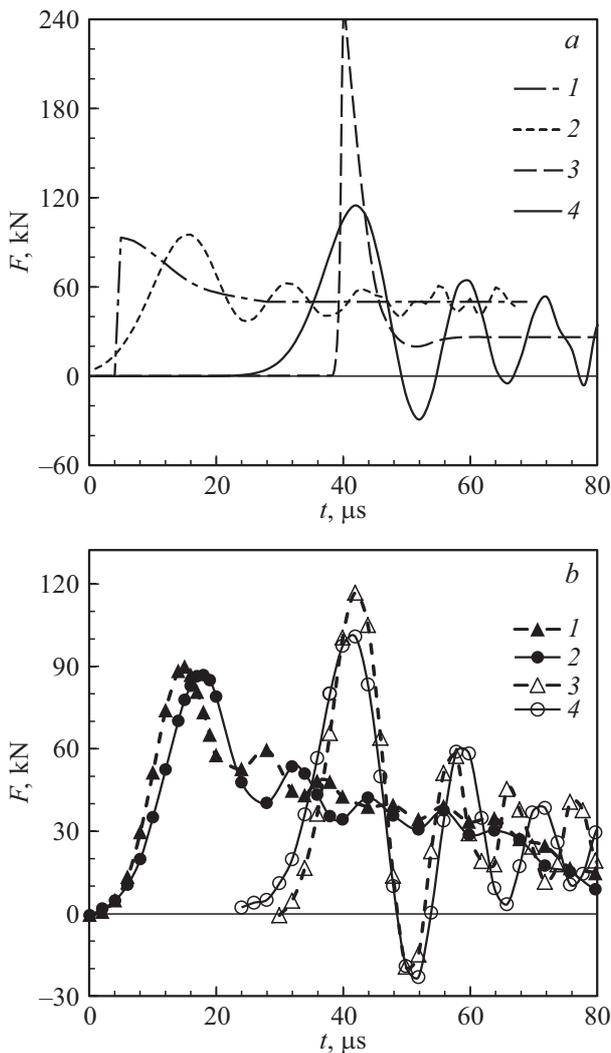
На рис. 1 представлены зависимости силы сопротивления внедрению от времени ударника с плоским передним торцом в сухой (кривые 1, 2) и водонасыщенный (кривые 3, 4) песчаный грунт при близких скоростях удара (182 и 192 m/s соответственно), полученные в численных расчетах (а) и в обращенных экспериментах (б).

Результаты численных расчетов [24] на рис. 1, а представляют значения силы сопротивления в сечении мерного стержня на расстоянии 0 и 0.96 m от его торца, данные экспериментов на рис. 1, б соответствуют показаниям тензорезисторов на поверхности мерного стержня на расстоянии 0.46 и 0.96 m от ударяемого торца. Временные зависимости смещены по оси времени для удобства представления.

Отметим влияние геометрической дисперсии при распространении импульса деформации в мерном стержне, которое проявляется в уменьшении амплитуды и крутизны фронта импульса, увеличении его длительности, появлению колебаний на заднем фронте.

### 1.2. Определение квазистационарного значения силы сопротивления

Далее проводится экспериментально-расчетное определение квазистационарного значения силы сопротивления внедрению в водонасыщенный песок ударника с плоским торцом с учетом дисперсионных эффектов. В работах [32–37] предложены поправки на дисперсию для коррекции формы импульса, основанные на точном решении Похгаммера–Кри для бесконечного упругого



**Рис. 1.** Зависимости силы сопротивления внедрению от времени, полученные в численных расчетах (а) и в обращенных экспериментах (б) при скоростях внедрения 182 и 192 м/с соответственно в сухой и водонасыщенный грунт.

цилиндра и применении преобразования Фурье. В эксперименте импульс деформаций на поверхности мерного стержня с достаточной точностью можно представить в дискретном виде набором точек  $e_n = e(t_n)$ ,  $t_n = n\Delta t$ ,  $n = \overline{0, N-1}$ , где  $\Delta t$  — шаг дискретизации. Влияние дисперсии при распространении импульса на расстояние  $z_0$  от торца стержня приводит [32] к сдвигу по частоте на величину  $\Delta\varphi$  в каждой гармонике ряда Фурье

$$\tilde{e}_n = \sum_{k=0}^{N/2} C_k \cos \frac{2\pi k(n + \tilde{\varphi}_k)}{N},$$

$$\tilde{\varphi}_k = \varphi_k + \Delta\varphi_k, \quad \Delta\varphi_k = \omega_k z_0 \left( \frac{1}{c_0} - \frac{1}{c(\omega_k)} \right),$$

$$\omega_k = \frac{2\pi k(N-1)}{N\Delta t},$$

где  $C_k$  и  $\varphi_k$ ,  $k = 0, \dots, N/2$  — амплитуды и фазы гармоник ряда Фурье. Зависимость фазовой скорости от частоты  $c(\omega)$  определяется из решения дисперсионного уравнения.

Известны модификации методики восстановления импульса, основанные на точном решении Р. Дейвиса задачи о распространении продольной гармонической волны в упругом круговом цилиндре с учетом неравномерности распределения деформаций вдоль поперечного сечения [34,36]. В этом случае корректируются также коэффициенты разложения  $C_k$ :

$$\tilde{F} = S_0 \sum_{k=0}^{N/2} M_2 \tilde{C}_k \cos \frac{2\pi k(n + \tilde{\varphi}_k)}{N}, \quad (2)$$

$$\tilde{C}_k = M_1 C_k, \quad M_1 = \frac{2 \left( 1 + \frac{1-SZ}{Z-1} \right)}{\frac{\eta a J_0(\eta a)}{J_1(\eta a)} + \frac{(1-SZ) \chi a J_0(\chi a)}{(Z-1) J_1(\chi a)}},$$

$$S = \frac{1-2\nu}{1-\nu},$$

$$Z = (1+\nu) \left( \frac{c(\omega)}{c_0} \right)^2, \quad \eta = s \sqrt{SZ-1}, \quad \chi = s \sqrt{2Z-1},$$

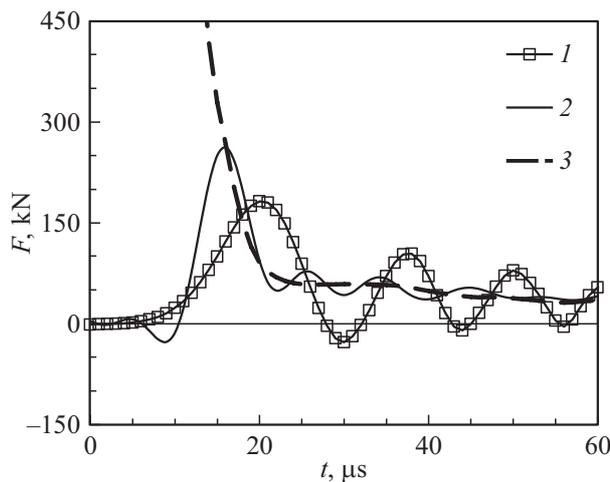
$$M_2 = E \left( \frac{c(\omega)}{c_0} \right)^2, \quad c_0 = \sqrt{E/\rho},$$

где  $\nu$  — коэффициент Пуассона,  $J_0, J_1$  — функции Бесселя,  $s$  — волновое число. Умножение каждой гармоники ряда Фурье на множитель  $M_1$  преобразует деформацию на поверхности мерного стержня в среднюю по поперечному сечению деформацию, введение множителя  $M_2$  позволяет рассчитать среднее напряжение [37].

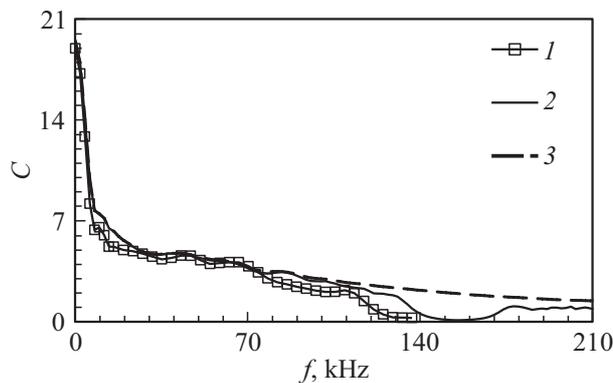
Для верификации применяемой методики коррекции формы импульса ранее проводилось [24,38] численное моделирование динамического процесса формирования ударного импульса на основе модифицированного метода Годунова и распространения его в мерном стержне в рамках схемы „крест“ с учетом осевой симметрии в постановке, соответствующей обращенному эксперименту.

Рассмотрим один из результатов обращенного эксперимента, в котором контейнер с водонасыщенным грунтом наносит удар со скоростью  $V_0 = 320$  м/с по плоскому торцу мерного стержня. Напряжения на поверхностях контакта стержня и грунта в момент удара равны, что с учетом (1) позволяет получить уравнение для определения массовой скорости  $u$ , соответствующей скорости удара  $V_0$ :  $\rho c(V_0 - u) = \rho_0(A + bu)u$ , где  $c$  — скорость распространения продольной волны в полупространстве ( $c = 5600$  м/с). Решая уравнение, получаем скорость  $u = 283$  м/с, максимальное напряжение 1.4 ГПа. Соответствующее максимальное значение силы, действующей на передний торец стержня, составляет 450 кН [38].

На рис. 2 представлены силы сопротивления внедрению ударника в водонасыщенный грунт со скоростью 320 м/с. Кривая 1 соответствует усилию  $F =$



**Рис. 2.** Импульсы силы, соответствующие деформации на поверхности мерного стержня, полученные в обратном эксперименте (кривые 1 и 2) и численном расчете [38] (кривая 3).



**Рис. 3.** Амплитудный спектр импульсов в мерном стержне.

$= Ee(t)S_0$ , где импульс деформации  $e(t)$  зарегистрирован на поверхности мерного стержня на расстоянии 0.96 м от его торца; кривая 2 представляет экспериментальные данные с поправкой на дисперсию с учетом неравномерности распределения деформации по поперечному сечению стержня по формулам (2); кривая 3 представляет результаты численных расчетов [38]. Для удобства представления импульсы смещены по оси времени к началу координат.

Отметим существенное отличие максимальных значений, полученных в расчете и в эксперименте, и близость результатов на квазистационарной стадии внедрения.

На рис. 3 представлено спектральное разложение импульса деформации, распространяющегося по стержню ( $f = \omega/(2\pi)$ ). Кривые 1 и 2 соответствуют результатам эксперимента и численного расчета на расстоянии 0.96 м от торца стержня, кривая 3 представляет спектр расчетного импульса на торце стержня (показан кривой 3 на рис. 2). Отметим, что при частоте более  $f_k \approx 140$  kHz амплитуда импульса, распространяющегося

в стержне, обращается в нуль, в то время как амплитуда исходного импульса на торце стержня отлична от нуля.

Данная частота, как отмечалось ранее [24,36–38], является критической для стержня данного радиуса. Для сухого песчаного грунта влияние дисперсии мало, так как спектр импульса сжатия практически не содержит частот, превышающих граничную частоту 140 kHz (для стержня диаметром 20.5 mm) [25,26]. В случае водонасыщенного грунта длительность импульса сжатия, возникающего в стержне, значительно меньше, в спектре сигнала появляются компоненты с частотой 140 kHz и выше, которые подвержены сильной дисперсии. Поэтому происходит искажение формы импульса сжатия в стержне и уменьшение его максимального значения [23,24].

Таким образом, применяемая процедура коррекции формы импульса не позволяет определить максимум столь короткого импульса, однако значение силы сопротивления на квазистационарной стадии внедрения, устанавливающейся после резкого спада, определяется достаточно точно.

### 1.3. Оценка максимального значения силы сопротивления

Примем для зависимости деформации на поверхности мерного стержня от времени следующую аппроксимацию:

$$e(t) = (A_M - A_0)e^{-\alpha t} + A_0, \quad t \geq 0, \quad \alpha > 0. \quad (3)$$

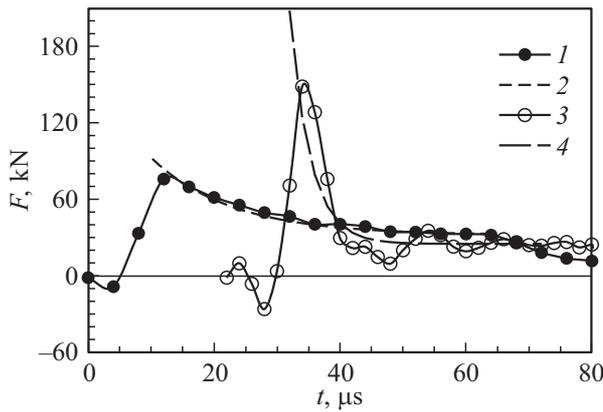
Зависимость (3) характеризуется тем, что при  $t = 0$  деформация  $e$  принимает максимальное значение  $A_M$ , а при  $t \gg 0$  отличие от постоянного значения  $A_0$  становится пренебрежимо малым. При соответствующем выборе параметров  $A_M$ ,  $A_0$  и  $\alpha$  зависимость (3) будет аппроксимировать импульс на торце мерного стержня.

При распространении импульса  $e(t)$  в упругом мерном стержне при отношении радиуса стержня к длине волны  $a/\Lambda > 0.1$  он подвержен действию дисперсии во временной области, однако его амплитудный спектр  $C(f)$  в частотной области не меняется. Принимая во внимание свойство площади преобразования Фурье  $C(0) = \int_{-\infty}^{\infty} e(t)dt$  и теорему Парсеваля

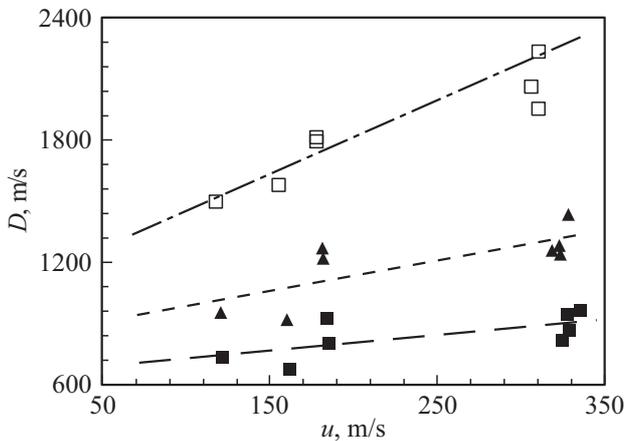
$\int_{-\infty}^{\infty} (e(t))^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} (C(f))^2 df$ , вычислим площадь и энергию сигнала для аппроксимации  $e(t)$  в виде (3) на промежутке времени  $[0, \tau]$

$$\int_0^{\tau} ((A_M - A_0)e^{-\alpha t} + A_0) dt \approx \frac{A_M - A_0}{\alpha} + A_0\tau, \quad (4)$$

$$\int_0^{\tau} ((A_M - A_0)e^{-\alpha t} + A_0)^2 dt \approx \frac{1}{2} \frac{A_M^2 + 2A_M A_0 - 3A_0^2}{\alpha} + A_0^2\tau.$$



**Рис. 4.** Восстановленные зависимости силы сопротивления внедрению от времени в сухом и водонасыщенном грунте, полученные при учете поправки на дисперсию (2) и их аппроксимации по формулам (3)–(5).



**Рис. 5.** Ударные адиабаты водонасыщенного грунта, полученные по результатам обращенных экспериментов, с поправкой на дисперсию (2), экспоненциальная оценка снизу по формулам (3)–(5).

Величина промежутка  $\tau$  соответствует времени установления квазистационарного значения  $A_0$  в обращенном эксперименте. Приближенные равенства становятся точными при  $\tau = \infty$ , однако при величине  $\tau \approx 50 \mu s$ , наблюдаемой в экспериментах, погрешность вычислений по формулам (4) не превышала 1%. Левые части равенств (4) вычисляем на основе экспериментальных данных  $e_n = e(t_n)$  на промежутке времени  $[0, \tau]$ :  $S = \sum_{n=0}^l e_n$

$$I = \sum_{n=0}^l (e_n)^2, t_l < \tau < t_{l+1}.$$

Таким образом, при известных  $A_0$  и  $\tau$  для определения параметров  $A_M$  и  $\alpha$  имеем систему двух уравнений

$$\begin{aligned} \frac{A_M - A_0}{\alpha} &= S - A_0 \tau, \\ \frac{A_M^2 + 2A_M A_0 - 3A_0^2}{\alpha} &= 2(I - A_0^2 \tau). \end{aligned} \quad (5)$$

Как было отмечено в разд. 1.2, при достижении критической частоты  $f_k \approx 140 \text{ kHz}$  амплитуда  $C(f_k)$  обращается в нуль (см. также рис. 3), в то время как амплитуда искомого импульса отлична от нуля. В силу теоремы Парсеваля полученные на основе интеграла в (4) значения параметров аппроксимации (3) дадут оценку снизу для максимального значения импульса деформации в стержне.

На рис. 4 приведены зависимости силы сопротивления внедрению от времени в сухом и водонасыщенном грунтах, определенные по значениям импульсов деформации на поверхности мерного стержня, измеренным на расстоянии 0.96 m от ударяемого торца при учете поправок на дисперсию по формулам (2) и их аппроксимации по формулам (3).

Исходные импульсы, полученные в обращенном эксперименте, приведены на рис. 2.

Отметим, что в случае сухого песчаного грунта применение процедуры коррекции по формулам (3)–(5) практически не сказывается на максимальном значении импульса, экспоненциальная аппроксимация (3) достаточно точно повторяет форму импульса во времени от максимального до квазистационарного значения. Для водонасыщенного грунта поправка на дисперсию приводит к увеличению максимального значения силы в 1.5 раза, оценка оказывается большей еще на 40%.

На рис. 5 приведены  $D(u)$  ударные адиабаты водонасыщенного грунта, полученные в ходе обработки данных обращенных экспериментов (темные квадраты), полученные по методике [19] и с учетом поправки на дисперсию по формулам (2) (темные треугольники) и на основе оценки по формулам (3)–(5) (светлые квадраты); прямые линии представляют линейные МНК аппроксимации (1).

## 2. Идентификация ударной сжимаемости грунта

Ударная адиабата (1), представленная в виде линейной зависимости  $D(u)$  и полученная в плосковолновых экспериментах с помощью соотношений Гюгоню  $\sigma = \rho_0 D u$ ,  $\theta = u/D$ , может быть преобразована к виду  $\sigma(\theta) = \rho_0 A^2 \theta / (1 - b\theta)^2$ , где  $\theta = 1 - \rho_0/\rho$  — объемная деформация,  $\rho_0$  и  $\rho$  — начальная и текущая плотность грунта,  $\sigma(\theta)$  — зависимость напряжения от объемной деформации.

Для проведения расчетов процессов удара и проникания в грунт в широком диапазоне изменения параметров удобной аппроксимацией ударной адиабаты мягких грунтов является модель пористой среды [39–43]

$$\begin{aligned} \frac{\rho_0}{\rho} &= \sum_{i=1}^3 \alpha_i \left( \frac{\sigma}{B_i} + 1 \right)^{1/n_i}, \\ B_i &= \frac{\rho_{i0} c_{i0}^2}{n_i}, \quad i = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  — объемные концентрации свободной пористости (защемленного воздуха и/или других газов),

**Таблица 1.** Параметры ударных адиабат воды [41] и кварца [39]

| $i$ | $\rho_{i0}, \text{kg/m}^3$ | $B_i, \text{MPa}$ | $n_i$ | $c_{i0}, \text{m/s}$ |
|-----|----------------------------|-------------------|-------|----------------------|
| 2   | 1000                       | 304.5             | 7.15  | 1475                 |
| 3   | 2650                       | 9118.7            | 4     | 3710                 |

жидкости (воды) и кварца;  $\rho_{i0}$  и  $c_{i0}$ ,  $i = 1, 2, 3$  — плотности и скорости распространения продольных волн соответствующих в компонентах,  $\rho_0 = \alpha_1\rho_{10} + \alpha_2\rho_{20} + \alpha_3\rho_{30}$ ,  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$ .

Известные значения констант уравнения (6), относящиеся к параметрам ударных адиабат воды и кварца [39–42], приведены в табл. 1.

Величины  $\rho_{10}$ ,  $B_1$ ,  $n_1$ , соответствующие сжимаемости начальной свободной пористости, не связаны со сжимаемостью газового компонента и определяются для каждого грунта отдельно по результатам экспериментов.

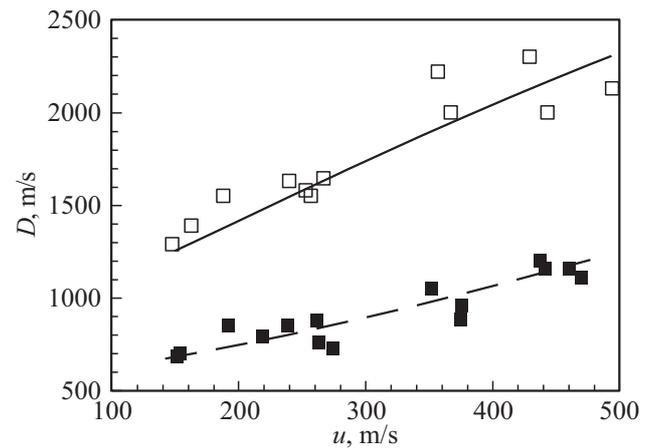
## 2.1. Результаты плосковолновых экспериментов

Известны результаты экспериментов по определению параметров ударной адиабаты фракционированного сухого и водонасыщенного песка [1]. Плотность сухого песка для различных фракций изменялась в диапазоне 1300–1600  $\text{kg/m}^3$ , скорости удара принимали значения от 500 до 1900  $\text{m/s}$ . Средняя плотность образцов песка, содержащего 3% глины, в экспериментах [9] составляла 1730  $\text{kg/m}^3$ , скорости удара также превышали 500  $\text{m/s}$ .

Ранее были получены результаты плосковолновых экспериментов [8] с образцами песка с размерами частиц 0.2–0.315  $\text{mm}$  в диапазоне 100–500  $\text{m/s}$ , в котором существенны сдвиговые свойства песчаного грунта. Плотность сухого песка составила  $1600 \pm 50 \text{ kg/m}^3$ , плотность водонасыщенного песка —  $1900 \pm 50 \text{ kg/m}^3$ .

Приведем параметры уравнения состояния (6) для сухого и влажного грунтов. Величина плотности свободного пространства задавалась равной плотности воздуха  $\rho_{10} = 1.300 \text{ kg/m}^3$ , а параметры  $B_1$  и  $n_1$  подбирались методом наименьших квадратов из условия наилучшего соответствия результатам эксперимента для сухого грунта. При значениях параметров  $\alpha_1 = 0.395$ ,  $\alpha_2 = 0.001$ ,  $\alpha_3 = 0.59$ , начальной плотности  $\rho_0 = 1565 \text{ kg/m}^3$  и влажности грунта  $w = 0.1\%$ , значения искомых констант составили  $B_1 = 180 \text{ MPa}$  и  $n_1 = 0.4$ . Влажность грунта определялась по формуле  $w = \frac{\rho_0 - \alpha_3\rho_{30}}{\alpha_3\rho_{30}} \cdot 100\%$ . Для грунта с влажностью  $w = 19.2\%$  при значениях параметров  $\alpha_1 = 0.11$ ,  $\alpha_2 = 0.3$ ,  $\alpha_3 = 0.59$  начальная плотность грунта составила  $\rho_0 = 1864 \text{ kg/m}^3$ .

На рис. 6 представлены ударные адиабаты песка с размерами частиц 0.2–0.315  $\text{mm}$ : светлые и темные квадраты соответствуют данным плосковолновых экспериментов [8] для сухого и влажного песчаного грунта, штриховая и сплошная линии соответствуют данным,



**Рис. 6.** Ударные адиабаты песка с размерами частиц 0.2–0.315  $\text{mm}$  и влажностью 0.1 и 19.2%, полученные в результате плосковолновых экспериментов [8] и в рамках модели трехкомпонентной среды (6).

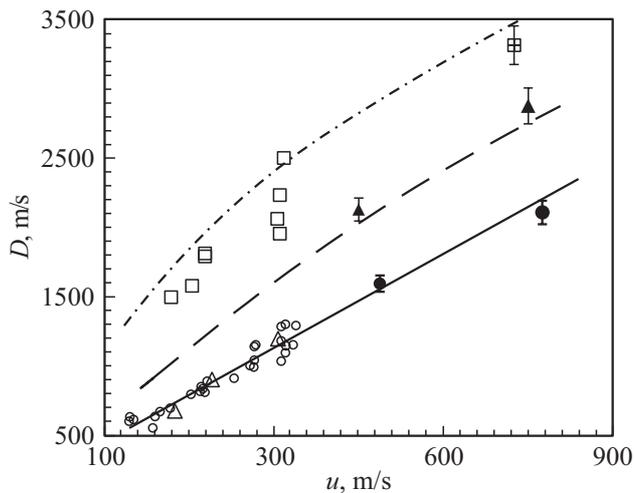
полученным по формуле (6) для грунтов с влажностью  $w = 0.1$  и 19.2%. Отметим хорошее соответствие аппроксимации (6) результатам плосковолновых экспериментов [8] при предложенном способе определения констант сжимаемости начальной свободной пористости.

## 2.2. Ударная адиабата водонасыщенного грунта

Для определения параметров ударной адиабаты (1) водосодержащего уплотненного грунта применим подход разд. 2.1 к результатам обращенных экспериментов, так как результатов плосковолновых экспериментов для грунтов с плотностью более 1600  $\text{kg/m}^3$  получено недостаточно. В работе [19] получены зависимости максимальной силы сопротивления от скорости удара  $F(V_0)$  при взаимодействии песчаного грунта средней плотности  $\rho_0 = 1725 \text{ kg/m}^3$  и  $w = 0.1\%$  с цилиндрическим стержнем с плоским передним торцом, определены константы ударной адиабаты (1)  $A = 455 \text{ m/s}$ ,  $b = 2.25$  [19].

При значениях параметров трехкомпонентной смеси  $\alpha_1 = 0.3486$ ,  $\alpha_2 = 0.001$ ,  $\alpha_3 = 0.6504$ , начальной плотности  $\rho_0 = 1730 \text{ kg/m}^3$  и влажности грунта  $w = 0.1\%$  определены значения констант уравнения (6), отвечающих пористому компоненту, которые составили  $B_1 = 103 \text{ MPa}$  и  $n_1 = 1.4$ . Для грунта с влажностью  $w = 18\%$  и начальной плотностью  $\rho_0 = 2035 \text{ kg/m}^3$  получены значения параметров уравнения (6):  $\alpha_1 = 0.0396$ ,  $\alpha_2 = 0.31$ ,  $\alpha_3 = 0.6504$ .

На рис. 7 представлены ударные адиабаты песчаной смеси с размерами частиц 0.1–1.0  $\text{mm}$  начальной плотности 1730  $\text{kg/m}^3$ : светлые кружки, треугольники и квадраты соответствуют данным обращенных экспериментов [19], полученным при влажности  $w = 0.1$ , 10 и 18% соответственно; аналогично темные кружки, треугольники и квадрат соответствуют данным плосковолновых экспериментов [9], сплошная, штриховая и



**Рис. 7.** Ударные адиабаты песка начальной плотности  $1730 \text{ kg/m}^3$  и влажности 0,1, 10 и 18%, полученные в результате обращенных экспериментов [19] (светлые маркеры), плоскостных экспериментов [9] (темные маркеры) и по модели трехкомпонентной среды (6) (линии).

**Таблица 2.** Константы ударной адиабаты  $D(u)$  для песка различной влажности

| № | $w, \%$ | $\rho_0, \text{kg/m}^3$ | $A, \text{m/s}$ | $b$  |
|---|---------|-------------------------|-----------------|------|
| 1 | 0,1     | 1725                    | 455             | 2,25 |
| 2 | 10      | 1895                    | 645             | 3,2  |
| 3 | 18      | 2035                    | 1290            | 3,6  |
| 4 | 20      | 2075                    | 1700            | 3,5  |

штрихпунктирные линии получены по формуле (6) в рамках модели трехкомпонентной среды.

Из рис. 7 видно, что ударные адиабаты сухого песка, полученные на основе экспериментальных данных [9,19] и в рамках модели трехкомпонентной среды (6), хорошо совпадают друг с другом при сохранении линейной зависимости  $D(u)$  в диапазоне скоростей 50–750 м/с. Для практически полностью водонасыщенного песка (степень водонасыщения 90%) также наблюдается соответствие модели (6) и экспериментальных данных [9,19], при этом зависимость  $D(u)$  имеет нелинейный характер. Ударная адиабата  $D(u)$  для песка влажности 10% (степень водонасыщения 50%) при массовых скоростях до 300 м/с практически совпадает с ударной адиабатой сухого песка [19], что отличается от предсказываемых по модели (6). При скоростях, не превышающих 750 м/с, наблюдается соответствие данных модели трехкомпонентной среды и эксперимента [9].

Таким образом, показана применимость модели трехкомпонентной среды (6) к описанию ударной адиабаты грунта при отсутствии влаги и при состоянии, близком к полному водонасыщению грунта, что также подтверждает достоверность оценки ударной адиабаты по формулам (3)–(5).

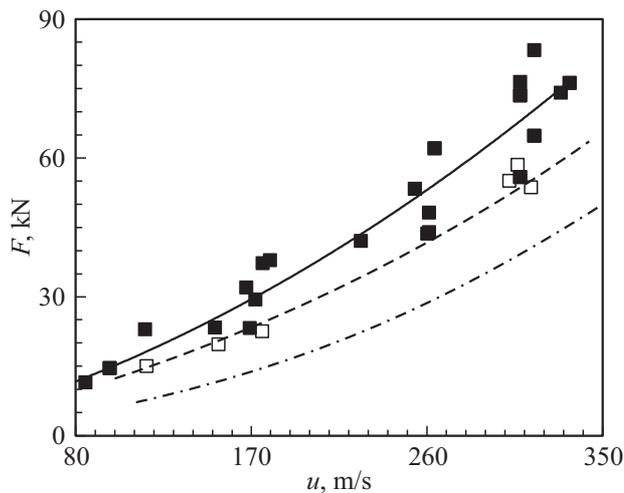
Константы ударной адиабаты (1) на основе уравнения (6) модели трехкомпонентной среды, полученные при изменении массовой скорости  $u$  в диапазоне от 50 до 350 м/с для песка различной влажности, сведены в табл. 2.

### 2.3. Сопротивление сдвигу водонасыщенного песка

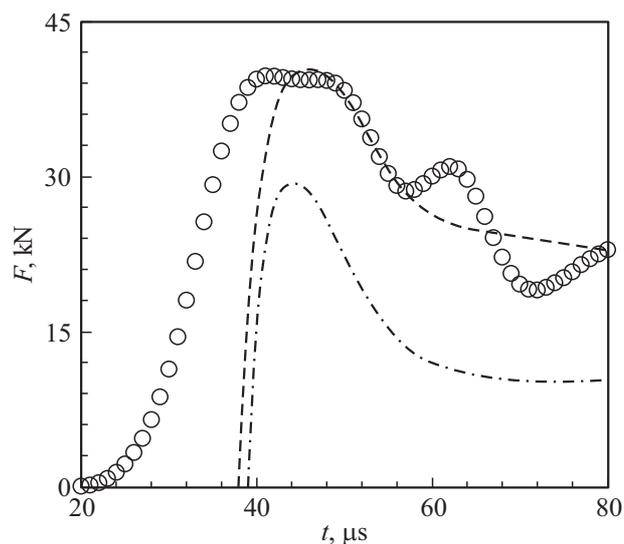
Ранее проводился расчетно-экспериментальный анализ чувствительности силы сопротивления внедрению в сухой песок к изменению параметров модели мягкой грунтовой среды [17]. Было показано, что результаты экспериментов с применением цилиндрических ударников с плоским торцом, для которых различие между силами сопротивления на начальной и квазистационарной стадиях максимально, могут успешно применяться для идентификации сдвиговых характеристик грунтовой среды [17]. Был построен сходящийся итерационный процесс уточнения текущих значений материальных функций в образце путем минимизации рассогласования расчетных и экспериментальных данных в ходе выполнения серии вычислительных экспериментов. На основании результатов обращенных экспериментов по прониканию в сухой песчаный грунт ударников с плоскими и полусферическими оголовками при скоростях удара 50–450 м/с были определены параметры ударной адиабаты [19] и зависимости предела текучести от давления [20], значения которых близки к значениям, полученным по результатам испытаний песка в обойме [11,15].

В настоящей работе экспериментально-расчетный метод [17] был применен и для определения параметров зависимости предела текучести от давления, характеризующей сопротивление сдвигу водонасыщенного песка. Грунт описывается в рамках модели упругопластической грунтовой среды [3,4], выражающей законы сохранения массы, импульса. Сдвиговое деформирование описывалось уравнениями теории пластического течения. Уравнения записывались в цилиндрической системе координат в дифференциальной форме. Система дифференциальных уравнений в частных производных замыкается конечными соотношениями [20–22], определяющими динамическую сжимаемость и сопротивление сдвигу грунтовой среды. Поверхностное трение в численных расчетах не учитывалось, так как смещения частиц грунта вдоль плоского торца стержня–ударника практически отсутствуют, а обтекание грунтовым потоком примыкающей к торцу цилиндрической части носит кавитационный характер.

Сопротивление сдвигу можно описать дробно-рациональной зависимостью предела текучести грунта от давления  $\sigma(p) = kp/(1 + kp/Y)$ , где  $k$  — коэффициент внутреннего трения,  $Y$  — максимальное значение предела текучести; величиной сцепления для данного типа грунта можно пренебречь. Необходимая в расчете зависимость давления от объемной деформации (плот-



**Рис. 8.** Значения силы сопротивления внедрению в сухой и водонасыщенный песчаный грунт ударника с плоским торцом оголовком на квазистационарной стадии внедрения (эксперимент и численный расчет).



**Рис. 9.** Зависимость силы сопротивления внедрению в водонасыщенный песчаный грунт ударника с полусферическим оголовком со скоростью 282 м/с (эксперимент и численный расчет).

ности) принимается в виде  $p(\theta) = \rho_0 a^2 \theta / (1 - b\theta)^2$ , где  $a = A / \sqrt{1 + 2k/3}$  [15].

По результатам серии расчетов получены следующие значения параметров уравнения состояния водонасыщенного песка:  $A = 1300$  м/с,  $b = 3.6$ ,  $k = 0.5$ ,  $Y = 50$  МПа. Для сухого песка ранее были получены:  $A = 455$  м/с,  $b = 2.25$ ,  $k = 1.2$  и  $Y = 300$  МПа [19].

Ниже приведены результаты численных расчетов проникания в водонасыщенный песчаный грунт цилиндрического ударника с плоским передним торцом в упругопластической постановке. Для сравнения приведены результаты расчетов в гидродинамической постановке,

когда грунт описывается моделью нелинейной сжимаемой жидкости с той же ударной адиабатой, но при полном отсутствии сопротивления сдвигу ( $k = Y = 0$ ,  $a = A$ ).

На рис. 8 представлены значения силы сопротивления в сухой и водонасыщенный песок на квазистационарной стадии внедрения в зависимости от массовой скорости  $u$ . Светлыми и темными квадратами показаны результаты обращенных экспериментов с применением сухого и водонасыщенного песка соответственно, сплошная и штриховая линии соответствуют результатам численных расчетов по внедрению ударника в сухой и водонасыщенный песок (строки 1 и 3 табл. 2); штрихпунктирной линией обозначены результаты расчетов в гидродинамической постановке (параметры ударной адиабаты представлены в строке 4 табл. 2).

На рис. 9 приведены зависимости от времени силы сопротивления внедрению ударника с полусферическим оголовком в водонасыщенный песчаный грунт со скоростью  $V_0 = 282$  м/с. Светлые точки соответствуют результатам обращенного эксперимента, штриховой и штрихпунктирной линиями обозначены результаты численных расчетов соответственно, при учете сдвиговых свойств и без их учета, т.е. в гидродинамической постановке.

Из рис. 8 и 9 видно, что квазистационарные значения сил сопротивления внедрению ударников с плоским передним торцом и полусферическим оголовком в грунт, полученные в экспериментах, близки к расчетным значениям при учете сдвиговых свойств в рамках модели сжимаемой упругопластической среды. Результаты расчетов в гидродинамической постановке существенно отличаются от экспериментальных данных.

Таким образом, при практически полном водонасыщении уплотненного песка его сдвиговые свойства снижаются, однако они остаются существенными и их необходимо учитывать. Полученные результаты будут полезны при анализе нагрузок, действующих на головные части твердых деформируемых тел, проникающих в водосодержащие грунты.

## Заключение

Представлены новые результаты динамических испытаний по ударному сжатию уплотненного водонасыщенного песчаного грунта в обращенной постановке. На основании расчетно-экспериментального анализа зависимостей максимальных значений силы сопротивления внедрению от скорости удара определена ударная сжимаемость грунта; получены квазистационарные значения силы сопротивления, которые использовались для определения сопротивления сдвигу в рамках модели сжимаемой упругопластической среды. Показано, что необходимо учитывать сдвиговые свойства уплотненного водонасыщенного грунта в численных расчетах процессов проникания ударников с цилиндрическими и полусферическими оголовками в грунт. Модель грунта

с применением гидродинамического приближения приводит к большим погрешностям в вычислении силы сопротивления внедрению.

Проведена верификация модели трехкомпонентной среды для аппроксимации ударной адиабаты сухого и водонасыщенного грунта на основе известных данных плосковолнового эксперимента для песка малой плотности и полученных в настоящей работе результатов обращенного эксперимента для уплотненного песка. Показана применимость модели к описанию ударной адиабаты грунта как при отсутствии влаги, так и при состоянии, близком к полному водонасыщению грунта.

В то же время при малом содержании влаги модель взаимопроникающих сред (6) может оказаться неприменимой в силу малого размера частиц жидкости [39]. Ударная адиабата песка влажностью  $w = 10\%$ , полученная в обращенных экспериментах с применением цилиндрического ударника с плоским передним торцом в диапазоне скоростей 100–350 м/с, оказывается близка к ударной адиабате сухого песка [19] с погрешностью, не превышающей разброс экспериментальных данных. Параметры ударных адиабат, полученные в рамках модели (6) при  $w = 0.1$  и  $10\%$ , приведены в строках 1 и 2 табл. 2 и отличаются друг от друга в 1.5 раза. Известны также экспериментальные результаты [44], демонстрирующие близость максимальных значений сил сопротивления внедрению ударника с полусферическим оголовком в уплотненный песчаный грунт при влажности  $w = 0.1$  и  $10\%$ . Это свидетельствует о сравнимых величинах сопротивления сдвигу в этих грунтах [45]. Таким образом, зависимость параметров ударной адиабаты от влажности при малом и/или неполном водонасыщении требует дальнейшего исследования.

Работа выполнена при финансировании РФФИ (проекты №№ 16-08-00825, 15-08-07977, 16-01-00524) и гранта № 9.6109.2017/6.7 Госзадания Минобрнауки РФ.

## Список литературы

- [1] Лагунов В.А., Степанов В.А. // ПМТФ. 1963. № 1. С. 88–96.
- [2] Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях / Под ред. Н.А. Златина, Г.И. Мишина. М.: Наука, 1974. 344 с.
- [3] Григорян С.С. // ПММ. 1960. Т. 24. № 6. С. 1057–1072.
- [4] Григорян С.С. // ПМТФ. 1962. № 2. С. 1280–130.
- [5] Ляхов Г.М. // ПМТФ. 1963. № 1. С. 121–124.
- [6] Omidvar M., Iskander M., Bless S. // Int. J. Imp. Eng. 2012. Vol. 49. P. 192–213.
- [7] Дианов М.Д., Златин Н.А., Мочалов С.М. и др. // Письма в ЖТФ. 1976. Т. 2. Вып. 12. С. 529–532.
- [8] Брагов А.М., Грушевский Г.М. // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. Вып. 12. С. 70–72.
- [9] Arlery M., Gardou M., Fleureau J.M., Mariotti C. // Intern. J. Impact Engineer. 2010. Vol. 37. P. 1–10.
- [10] Bragov A.M., Grushevsky G.M., Lomunov A.K. // Exper. Mech. 1996. Vol. 36. N 3. P. 237–242.
- [11] Брагов А.М., Котов В.Л., Ломунов А.К., Сергеичев И.В. // Изв. СО РАН. ПМТФ. 2004. Т. 45. № 4. С. 147–153.
- [12] Song B., Chen W., Luk V. // Mechan. Mater. 2009. Vol. 41. P. 777–785.
- [13] Martin B.E., Chen W., Song B., Akers S.A. // Mechan. Mater. 2009. Vol. 41. P. 786–798.
- [14] Брагов А.М., Ломунов А.К., Сергеичев И.В. и др. // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. Вып. 12. С. 83–87.
- [15] Баландин В.В., Брагов А.М., Игумнов Л.А., Котов В.Л., Ломунов А.К., Константинов А.Ю. // Изв. РАН. МТТ. 2015. № 3. С. 69–77.
- [16] Бивин Ю.К. // МТТ. 2008. № 1. С. 154–160.
- [17] Баженов В.Г., Котов В.Л. // ДАН. 2006. Т. 408. № 3. С. 333–336.
- [18] Баландин В.В., Брагов А.М. // ПППП. Методы решения: Межвуз. сб. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 1991. С. 101–104.
- [19] Брагов А.М., Баландин В.В., Ломунов А.К., Филиппов А.Р. // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. Вып. 11. С. 52–55.
- [20] Баженов В.Г., Брагов А.М., Котов В.Л. // ПМТФ. 2009. Т. 50. № 6. С. 115–125.
- [21] Котов В.Л., Баландин В.В., Брагов А.М., Баландин В.В. // ДАН. 2013. Т. 451. № 3. С. 278–282.
- [22] Брагов А.М., Баландин В.В., Баландин В.В., Котов В.Л. // ЖТФ. 2016. Т. 86. Вып. 6. С. 62–70.
- [23] Баландин В.В., Котов В.Л. // Проблемы прочности и пластичности. 2016. Т. 78. № 4. С. 388–395.
- [24] Котов В.Л., Баландин В.В., Баландин В.В. // Вестник ПНИПУ. Механика. 2016. № 3. С. 97–107.
- [25] Кольский Г. Волны напряжения в твердых телах. М.: ИЛ, 1955. 194 с.
- [26] Дейвис Р.М. Волны напряжений в твердых телах. М.: ИЛ, 1961. 104 с.
- [27] Корнев В.М. // ПМТФ. 1992. № 3. С. 127–131.
- [28] Юношев А.С., Сильвестров В.В. // ПМТФ. 2001. Т. 42. № 3. С. 212–220.
- [29] Bacon C., Lataillade J.-L. Development of the Kolsky-Hopkinson technics and applications for non-conventional testing / In New experimental methods in material dynamics and impact. Nowacki W.K., Klepaczko J.R. (Eds). 2001. Warsaw. Poland. P. 1–58.
- [30] Gary G. Some aspects of dynamic testing with wave-guides / In New experimental methods in material dynamics and impact. Nowacki W.K., Klepaczko J.R. (Eds). 2001. Warsaw. Poland. P. 179–222.
- [31] Брагов А.М., Константинов А.Ю., Медведкина М.В. // Вестник Нижегородского ун-та им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 6 (1). С. 158–162.
- [32] Follansbee P.S., Frantz C. // J. Engineer. Mater. Technol. 1983. Vol. 105. N 1. P. 61–66. doi:10.1115/1.3225620.
- [33] Gorham D. // J. Phys. E: Scientific Instruments. 1983. Vol. 16. P. 477–479. doi:10.1088/0022-3735/16/6/008.
- [34] Tyas A., Pope D.J. // Measurement Sci. Technol. 2005. Vol. 16. N 3. P. 642–652. doi:10.1088/0957-0233/16/3/004.
- [35] Tyas A., Watson A.J. // Measurement Sci. Technol. 2000. Vol. 11. P. 1539–1551.
- [36] Merle R., Zhao H. // Intern. J. Impact Engineer. 2006. Vol. 32. N 12. P. 1964–1980.
- [37] Tyas A., Ozdemir Z. // Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 2014. Vol. 37. N 2. P. 1–11. doi: 10.1098/rsta.2013.0291.
- [38] Котов В.Л., Брагов А.М., Баландин В.В., Баландин В.В. // Письма в ЖТФ. 2017. Т. 43. Вып. 17. С. 64–70.

- [39] Дремин А.Н., Карпунин И.А. // ПМТФ. 1960. № 3. С. 184–188.
- [40] Ляхов Г.М. Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах. М.: Наука, 1982. 288 с.
- [41] Физика взрыва / Под ред. Л.П. Орленко. Изд. 3-е, испр. В 2-х т. Т. 1. М.: Физматлит, 2004. 832 с.
- [42] Адагуров Г.А., Дремин А.Н., Першин С.В., Родионов В.Н., Рябинин Ю.Н. // ПМТФ. 1962. № 4. С. 81–89.
- [43] Grujicica M., Pandurangan B., Qiao R., Cheeseman B.A., Roy W.N., Skaggs R.R., Gupta R. // Soil Dynam. Earthquake Engineer. 2008. Vol. 28. P. 20–35.
- [44] Баландин В.В., Баландин В.В., Брагов А.М., Крылов С.В., Цветкова Е.В. // ПМТФ. 2015. Т. 56. № 6. С. 46–50.
- [45] Баландин В.В., Зефирова С.В., Котов В.Л., Ломунов А.К., Трухин Б.В. // Вестник ННГУ. Серия Механика. 2004. Вып. 1 (6). С. 131–139.