

03,09

Закон дисперсии экситон-поляритонов в условиях действия сильной накачки в области M -полосы люминесценции

© П.И. Хаджи^{1,2}, Л.Ю. Надькин², Д.А. Марков²

¹ Институт прикладной физики АН Молдовы, Кишинев, Молдова

² Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко, Тирасполь, Молдова

E-mail: mizerok@hotmail.ru

(Поступила в Редакцию 10 июля 2017 г.)

Теоретически исследовано двухимпульсное взаимодействие с экситонами и биэкситонами в полупроводниках. Показано, что в условиях действия мощной накачки в области M -полосы люминесценции закон дисперсии несущей волны имеет три ветви. Были найдены значения параметров, при которых может наблюдаться пересечение ветвей законов дисперсии, обусловленное вырождением энергии экситонного уровня. Предсказан эффект существенного изменения силы связи между экситоном и фотоном слабого импульса при изменении интенсивности накачки.

DOI: 10.21883/FTT.2018.04.45671.224

Закон дисперсии экситон-поляритонов при низких уровнях возбуждения, обусловленный экситон-фотонным взаимодействием, состоит из двух ветвей — нижней и верхней поляритонных ветвей. Экситон-поляритоны являются собственными модами сильно связанной системы, состоящей из фотонной моды и экситонного резонанса в полупроводниках. В актуальной точке k -пространства, где собственные энергии механического экситона и фотона одинаковы, возникает расщепление, величина которого пропорциональна константе экситон-фотонного взаимодействия [1–2]. В размерноограниченных системах, таких как квантовые ямы, квантовые доты, микрорезонаторы, это расщепление является значительным, что определяет режим сильной связи (strong coupling) экситона с фотоном [3,4]. При больших уровнях возбуждения возможно связывание экситонов в биэкситоны [2]. В [5] было показано, что в области M -полосы люминесценции, обусловленной излучательной рекомбинацией биэкситона с образованием кванта света и свободного экситона, имеет место закон дисперсии, аналогичный закону дисперсии в экситонной области спектра. Поэтому интерес представляет исследование законов дисперсии экситон-поляритонов при учете однофотонных переходов в экситонной области спектра и в области M -полосы, а также двухфотонного возбуждения биэкситонов из основного состояния кристалла [5–9]. В данном сообщении представлены основные результаты теоретического исследования закона дисперсии в условиях действия мощной накачки в области M -полосы люминесценции и действия слабого импульса в области экситонного перехода с учетом двухфотонного возбуждения биэкситонов полями обоих импульсов.

Пусть на среду падают два ультракоротких импульса резонансного лазерного излучения с частотами ω_1 и ω_2 соответственно (рис. 1). Первый импульс с частотой ω_1

возбуждает экситоны из основного состояния кристалла, второй импульс с частотой ω_2 конвертирует эти экситоны в биэкситоны, а оба импульса одновременно генерируют биэкситоны из основного состояния кристалла благодаря процессу двухфотонного поглощения света (рис. 1). Предполагаем, что длительности импульсов намного меньше времен релаксации экситонов и биэкситонов. В этом случае процессами релаксации можно пренебречь, так как они не успевают срабатывать за время действия импульсов. Если в начальный момент

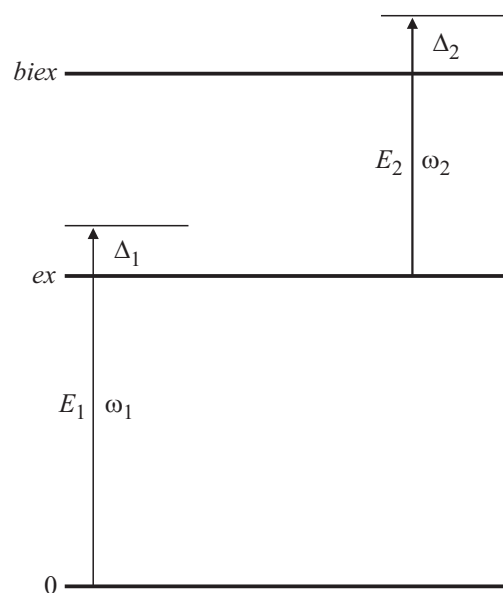


Рис. 1. Схема энергетических уровней исследуемой системы. E_1 и ω_1 — амплитуда и частота волны зондирующего излучения; E_2 и ω_2 — амплитуда и частота волны накачки; 0, ex, biex — основное, экситонное и биэкситонное состояния кристалла соответственно.

времени кристалл находился в основном состоянии (экситоны и биэкситоны в нем отсутствовали), то под действием обоих ультракоротких импульсов в кристалле создается начальная концентрация фотонов с частотами ω_1 и ω_2 , которые генерируют экситоны и биэкситоны и одновременно взаимодействуют с ними. При этом в кристалле устанавливается нестационарный режим изменения плотности экситонов, фотонов и биэкситонов.

Гамильтониан однородно распределенных в кристалле экситонов, фотонов и биэкситонов запишем в виде:

$$H = \hbar\omega_0\hat{a}^+\hat{a} + \hbar\Omega_0\hat{b}^+\hat{b} + \hbar\omega_1\hat{c}_1^+\hat{c}_1 + \hbar\omega_2\hat{c}_2^+\hat{c}_2 - \hbar g(\hat{a}^+\hat{c}_1 + \hat{c}_1^+\hat{a}) - \hbar\sigma(\hat{a}^+\hat{c}_2^+\hat{b} + \hat{b}^+\hat{c}_2\hat{a}) - \hbar\mu(\hat{b}^+\hat{c}_1\hat{c}_2 + \hat{b}\hat{c}_1^+\hat{c}_2^+), \quad (1)$$

где ω_0 и Ω_0 — собственные частоты экситонного и биэкситонного состояний соответственно, ω_1 и ω_2 — частоты фотонов, g — константа экситон-фотонного взаимодействия, σ — константа оптической экситон-биэкситонной конверсии, μ — константа двухфотонной генерации биэкситонов из основного состояния кристалла, \hat{a} , \hat{b} , \hat{c}_1 и \hat{c}_2 (\hat{a}^+ , \hat{b}^+ , \hat{c}_1^+ , \hat{c}_2^+) — операторы уничтожения (рождения) экситонов, биэкситонов и фотонов соответственно. Отметим, что процессы оптической экситон-биэкситонной конверсии и двухфотонного возбуждения биэкситонов, описываемые константами σ и μ , характеризуются гигантскими силами осциллятора [10,11]. Используя гамильтониан (1), легко получить систему гайзенберговских уравнений для операторов \hat{a} , \hat{b} , \hat{c}_1 и \hat{c}_2 . В приближении среднего поля (mean field approximation) после усреднения гайзенберговских уравнений для операторов получаем систему нелинейных дифференциальных уравнений для амплитуд $a = \langle \hat{a} \rangle$, $b = \langle \hat{b} \rangle$, $c_1 = \langle \hat{c}_1 \rangle$, $c_2 = \langle \hat{c}_2 \rangle$:

$$\begin{aligned} i\dot{a} &= \omega_0 a - g c_1 - \sigma b c_2^*, \\ i\dot{b} &= \Omega_0 b - \sigma a c_2 - \mu c_1 c_2, \\ i\dot{c}_1 &= \omega_1 c_1 - g a - \mu b c_2^*, \\ i\dot{c}_2 &= \omega_2 c_2 - \sigma a^* b - \mu b c_1^*. \end{aligned} \quad (2)$$

При этом среднее значение от произведения нескольких операторов факторизуется в виде произведения средних значений каждого из операторов.

Предположим далее, что второй импульс, действующий в области M -полосы люминесценции, является мощным по сравнению с первым импульсом, возбуждающим экситоны из основного состояния кристалла. Слабый импульс лимитирует предельные концентрации экситонов и биэкситонов в кристалле. При этом плотность фотонов мощного импульса намного превосходит плотность всех других квазичастиц: $c_2 \gg c_1, a, b$. Из (2) видно, что в уравнениях для a и c_1 содержится член, пропорциональный $b c_2^*$. Соответствующий ему оператор $\hat{b}\hat{c}_2^+$ описывает состояние с энергией $\hbar(\Omega_0 - \omega_2)$, равной

энергии образования экситонного состояния $\hbar\omega_0$. Следовательно, экситонный уровень и реплика биэкситонного уровня, сдвинутая вниз на энергию фотона мощного импульса, вырождены по энергии. Используя (2), легко получить уравнения движения для выражения $b c_2^*$:

$$i(b c_2^*)^\bullet = (\Omega_0 - \omega_2) b c_2^* + (N - f_2)(\sigma a + \mu c_1), \quad (3)$$

где N и f_2 — плотность биэкситонов и фотонов второго (мощного) импульса соответственно. В приближении среднего поля и в пределе заданного поля второго импульса $c_2 = c_{20} = \text{const}$ и плотности фотонов этого импульса $f_2 = c_{20}^* c_2 = f_{20} = \text{const}$ уравнение (3) принимает вид

$$i(b c_2^*)^\bullet = (\Omega_0 - \omega_2) b c_{20}^* - f_{20}(\sigma a + \mu c_1). \quad (4)$$

Уравнение (4), управляющее временной эволюцией выражения $b c_{20}^*$, является линейным в указанных приближениях. Вместе с уравнениями для a и c_1 они образуют систему из трех линейных уравнений для амплитуд квазичастиц с одной и той же квазиэнергией $\hbar\omega \approx \hbar\omega_1 \approx \hbar(\Omega_0 - \omega_2)$:

$$\begin{aligned} i\dot{a} &= \omega_0 a - g c_1 - \sigma(b c_{20}^*), \\ i\dot{c}_1 &= \omega_1 c_1 - g a - \mu(b c_{20}^*), \\ i(b c_{20}^*)^\bullet &= (\Omega_0 - \omega_2)(b c_{20}^*) - f_{20}(\sigma a + \mu c_1). \end{aligned} \quad (5)$$

Найдем закон дисперсии фотонов слабого импульса в экситонной области спектра в условиях, когда на систему действует мощный импульс в области M -полосы. Беря решения системы (5) в виде $a, c_1, b c_{20}^* \sim \exp(-i\omega t)$, где ω — собственная частота новых поляритонов в экситонной области спектра, получаем следующее кубическое уравнение для определения ω :

$$\begin{aligned} (\omega - \omega_0)(\omega - \omega_1)(\omega - \bar{\omega}_2) - (\omega - \omega_0)\mu^2 f_{20} - (\omega - \omega_1)\sigma^2 f_{20} - g^2(\omega - \bar{\omega}_2) + 2g\sigma\mu f_{20} &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\bar{\omega}_2 = \Omega_0 - \omega_2$, $\omega_1 = c\mathbf{k}_1$, \mathbf{k}_1 — волновой вектор фотонов слабого импульса, возбуждающего экситоны из основного состояния кристалла.

Уравнение (6) имеет три действительных корня, которые представляют собой три ветви поляритонов в экситонной области спектра в условиях, когда на частоте M -полосы $\omega_M = \Omega_0 - \omega_0$ действует мощный импульс накачки. Форма и расположение поляритонных ветвей существенно определяются плотностью фотонов накачки f_{20} . Если ввести частоты Раби

$$\Omega_\sigma^2 = \sigma^2 f_{20}, \quad \Omega_\mu^2 = \mu^2 f_{20}, \quad \Omega_{ex}^2 = g^2, \quad (7)$$

то уравнение (6) можно записать в виде

$$\begin{aligned} (\omega - \omega_0)(\omega - \omega_1)(\omega - \bar{\omega}_2) - (\omega - \omega_0)\Omega_\mu^2 - (\omega - \omega_1)\Omega_\sigma^2 - (\omega - \bar{\omega}_2)\Omega_{ex}^2 + 2\Omega_{ex}\Omega_\sigma\Omega_\mu &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

В (6) и (8) имеются три слагаемые, каждое из которых содержит квадрат соответствующей константы взаимодействия (g, σ либо μ), т.е. эти три слагаемые описывают вклад каждого из процессов (экситон-фотонного взаимодействия, оптической экситон-биэкситонной конверсии и двухфотонного возбуждения биэкситонов из основного состояния кристалла) в отдельности. При этом знак какой-либо из констант по отношению к двум другим в гамильтониане (1) не играет роли. Последнее слагаемое в (6) либо в (8) пропорционально произведению трех квантовых констант: g, σ и μ . Его появление обусловлено одновременным действием (квантовой интерференцией) всех трех процессов. Если хотя бы одна из констант (g, σ или μ) равна нулю, то это слагаемое отсутствует. При этом учет знаков констант или, точнее, фазовые соотношения между константами чрезвычайно важны. Изменение знака одной из констант меняет знак перед последним слагаемым и тогда структура ветвей закона дисперсии изменяется. Поэтому экспериментальное установление особенностей поведения закона дисперсии при одновременном учете всех трех взаимодействий может способствовать установлению фазовых соотношений между константами этих взаимодействий.

Если в (6) либо (8) положить $\sigma = \mu = 0$, т.е. если пренебречь процессами оптической экситон-биэкситонной конверсии и двухфотонного возбуждения биэкситонов, получаем уравнение

$$(\omega - \omega_0)(\omega - \omega_1) - g^2 = 0, \quad (9)$$

решения которого представляют собой две экситон-поляритонные ветви известного закона дисперсии, представленные на рис. 2, а двумя сплошными линиями.

Выражая из (8) волновой вектор k_1 фотона слабого импульса, можно в явном виде представить его зависимость от ω :

$$ck_1 \equiv \omega_1 = \omega - ((\omega - \omega_0)\Omega_\mu^2 + (\omega - \bar{\omega}_2)\Omega_{ex}^2 - 2\Omega_{ex}\Omega_\sigma\Omega_\mu)/((\omega - \omega_0)(\omega - \bar{\omega}_2) - \Omega_\sigma^2). \quad (10)$$

Отсюда видно, что волновой вектор k_1 фотона слабого импульса обращается в бесконечность на частотах $\omega = \omega_\pm$, которые определяются частотой Раби Ω_σ и выражаются формулами:

$$\omega_\pm = (\omega_0 + \bar{\omega}_2 \pm \sqrt{(\omega_0 - \bar{\omega}_2)^2 + 4\Omega_\sigma^2})/2. \quad (11)$$

Эти частоты определяют положение двух квазиуровней, которые возникают в результате расщепления экситонного состояния под действием мощного поля накачки и являются аналогом известной поперечной частоты ω_T экситон-поляритонов. Их существование обусловлено только процессом оптической экситон-биэкситонной конверсии, тогда как процессы двухфотонного возбуждения биэкситонов и экситон-фотонного взаимодействия не оказывают никакого влияния на положение этих

частот. Чем больше плотность фотонов накачки f_{20} , тем больше расходятся частоты ω_+ и ω_- друг от друга.

Закон дисперсии (10) можно представить также в виде

$$ck_1 \equiv \omega_1 = \omega - A/(\omega - \omega_-) - B/(\omega - \omega_+), \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} A &= (\Omega_{ex}^2(\bar{\omega}_2 - \omega_-) + \Omega_\mu^2(\omega_0 - \omega_-) \\ &\quad + 2\Omega_{ex}\Omega_\sigma\Omega_\mu)/(\omega_+ - \omega_-), \\ B &= (\Omega_{ex}^2(\omega_+ - \bar{\omega}_2) + \Omega_\mu^2(\omega_+ - \omega_0) \\ &\quad - 2\Omega_{ex}\Omega_\sigma\Omega_\mu)/(\omega_+ - \omega_-). \end{aligned} \quad (13)$$

В условиях точного резонанса ($\omega = \bar{\omega}_2$) по энергии фотонов второго импульса частоты ω_\pm определяются только частотой Раби Ω_σ : $\omega_\pm = \omega_0 \pm \Omega_\sigma$, которая растет пропорционально амплитуде поля второго импульса. Тогда закон дисперсии принимает простой вид:

$$ck_1 \equiv \omega_1 = \omega - (\Omega_{ex} + \Omega_\mu)^2/(2(\omega - \omega_0 + \Omega_\sigma)) - (\Omega_{ex} - \Omega_\mu)^2/(2(\omega - \omega_0 - \Omega_\sigma)). \quad (14)$$

Отсюда видно, что расстояние между средней и верхней поляритонной ветвью уменьшается по мере сближения частот Раби Ω_{ex} и Ω_μ . Если обе частоты равны друг другу ($\Omega_{ex} = \Omega_\mu$), то уравнение (14) распадается на два независимых уравнения:

$$\omega = \omega_+ = \omega_0 + \Omega_\sigma, \quad \omega_1 = \omega - 2\Omega_{ex}/(\omega - \omega_0 + \Omega_\sigma). \quad (15)$$

Оказывается, что в этом случае собственная частота одной из ветвей закона дисперсии не зависит от волнового вектора k_1 , тогда как частоты двух других ветвей существенно зависят от него. Средняя ветвь закона дисперсии пересекается с верхней ветвью при $\omega = \omega_+ = \omega_0 + \Omega_\sigma$ и $\omega_1 = \omega_0 - (\Omega_\sigma^2 - \Omega_{ex}^2)/\Omega_\sigma$. С ростом волнового вектора k_1 средняя ветвь сначала быстро приближается к верхней, при определенном значении k_1 пересекается с ней, а затем обе ветви расходятся. Это обстоятельство, по-видимому, можно наблюдать экспериментально, если непрерывно изменять интенсивность второго импульса. Так как частота Раби Ω_μ растет линейно с ростом интенсивности, а частота Раби Ω_{ex} не зависит от интенсивности, то при $\Omega_\mu = \Omega_{ex}$ возникнет пересечение средней и верхней ветвей закона дисперсии. При дальнейшем увеличении интенсивности второго импульса пересечение законов дисперсии исчезает, так что средняя и верхняя ветви начнут удаляться друг от друга.

Вводя расстройки резонанса для фотонов обоих импульсов $\Delta = \omega - \omega_0$, $\Delta_M = \omega_0 - \bar{\omega}_2$ и нормировки $\omega_\sigma = \Omega_\sigma/\Omega_{ex}$, $\omega_\mu = \Omega_\mu/\Omega_{ex}$, $y = (\omega_1 - \omega_0)/\Omega_{ex}$, $\delta = \Delta/\Omega_{ex}$, $\delta_M = \Delta_M/\Omega_{ex}$, представим закон дисперсии (10) в следующем виде:

$$y = \delta - (\delta\omega_\mu^2 + (\delta + \delta_M) - 2\omega_\sigma\omega_\mu)/(\delta(\delta + \delta_M) - \omega_\sigma^2). \quad (16)$$

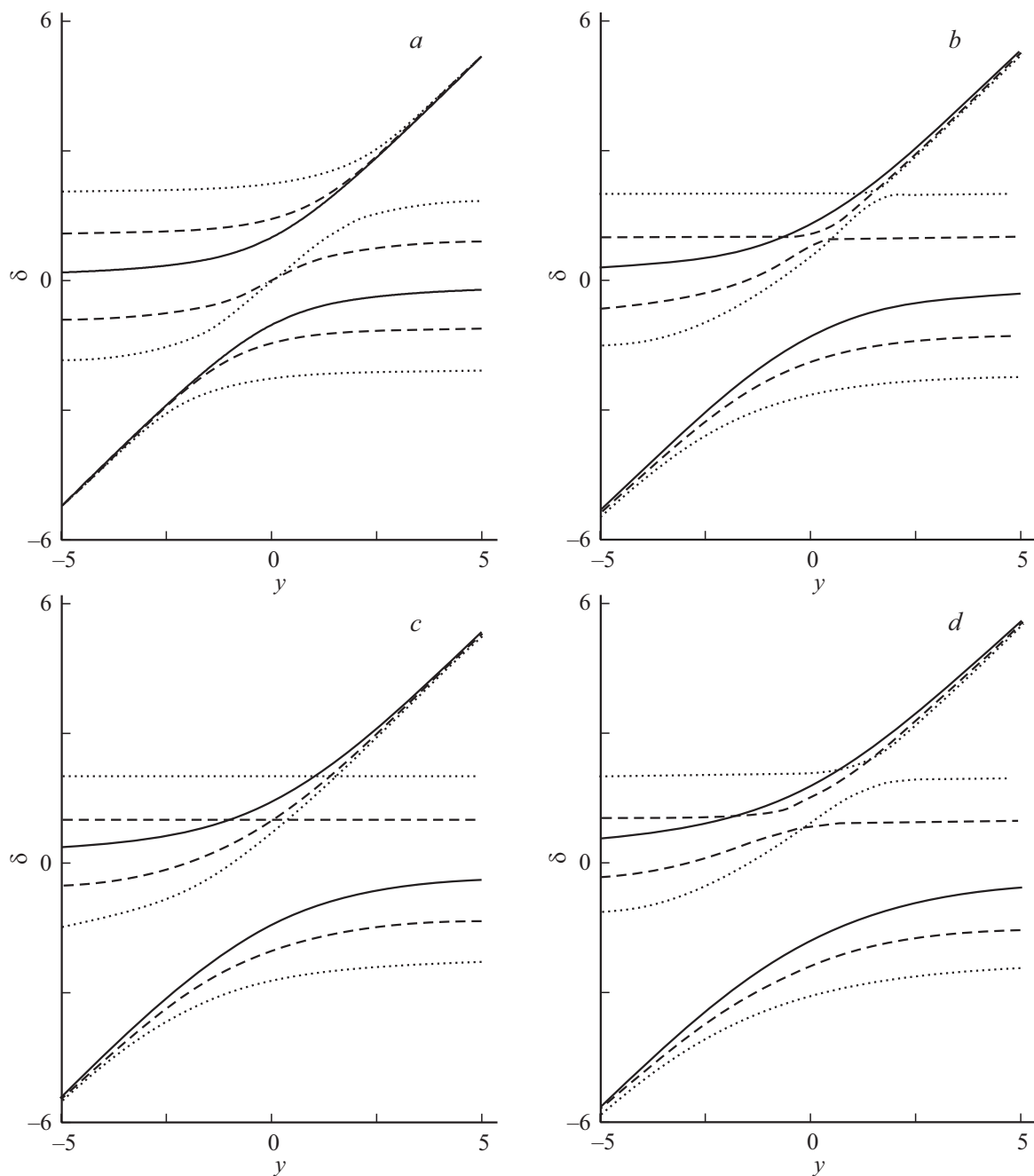


Рис. 2. Законы дисперсии $\delta(y)$ при $a - \omega_\mu = 0$, $b - \omega_\mu = 0.8$, $c - \omega_\mu = 1$, $d - \omega_\mu = 1.5$ и $\omega_\sigma = 0$ (сплошные линии), $\omega_\sigma = 1$ (штриховые кривые) и $\omega_\sigma = 2$ (пунктирные кривые).

На рис. 2, *a* представлен трехветвенный закон дисперсии полупроводника для случая, когда $\Omega_\mu = 0$, т.е. без учета процесса двухфотонного возбуждения биекситонов из основного состояния кристалла. В отсутствие накачки ($\Omega_\sigma = 0$) закон дисперсии состоит из двух ветвей экситон-поляритонов. Включение накачки ($\Omega_\sigma \neq 0$) приводит к расщеплению экситонного уровня и к появлению двух квазиуровней с частотами ω_+ и ω_- , которые в соответствии с (11) расходятся друг относительно друга с ростом амплитуды поля накачки и удаляются от частоты экситонного перехода ω_0 .

Таким образом, включение поля накачки приводит к формированию трех ветвей закона дисперсии, причем средняя ветвь располагается в окрестности частоты $\omega = \omega_0$, тогда как верхняя и нижняя ветви по структуре напоминают ветви закона дисперсии обычных экситон-поляритонов. Из рис. 2, *a* видно, что с ростом поля накачки спектральная область существования всех трех ветвей в окрестности актуальной точки k -пространства расширяется, так как с ростом частоты Раби Ω_σ увеличивается расстояние между квазиуровнями.

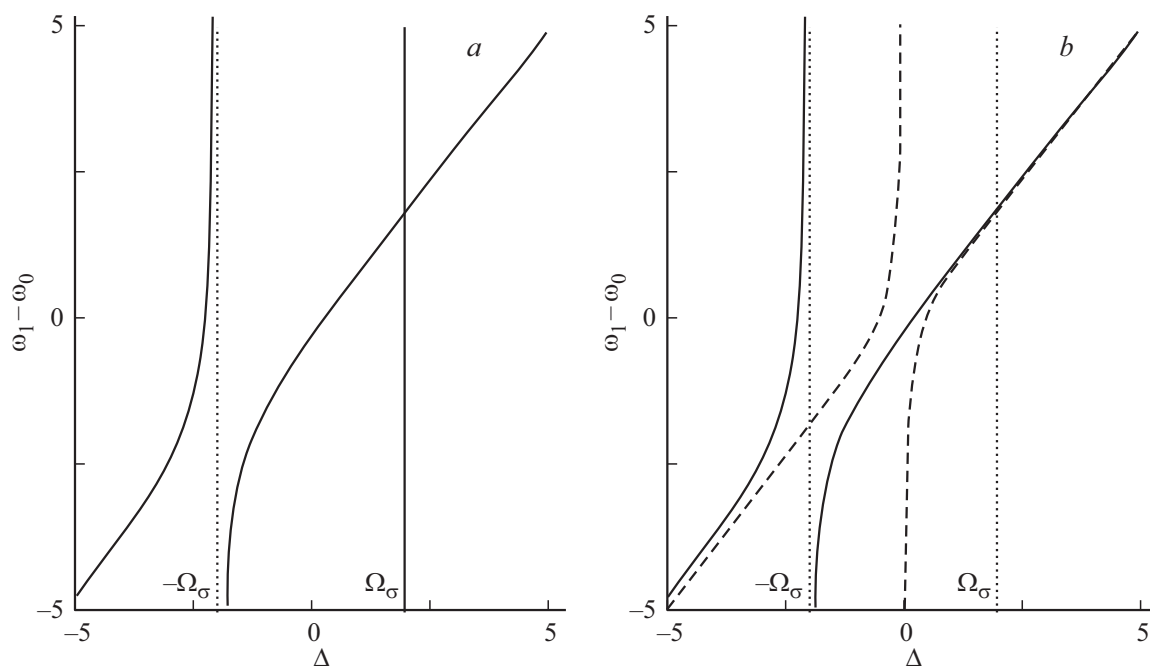


Рис. 3. Законы дисперсии $\omega_1 - \omega_0$ от расстройки резонанса Δ при $a - \Omega_\mu = 1.15\Omega_{ex}$, $b - \Omega_\mu = \Omega_{ex}$ (сплошные линии), линейные экситон-поляритоны (штриховые линии).

Закон дисперсии при $\Omega_\mu \neq 0$ представлен на рис. 2, b, c, d . С ростом Ω_μ возникает деформация верхней и средней ветвей закона дисперсии, так что при $0 < \Omega_\mu < \Omega_{ex}$ эти ветви сильно сближаются друг с другом (рис. 2, b). Из (14) видно, что при $\Omega_\mu = \Omega_{ex}$ верхняя и средняя ветви пересекаются (рис. 2, c) и при $\Omega_\mu > \Omega_{ex}$ они снова расходятся (рис. 2, d). Такое поведение ветвей закона дисперсии обусловлено квантовой интерференцией всех трех процессов взаимодействия света с экситонами и биэкситонами в полупроводнике. Отметим, что если одна из констант связи (g, σ, μ) по знаку отличается от двух других, то тогда происходит инверсия эволюции ветвей, а именно происходит пересечение нижней и средней ветвей, тогда как верхняя ветвь слабо меняет свое положение при изменении Ω_μ и Ω_σ . Это обстоятельство непосредственно следует из последнего (интерференционного) слагаемого в (8).

Отмеченные выше особенности поведения ветвей закона дисперсии можно интерпретировать так же как изменение силы связи между экситоном и фотоном слабого импульса. Если положить $\Omega_\mu \approx \Omega_{ex}$, то в области расстройк резонанса $\Delta = -\Omega_\sigma$ возникает огромное расталкивание между нижней и средней поляритонными ветвями по сравнению с расталкиванием ветвей при $\Delta = \Omega_\sigma$, где оно практически равно нулю. Возникает значительная перенормировка энергетического спектра поляритонов, которая особенно ярко проявляется в возникновении эффекта сильной связи в длинноволновой области от частоты экситонного перехода и существенном ослаблении связи в коротковолновой области. На рис. 3 представлен участок закона дисперсии в

окрестности частоты экситонного перехода в случае, когда $\Omega_\mu \approx 1.15\Omega_{ex}$ (рис. 3, a). Наблюдающееся различие в расталкивании ветвей закона дисперсии свидетельствует о значительном усилении поляритонного эффекта в длинноволновой области от частоты экситонного перехода при $\Delta = -\Omega_\sigma$ и существенном ослаблении его в коротковолновой области. При $\Omega_\mu = \Omega_{ex}$ (рис. 3, b) сохраняется значительное расталкивание между ветвями закона дисперсии в длинноволновой области от частоты $\omega = \omega_0$, однако ветви закона дисперсии в коротковолновой области пересекаются, что свидетельствует об исчезновении поляритонного эффекта при $\Delta = +\Omega_\sigma$. Удивительно еще то обстоятельство, что резкое изменение поляритонного эффекта и силы связи происходит вместе с увеличением частоты Ω_σ с ростом интенсивности накачки. Это указывает на смещение актуальных точек k -пространства, где дисперсия поляритонных ветвей особенно значительна. Можно также утверждать, что экспериментально увеличение интенсивности накачки в области M -полосы приведет как к изменению силы связи между экситоном и фотоном слабого импульса (к расталкиванию поляритонных ветвей), так и к значительному спектральному смещению актуальных точек в k -пространстве.

Представляет интерес также то обстоятельство, что если пренебречь процессом двухфотонного возбуждения биэкситонов из основного состояния кристалла, то одинаковые смещения частот экситонного перехода в красную и голубую сторону по-прежнему имеют место, однако изменение силы связи (изменение константы экситон-фотонного перехода) не возникает. Поэтому бо-

лее детальное исследование величины константы связи даст ответ об актуальности учета процесса двухфотонного возбуждения биэкситонов наряду и одновременно с учетом экситон-фотонного взаимодействия и оптической экситон-биэкситонной конверсией.

Список литературы

- [1] С.И. Пекар. Кристаллооптика и добавочные световые волны. Наук. думка, Киев (1982).
- [2] S.A. Moskalenko, D.W. Snoke. Bose–Einstein Condensation of Excitons and Biexcitons and Coherent Nonlinear Optics with Excitons. Cambridge University Press, Cambridge (2000).
- [3] P.G. Savvidis, J.J. Baumberg, R.M. Stevenson, M.S. Skolnick, D.M. Whittaker, J.S. Roberts. Phys. Rev. Lett. **84**, 1547 (2000).
- [4] J.J. Baumberg, P.G. Savvidis, R.M. Stevenson, A.I. Tartakovskii, M.S. Skolnick, D.M. Whittaker, J.S. Roberts. Phys. Rev. B **62**, R16247(R) (2000).
- [5] П.И. Хаджи, С.А. Москаленко С.Н. Белкин. Письма в ЖЭТФ **29**, 223 (1979).
- [6] A.V. Corovai, P.I. Khadzhi, O.V. Korovai, D.V. Tkachenko. Mold. J. Phys. Sci. **1**, 152 (2002).
- [7] П.И. Хаджи, А.В. Коровай, Д.В. Ткаченко. ФТТ **44**, 774 (2002).
- [8] R. Shimano, M. Kuwata-Gonokami. Phys. Rev. Lett. **72**, 530 (1994).
- [9] П.И. Хаджи, Л.Ю. Надькин. ФТТ **47**, 2146 (2005).
- [10] П.И. Хаджи. Нелинейные оптические процессы в системе экситонов и биэкситонов в полупроводниках. Штиинца, Кишинев (1985).
- [11] П.И. Хаджи. Кинетика рекомбинационного излучения экситонов и биэкситонов в полупроводниках. Штиинца, Кишинев (1979).