

05

## Нелинейные упругие волны в твердотельном изотропном клине с дефектами

© А.И. Коробов, А.А. Агафонов, М.Ю. Изосимова

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
119991 Москва, Россия  
e-mail: aikor42@mail.ru

(Поступило в Редакцию 12 июля 2017 г.)

Приведены результаты экспериментальных исследований линейных и нелинейных свойства клиновых упругих волн в образцах остроугольных клиньев из изотропного поликристаллического сплава Д16 с дефектами. Методом лазерной виброметрии исследована локализация волн у ребра клина. В интервале частот (0.25–1.5 MHz) импульсным методом измерены скорости клиновых волн. Дисперсии при этом не выявлено. Обнаружена генерация второй гармоники клиновых волн. Исследованы зависимости скорости и амплитуды второй гармоники от амплитуды первой гармоники клиновых волн. Отмечено, что наблюдаемые нелинейные эффекты в клиновых волнах не могут быть объяснены в рамках классической пятиконстантной теории упругости Мурнагана. Эти эффекты объясняются наличием в исследуемых образцах структурной нелинейности, обусловленной дефектной структурой в материале клина.

DOI: 10.21883/JTF.2018.03.45595.2422

### Введение

Клиновые упругие волны (КУВ) впервые были обнаружены численными расчетами в 1972 г. независимо Лагассом [1] и Марадудиным с сотрудниками [2]. Согласно численным расчетам [3–5], вдоль ребра твердотельных клиньев с углами раскрытия от 0 до 90° могут распространяться несколько антисимметричных (изгибных) локализованных мод и одна симметричная мода КУВ. В настоящей работе будут рассматриваться только изгибные КУВ. Экспериментальные исследования показали, что энергия этих мод сконцентрирована в окрестности вершины клина, смещение частиц в изгибной КУВ в основном происходит в направлении перпендикулярном плоскости, разделяющей пополам угол при вершине клина, и экспоненциально затухает с расстоянием от ребра клина. Скорости изгибных КУВ существенно ниже скорости рэлееской волны на плоской боковой поверхности клина. В [1] была предложена эмпирическая формула для скоростей мод КУВ в остроугольном клине  $V_n$ :

$$V_n = V_R \sin(n\theta) \quad \text{при} \quad n\theta < 90^\circ, \quad (1)$$

где  $V_R$  — скорость волны Рэлея на плоской боковой поверхности клина,  $n$  — номер антисимметричной моды КУВ,  $\theta$  — угол раскрытия клина.

Впервые теоретическое рассмотрение нелинейных эффектов в антисимметричных КУВ в остроугольном изотропном клине проведено в [6]. Из [6] следует, что в изотропных твердых телах ввиду их высокой симметрии генерация второй упругой гармоники изгибных КУВ невозможна. Однако в твердых телах с дефектами (дислокациями, микротрещинами, нарушениями сплошности, остаточными механическими напряжениями) наряду с нелинейностью сил межмолекулярного взаимодействия (классическая нелинейность) проявляется струк-

турная (неклассическая) упругая нелинейность, приводящая к нелинейной связи между механическим напряжением и деформацией. Структурная нелинейность может на несколько порядков превышать классическую упругую нелинейность [7]. Возможные механизмы структурной нелинейности рассмотрены в [8].

Неклассическая нелинейность приводит к новым нелинейным упругим явлениям в изотропных твердых телах с дефектами: генерации второй сдвиговой и изгибной упругих гармоник, эффектам быстрой и медленной динамики [9–15]. Указанные нелинейные явления не наблюдаются в бездефектных изотропных твердых телах. Нелинейные упругие явления, проявляемые при распространении КУВ в изотропном упругом клине, могут служить диагностическими признаками наличия в материале клина дефектов.

В [16] отмечается, что КУВ могут быть использованы в неразрушающем контроле для диагностики композитных материалов лопаток турбин, режущих кромок инструментов, различных рельсовых конструкций. Однако использование КУВ в области неразрушающего контроля твердых тел в настоящее время тормозится отсутствием информации о влиянии различных дефектов в материале клина: микротрещин, расслоений, остаточных упругих напряжений, а также влияние постоянных или переменных нагрузок на нелинейные упругие свойства волн в твердотельном клине.

Целью настоящей работы являются экспериментальные исследования влияния дефектов и механической силы, приложенной параллельно ребру клина на линейные и нелинейные упругие свойства КУВ в образцах из поликристаллического сплава алюминия Д16. Сплав Д16 широко применяется в машиностроении, автомобилестроении и в авиастроении.

## 1. Экспериментальные образцы и методика эксперимента

### 1.1. Образцы

Для проведения экспериментальных исследований упругих свойств КУВ из цилиндрических прутков диаметром 40 и 12 mm изотропного поликристаллического сплава алюминия Д16 были изготовлены образцы клиньев. В заготовках предварительно были образованы остаточные деформации. Образец №1, изготовленный из прутка диаметром 40 mm и длиной 180 mm, имел форму прямоугольной призмы, основаниями которой служат прямоугольные треугольники с углами  $30^\circ$  и  $60^\circ$  (рис. 1, *a*). В этом образце наклепом были созданы остаточные деформации. Образец №2 (рис. 1, *b*) был изготовлен из цилиндрического прутка диаметром 12 mm из сплава Д16 с остаточными сдвиговыми деформациями, которые создавались при вращении прутка, закрепленного на одном конце, вокруг его оси в токарном станке. После снятия крутящего момента в прутке оставались деформации сдвига, микротрещины, дислокации. Величина остаточных сдвиговых деформаций рассчитывалась по величине изгиба образующей на поверхности цилиндрического стержня и была равна 0.3. Изготовленный клин имел длину 10 cm и апертуру угла  $44^\circ$ . Для закрепления образца в растягивающем устройстве в его торцах были просверлены отверстия диаметром 6 mm, в которых была нарезана резьба.

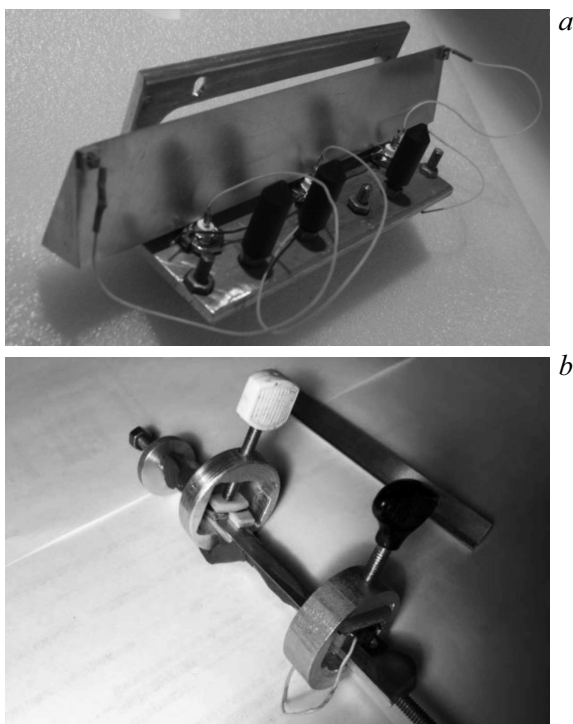


Рис. 1. Экспериментальные образцы: образец №1 (*a*), образец №2 (*b*).

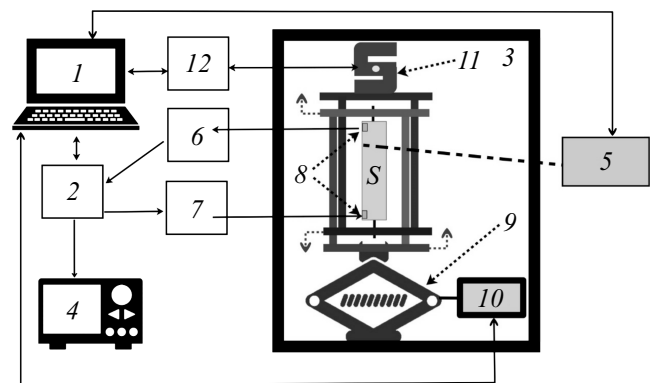
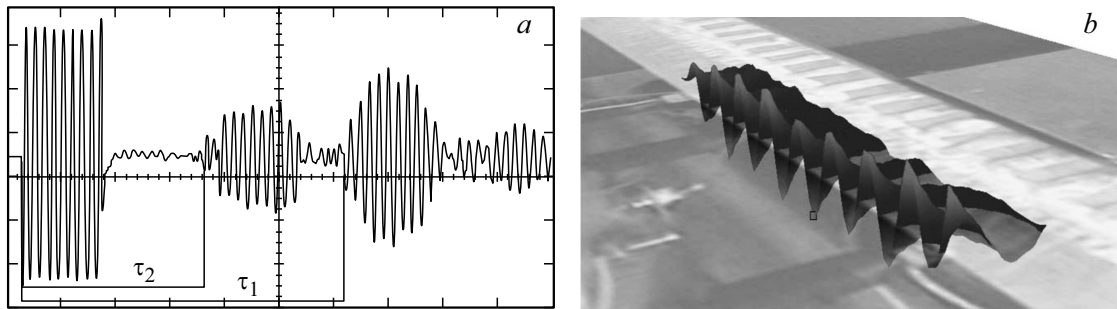


Рис. 2. Блок-схема автоматизированной экспериментальной установки для исследования линейных и нелинейных упругих свойств КУВ: *S* — образец, 1 — персональный компьютер, 2 — ультразвуковой автоматизированный комплекс Ritec RAM-5000 SNAP SYSTEM, 3 — система для создания контролируемого одноосного растяжения, 4 — цифровой осциллограф DS09104A, 5 — доплеровский виброметр PSV-300, 6, 7 — фильтры низких и высоких частот, 8 — пьезоэлектрические преобразователи, 9 — винтовой домкрат, 10 — шаговый двигатель, 11 — датчик силы, 12 — АЦП.

### 1.2. Экспериментальные методы

Экспериментальные исследования упругих свойств КУВ в твердотельных клиньях проводились на автоматизированной ультразвуковой установке, блок-схема которой приведена на рис. 2. Она состоит из персонального компьютера (ПК) 1, ультразвукового автоматизированного комплекса Ritec RAM-5000 SNAP SYSTEM 2 и системы 3 для создания контролируемого одноосного растяжения исследуемого образца *S*. Для наблюдения за упругими импульсами в клине использовался цифровой осциллограф DS09104A (Agilent, США) 4. С помощью лазерного сканирующего доплеровского виброметра PSV-300 (Polytec, Германия) 5 выполнялась визуализация колебаний плоской поверхности одной из боковых граней образца вблизи ребра клина. Комплекс 2 работает в импульсном режиме. Он позволяет исследовать линейные и нелинейные упругие свойства твердых тел. Для исследования нелинейных упругих свойств твердых тел в комплексе реализован динамический спектральный метод, заключающийся в исследовании эффективности генерации второй упругой гармоники на частоте  $2f$  в исследуемом образце при распространении в нем упругой волны конечной амплитуды на частоте  $f$ . Комплекс позволяет измерять зависимость амплитуды первой и второй упругих гармоник от амплитуды зондирующего сигнала в автоматическом режиме. Результаты измерений оцифровывались встроенными в измерительный комплекс 16-разрядными аналого-цифровыми преобразователями (АЦП) и передавались в ПК. Для выделения сигналов первой и второй гармоник КУВ были разработаны фильтры низких и высоких частот 6, 7. Возбуждение и прием КУВ в образцах проводилось



**Рис. 3.** Серия импульсов двух первых мод КУВ в 30° клине на экране осциллографа (а); результаты визуализации КУВ в 60° клине (b).

пьезоэлектрическими преобразователями  $\delta$ , прикрепленными на боковые поверхности клина непосредственно у его ребра.

Контролируемое одноосное растяжение образца в системе 3 обеспечивалось винтовым домкратом 9 с приводом от шагового двигателя 10, который управлялся ПК. Это позволяло изменять приложенную к образцу силу по заданной программе. Величина силы измерялась электронным датчиком 11, сигнал с которого оцифровывался 16-разрядным АЦП 12 (National Instruments, США). Цифровая информация с ультразвукового комплекса 2 и АЦП 12 в ходе эксперимента поступала в ПК 1 для ее хранения и последующего анализа. Для управления работой комплекса и проведения ультразвуковых измерений с автоматической регистрацией результатов ультразвукового эксперимента и их анализа для ПК был разработан пакет программ.

## 2. Экспериментальные результаты и их обсуждение

### 2.1. Линейные свойства клиновых волн

Излучаемый и принимаемый сигналы с комплекса 2, соответствующие КУВ в исследуемом образце, поступали в ПК и регистрировались на экране цифрового осциллографа (рис. 3, а). В принимаемом сигнале наблюдалось несколько импульсов как КУВ различных мод, так и волн Лэмба, поверхностных волн, а также различных отражений от торцов клина перечисленных волн. (Особенности поведения упругих волн у ребра клина рассмотрены в [17].) Для уменьшения паразитных импульсов в принимаемом сигнале на торцы клина (для минимизации отражений) и на части клина, удаленные от его ребра на расстоянии, превышающим длину волны КУВ  $\lambda$  в несколько раз, наносился поглотитель. В качестве поглощающего материала использовался пластилин.

При возбуждении КУВ в 30° клине на осциллографе регистрировалось два импульса (рис. 3, а), соответствующих первой и второй модам КУВ со скоростями, равными  $1490 \pm 60$  и  $2590 \pm 120$  м/с соответственно. Ско-

рость КУВ определялась стандартным эхо-импульсным методом путем измерения времени распространения импульсов КУВ в клине  $\tau_1$  и  $\tau_2$ . В 60° клине на осциллографе наблюдался один импульс, соответствующий единственной моде КУВ в этом клине, скорость которой была равна  $2580 \pm 120$  м/с. В клине с апертурой угла 44° наблюдался один импульс КУВ со скоростью  $1820 \pm 100$  м/с. Скорость волны Рэля на плоской боковой поверхности клиньев вдали от его ребра была равна  $V_R = 2900 \pm 130$  м/с. Значения величин скоростей упругих волн в клиньях согласуются с эмпирической формулой (1).

В 60° клине в интервале частот 0.25–1.5 МГц были проведены измерения скорости КУВ волн в зависимости от частоты. Дисперсии скорости КУВ в указанном диапазоне частот обнаружено не было. Это находится в согласии с численными расчетами [1–5].

С помощью лазерного сканирующего доплеровского вибрметра PSV-300 была выполнена визуализация амплитуды колебаний ребра 60° клина и прилегающей к нему плоской боковой грани на частоте 250 кГц, вызванные КУВ (рис. 3, b).

Измерение амплитуды колебаний в КУВ перпендикулярно ребру клина с помощью лазерного вибрметра позволило определить зависимость амплитуды колебаний  $A$  КУВ от расстояния от ребра клина  $Y$ . Экспериментальная зависимость амплитуды КУВ  $A$  от расстояния  $Y$ , нормированного на длину волны КУВ  $\lambda$ , аппроксимируется экспонентой

$$A = 4 \cdot 10^{-8} \exp(2.5 Y/\lambda)$$

и согласуется с результатами численных расчетов, выполненных в [3–5].

### 2.2. Нелинейные упругие свойства КУВ

Исследование упругих нелинейных свойств КУВ в работе проводилось следующими методами.

1. Экспериментально исследован эффект быстрой динамики: зависимость скорости КУВ в клине от ее амплитуды.

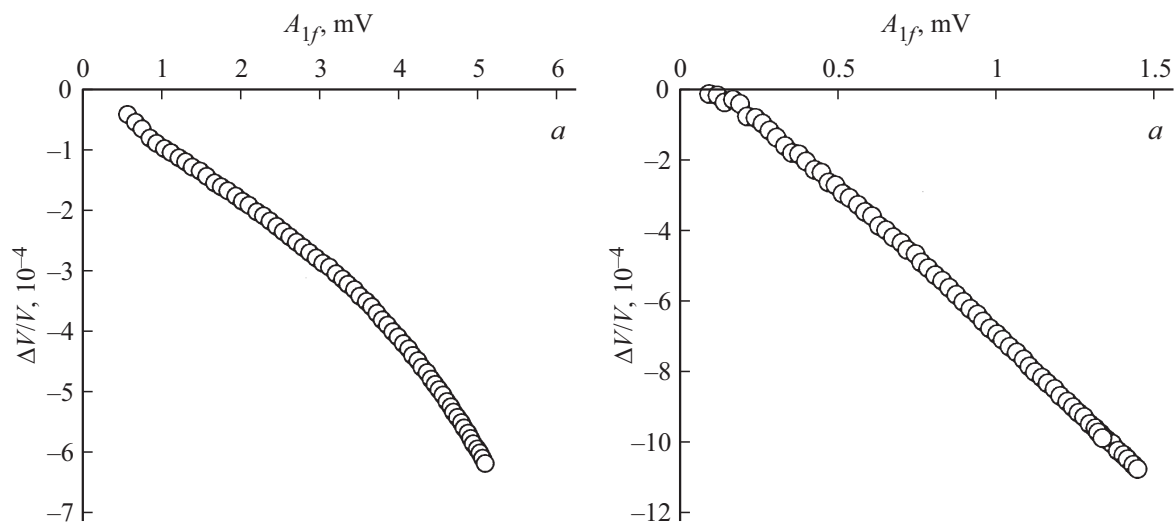


Рис. 4. Эффект быстрой динамики КУВ в клиньях с апертурой  $30^\circ$  (а) и апертурой  $60^\circ$  (б).

2. Спектральным методом оценивалась эффективность генерации второй гармоники КУВ.

3. Исследовано влияние статической механической силы, приложенной параллельно ребру клина, на амплитуду второй гармоники КУВ в клине.

Экспериментальные исследования зависимости относительного изменения скорости КУВ  $\Delta V/V$  от ее амплитуды (эффект быстрой динамики) проводились в образце № 1. Для экспериментальных исследований были выбраны: вторая мода КУВ в  $30^\circ$  клине образца № 1 на частоте 494 kHz и единственная мода КУВ в  $60^\circ$  клине образца № 1 на частоте 399 kHz. Скорости КУВ этих мод в пределах ошибки эксперимента совпадали. Результаты исследований эффекта быстрой динамики КУВ приведены на рис. 4. Как видно из рисунка, эффект быстрой динамики КУВ в  $60^\circ$  клине проявляется сильнее по сравнению с аналогичным эффектом в  $30^\circ$  клине. Это связано с особенностями локализации основной моды КУВ в  $60^\circ$  клине и второй клиновой моды в  $30^\circ$  клине. Обнаруженный эффект быстрой динамики КУВ указывает на наличие в нем дефектов, приводящих к возникновению в клине структурной нелинейности.

Генерация второй гармоники КУВ экспериментально исследована в  $30^\circ$  и  $60^\circ$  клиньях (образец № 1) и в  $44^\circ$  клине (образец № 2). В спектре гармонической КУВ конечной амплитуды, прошедшей через образец, во всех исследованных в работе образцах клиньев, помимо КУВ на частоте зондирующей волны  $f$  с амплитудой  $A_{1f}$ , также зарегистрирована вторая гармоника КУВ с амплитудой  $A_{2f}$  на частоте  $2f$ : в  $30^\circ$  клине ( $f = 494$  kHz,  $2f = 988$  kHz), в  $60^\circ$  клине ( $f = 399$  kHz,  $2f = 998$  kHz) и в  $44^\circ$  клине ( $f = 300$  kHz,  $2f = 600$  kHz). Результаты экспериментальных исследований зависимости амплитуды второй гармоники КУВ от амплитуды первой гармоники КУВ в  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $44^\circ$  клиньях приведены на рис. 5, а, с, е.

Спектральный состав прошедшей через образец клиновой волны конечной амплитуды описывается следующим выражением:

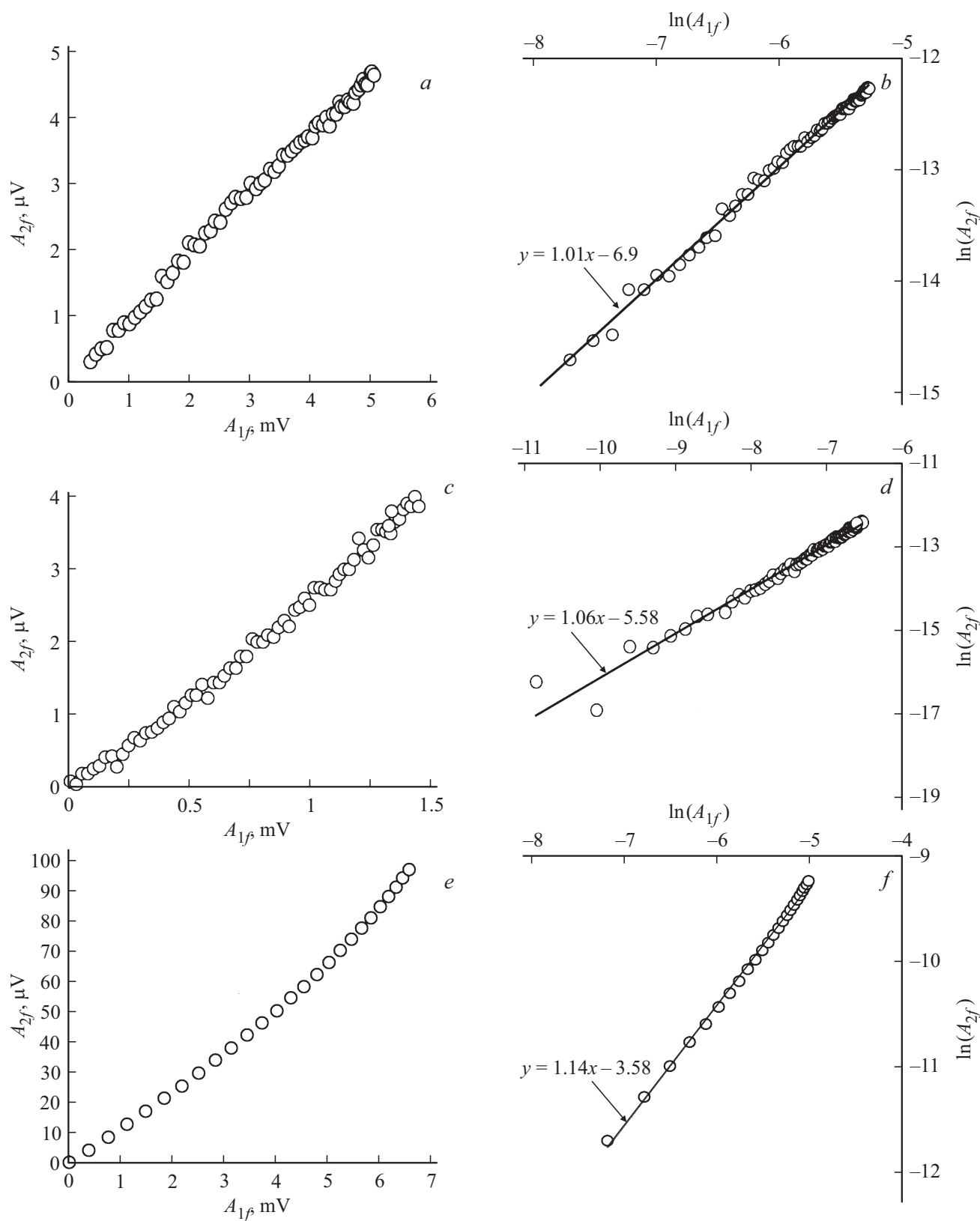
$$A = A_{1f} \sin(2\pi f t - k_f L) + A_{2f} \sin[2(2\pi f t - k_f L)],$$

где  $k_f$  — волновой вектор первой гармоники волны,  $L$  — расстояние между излучающим и приемным преобразователями КУВ,  $f$  — частота сигнала,  $t$  — время. Зависимость амплитуды второй гармоники  $A_{2f}$  от амплитуды основной волны  $A_{1f}$  в твердых телах определяется следующим уравнением [18]:

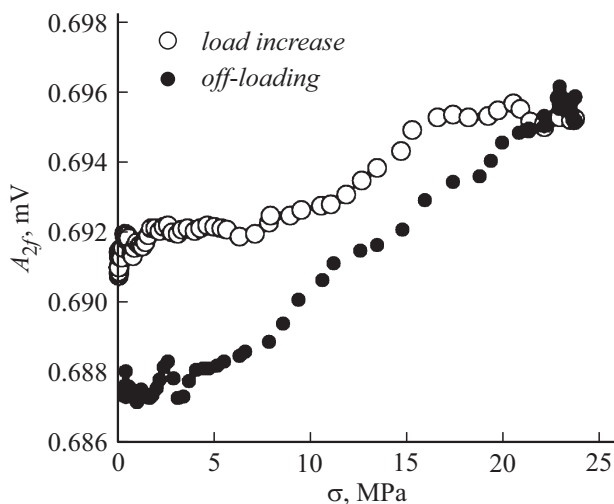
$$A_{2f} = |N| k_f^2 L A_{1f}^M / 8. \quad (2)$$

Параметр  $N$  характеризует величину упругой нелинейности в образце, а параметр  $M$  — механизм упругой нелинейности. Необходимо отметить, что амплитуды первой и второй гармоник КУВ экспериментально измерялись по абсолютной величине. Фазы этих величин не измерялись. Поэтому в (2) нелинейный акустический параметр  $N$  записан по абсолютной величине.

В бездефектном твердом теле упругая нелинейность определяется ангармонизмом межатомного взаимодействия. В этом случае в выражении (2) показатель степени  $M = 2$ . Однако этот механизм упругой нелинейности не приводит к генерации второй гармоники изгибной КУВ в изотропных твердых телах [6], но в средах со структурной нелинейностью, которая обусловлена дефектами, генерация второй гармоники КУВ возможна [9]. В этом случае показатель степени  $M = 1$  [9,19]. На рис. 5, а, с, е видно, что во всех исследованных в работе клиньях амплитуда второй гармоники  $A_{2f}$  КУВ практически линейно зависит от амплитуды первой гармоники  $A_{1f}$  КУВ. Для уточнения этого предположения экспериментальные результаты зависимости амплитуды



**Рис. 5.** Зависимость амплитуды второй гармоники клиновой волны  $A_{2f}$  от амплитуды первой гармоники  $A_f$  в линейном масштабе: (a) в  $30^\circ$  клине, (c) в  $60^\circ$  клине, (e) в  $44^\circ$  клине и в двойном логарифмическом масштабе: (b) в  $30^\circ$  клине, (d) в  $60^\circ$  клине, (f) в  $44^\circ$  клине.



**Рис. 6.** Влияние механического напряжения  $\sigma$  на величину амплитуды второй гармоники КУВ в клине с апертурой угла  $44^\circ$ .

второй гармоники  $A_{2f}$  от амплитуды первой  $A_{1f}$  гармоники КУВ были представлены в двойном логарифмическом масштабе. Эти зависимости с достаточной степенью точности аппроксимируются прямой  $y = Cx + B$  (рис. 5, *b, d, f*).

Для анализа результатов, приведенных на рис. 5, *b, d, f*, прологарифмируем (2):

$$\ln A_{2f} = \ln(Nk_f^2 L/8) + M \ln A_{1f}. \quad (3)$$

Из сравнения равенства (3) с уравнением прямой  $y = Cx + B$  следует

$$y = \ln A_{2f}, \quad x = \ln A_{1f}, \quad C = M, \quad B = \ln(Nk_f^2 L/8). \quad (4)$$

Согласно (4), тангенс угла наклона аппроксимирующей прямой к оси абсцисс равен показателю степени  $M$  в (2). Проведенный анализ зависимостей, приведенных на рис. 5, *b, d, f*, позволил определить численные значения показателя  $M$  в уравнении (2). Этот показатель оказался равным: для  $30^\circ$  клина  $M = 1.01$ , для  $60^\circ$  клина  $M = 1.06$  и для  $44^\circ$  клина  $M = 1.14$ . Согласно уравнению (2) с измеренными величинами  $M$ , амплитуда второй гармоники  $A_{2f}$  практически линейно зависит от амплитуды первой гармоники  $A_{1f}$ .

Обнаруженный эффект быстрой динамики в  $30^\circ$  и  $60^\circ$  клиньях (рис. 4) и практически линейная зависимость амплитуды второй гармоники  $A_{2f}$  от амплитуды первой гармоники  $A_{1f}$  в исследованных клиньях (рис. 5, *b, d, f*) не могут быть объяснены в рамках классической пятиконстантной теории упругости Мурнагана [20]. В [9,19] показано, что линейная зависимость второй упругой гармоники  $A_{2f}$  от амплитуды первой гармоники  $A_{1f}$  наблюдается в дефектных средах. Это позволяет сделать вывод, что генерация второй гармоники КУВ и эффект быстрой динамики в изотропных

образцах клиньев объясняется наличием в них дефектов, приводящих к появлению структурной нелинейности в материале клина. Обнаруженные нелинейные упругие эффекты в КУВ могут служить диагностическими признаками наличия дефектов в материале клиньев.

В клине с апертурой угла  $44^\circ$  с искусственно созданными остаточными сдвиговыми деформациями было исследовано влияние реверсивно изменяющегося растягивающего напряжения  $\sigma$  в интервале  $0-25-0$  МПа, приложенного параллельно ребру клина на величину амплитуды второй гармоники КУВ в нем (рис. 6). Измерения проводились в импульсном режиме на частоте зондирующего сигнала  $f = 300$  kHz. С увеличением величины растягивающего напряжения  $\sigma$  от 0 до 25 МПа амплитуда второй гармоники практически линейно увеличивалась на  $\approx 0.7\%$ , при уменьшении приложенного давления от 25 МПа до 0 амплитуда второй гармоники КУВ уменьшалась также практически линейно на  $\approx 1.4\%$ . При этом амплитуда второй гармоники при  $\sigma = 0$  не возвращалась к первоначальному значению. Максимальное значение приложенного к образцу статического механического напряжения  $\sigma = 25$  МПа значительно меньше условного предела текучести  $\sigma_{0.2} = 340$  МПа в материале клина сплава Д16 [21]. Поэтому в интервале механических напряжений  $0-25-0$  МПа, приложенных к клину, материал клина находился в области упругих деформаций. Приведенная на рис. 6 зависимость амплитуды второй гармоники КУВ от реверсивно изменяющегося механического напряжения  $\sigma$  вызвана не пластической деформацией образца, а связана с перестройкой дефектной структуры в материале клина.

## Заключение

В работе исследованы особенности распространения КУВ в клиньях с апертурой углов  $30^\circ$ ,  $44^\circ$  и  $66^\circ$ , изготовленных из поликристаллического сплава алюминия Д16, в котором предварительно были созданы дефекты. Была разработана методика возбуждения и приема КУВ в исследуемых образцах. Во всех клиньях импульсным методом измерены скорости распространения КУВ и волны Рэлея на плоской боковой поверхности клина. Значения величин скоростей упругих волн в клиньях согласуются с эмпирической формулой (1), предложенной Лагасом для скоростей мод КУВ в остроугольном клине. В  $60^\circ$  клине в диапазоне частот  $0.25-1.5$  MHz проведены измерения скорости КУВ в зависимости от частоты. Дисперсии скорости КУВ в указанном диапазоне частот обнаружено не было. С помощью лазерного сканирующего доплеровского виброметра PSV-300 была визуализирована локализация колебаний у ребра  $60^\circ$  клина. Установлено, что КУВ локализована у ребра клина в пределе длины волны КУВ. Экспериментально исследованы нелинейные упругие свойства КУВ в образцах клиньев с дефектами. В  $30^\circ$  и  $60^\circ$  клиньях исследован эффект быстрой динамики:

измерена зависимость скорости КУВ от ее амплитуды. Обнаружено, что с увеличением амплитуды КУВ ее скорость уменьшается. Эффект быстрой динамики КУВ в  $60^\circ$  клине проявляется сильнее по сравнению с аналогичным эффектом в  $30^\circ$  клине. Это связано с особенностями локализации основной моды КУВ в  $60^\circ$  клине и второй клиновой моды в  $30^\circ$  клине. В клиньях из изотропного твердого тела с дефектами впервые зарегистрирована и исследована генерация второй гармоники КУВ. Проведенные измерения обнаружили практически линейную зависимость амплитуды второй гармоники от амплитуды первой гармоники КУВ, что находится в противоречии с классической теорией нелинейной упругости твердых тел. Генерация второй гармоники КУВ в клиньях объясняется наличием в них структурной нелинейности, обусловленной дефектами в материале клиньев. В  $44^\circ$  клине с искусственно созданными остаточными сдвиговыми деформациями было исследовано влияние реверсивно изменяющего растягивающего механического напряжения  $\sigma$ , приложенного параллельно ребру клина на амплитуду второй гармоники КУВ в нем. Обнаружено линейное увеличение амплитуды второй гармоники КУВ. Исследованные нелинейные упругие явления не могут быть объяснены в рамках классической пятиконстантной теории упругости Мурнагана [20]: они связаны с упругой структурной нелинейностью, обусловленной наличием в материалах клиньев дефектов. Полученные в предлагаемой работе экспериментальные результаты могут быть использованы при создании новых методов неразрушающего контроля различных материалов и конструкций, основанных на принципах нелинейной акустики.

Исследования выполнены при поддержке гранта РФФИ (проект № 17-02-01123) и программы поддержки Ведущих научных школ (грант НШ-7062.2016.2.).

## Список литературы

- [1] *Lagasse P.E., Mason I.M., Ash E.A.* // IEEE Trans. Son. Ultrason. 1973. Vol. 21. P. 225–236.
- [2] *Maradudin A.A., Wallis R.F., Mills D.L., Ballard R.L.* // Phys. Rev. B. 1972. Vol. 6. P. 1106–1111.
- [3] *Moss S.L., Maradudin A.A., Cunningham S.L.* // Phys. Rev. B. 1973. Vol. 8. P. 2999–3008.
- [4] *Sharon T.M., Maradudin A.A., Cunningham S.L.* // Phys. Rev. B. 1973. Vol. 8. P. 6024–6026.
- [5] *McKenna J., Boyd G.D., Thurston R.N.* // IEEE Trans. Son. Ultrason. 1974. Vol. 21. P. 178–186.
- [6] *Krylov V.V., Parker D.F.* // Wave Motion. 1992. Vol. 15. P. 185–200.
- [7] *Руденко О.В.* // УФН. 2006. Т. 176. № 1. С. 77–95.
- [8] *Руденко О.В.* // Дефектоскопия. 1993. № 8. С. 24–32.
- [9] *Зарембо Л.К., Шанин А.В.* // Акустический журн. 1995. Т. 41. № 4. С. 587–590.
- [10] *Коробов А.И., Изосимова М.Ю.* // Акустический журн. 2006. Т. 52. № 5. С. 683–692.
- [11] *Universality of Nonclassical Nonlinearity* / Ed. P. Delsanto. NY.: Springer Verlag, 2006. 539 p.
- [12] *Коробов А.И., Одина Н.И., Мехедов Д.М.* // Акустический журн. 2013. Т. 59. № 4. С. 438–444.
- [13] *Korobov A.I., Izosimova M.Yu., Shirgina N.V.* // Phys. Proc. Elsevier. 2015. Vol. 70. P. 415–419.
- [14] *Коробов А.И., Изосимова М.Ю., Одина Н.И.* // Акустический журн. 2015. Т. 61. С. 317–324.
- [15] *Guyer R.A., Johnson P.A.* Nonlinear Mesoscopic Elasticity: the Complex Behaviour of Rocks, Soil, Concrete. Wiley-VCH, 2009. 410 p.
- [16] *Hess P., Lomonosov A.M., Mayer A.P.* // Ultrasonics. 2016. Vol. 71. P. 278–287.
- [17] *Толитов Х.Б.* // ЖТФ. 2012. Т. 82. Вып. 9. С. 139–142.
- [18] *Зарембо Л.К., Красильников В.А.* // УФН. 1970. Т. 102. № 4. С. 549–586.
- [19] *Назаров В.Е., Сутин А.М.* // Акустический журн. 1989. Т. 35. Вып. 4. С. 711–716.
- [20] *Зарембо Л.К., Красильников В.А.* Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966. 309 с.
- [21] *Конструкционные материалы. Справочник.* / Под ред. Б.Н. Арзамасова. М.: Машиностроение, 1990. 688 с.