

Частотная дисперсия импеданса конденсаторных структур при несимметричном подключении электродов

© О.А. Емельянов, И.О. Иванов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
195251 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: oaemel2@gmail.com

(Поступило в Редакцию 5 марта 2017 г. В окончательной редакции 27 июня 2017 г.)

Рассмотрен подход к оценке частотной дисперсии импеданса конденсаторных структур в случае несимметричного противоположного подключения электродов. На основании предложенных уравнений получены точные решения для пространственно-неоднородных распределений потенциала и тока. Полученные решения полностью соответствуют результатам 3D моделирования в программном пакете COMSOL Multiphysics. Частотную дисперсию импеданса необходимо учитывать при проектировании современных электрических конденсаторов для создания эффективных накопителей энергии.

DOI: 10.21883/JTF.2018.01.45493.2238

Введение

Одним из основных технических показателей электрических конденсаторов является плотность запасаемой энергии W_{store} , определяемая следующим соотношением:

$$W_{\text{store}} = \frac{CU^2}{2V}, \quad (1)$$

где C — емкость конденсатора с объемом V , U — рабочее напряжение. Электрические конденсаторы с высокой плотностью запасаемой энергии W_{store} на уровне 0.5 J/cm^3 и выше входят в состав мощных импульсных накопителей энергии, систем лазерной накачки, импульсных модуляторов, дефибрилляторов и т. д. В настоящее время значение W_{store} импульсных конденсаторов зарубежного производства (Германия, США, Япония) доведено до уровня $1-1.5 \text{ J/cm}^3$ для серийных образцов. Последние тенденции разработок конденсаторной техники развиваются в нескольких направлениях. Одно из них связано с созданием новых типов электродных систем высоковольтных пленочных полимерных конденсаторов, обладающих свойством самовосстановления [1–4]. В соотношении (1) под C часто понимают значение статической емкости C_s , соответствующей величине приложенного постоянного напряжения. В реальных условиях воздействия переменного (импульсного) напряжения W_{store} будут определяться эффективной емкостью $C_{\text{eff}}(\omega) < C_s$ вследствие потерь энергии в рабочем диэлектрике и металлических частях конденсатора (сопротивление выводов и электродной системы $R_{\text{me}}(\omega)$) и наличием индуктивности $L(\omega)$. При оценке потерь энергии в конденсаторах существенную роль играют диэлектрические потери, связанные с релаксационной поляризацией, обуславливающей частотную дисперсию диэлектрической проницаемости [4]. Частотные зависимости параметров $R_{\text{me}}(\omega)$ и $L(\omega)$ в первую очередь связаны со скин-эффектом и могут быть определены на основе расчетов, детально представленных в [5].

В области достаточно высоких частот (сотни килогерц — мегагерцы) дополнительная частотная дисперсия емкости конденсатора может быть связана с конечными параметрами распространения электромагнитного поля вдоль конденсаторного диэлектрика. Было установлено, что в условиях высокой электродинамической нагрузки происходит сильное снижение эффективной емкости C_{eff} (в 3 и более раз) при частоте $f > 1 \text{ kHz}$ [6]. Данное снижение емкости связано с неравномерным распределением потенциала вдоль электродов конденсатора. В этом случае необходимо рассматривать систему электроды–диэлектрик с учетом пространственного распределений тока и напряжения, что приобретает весьма важное значение для расчета конструктивных параметров конденсаторов и подтверждается публикациями последних лет [7–9]. В литературе рассмотрены случаи одностороннего (симметричного) включения электродов конденсаторов относительно приложенного напряжения. Вместе с тем на практике используют двустороннюю схему подключения, анализу которой уделено значительно меньше внимания, и точные расчеты распределения напряжения и тока в конденсаторной структуре в известных литературных источниках не приводятся. Настоящая работа направлена на восполнение указанного пробела и содержит расчет и анализ обсуждаемых полевых характеристик конденсаторов.

Постановка задачи и ее решение

Рассмотрим две основные схемы подключения электродов конденсатора к источнику напряжения E (рис. 1). Первая схема одностороннего подключения электродов, как правило, используется в конденсаторах с фольговыми электродами (А), а вторая — характерна для металлопленочных и многослойных керамических конденсаторов (В).

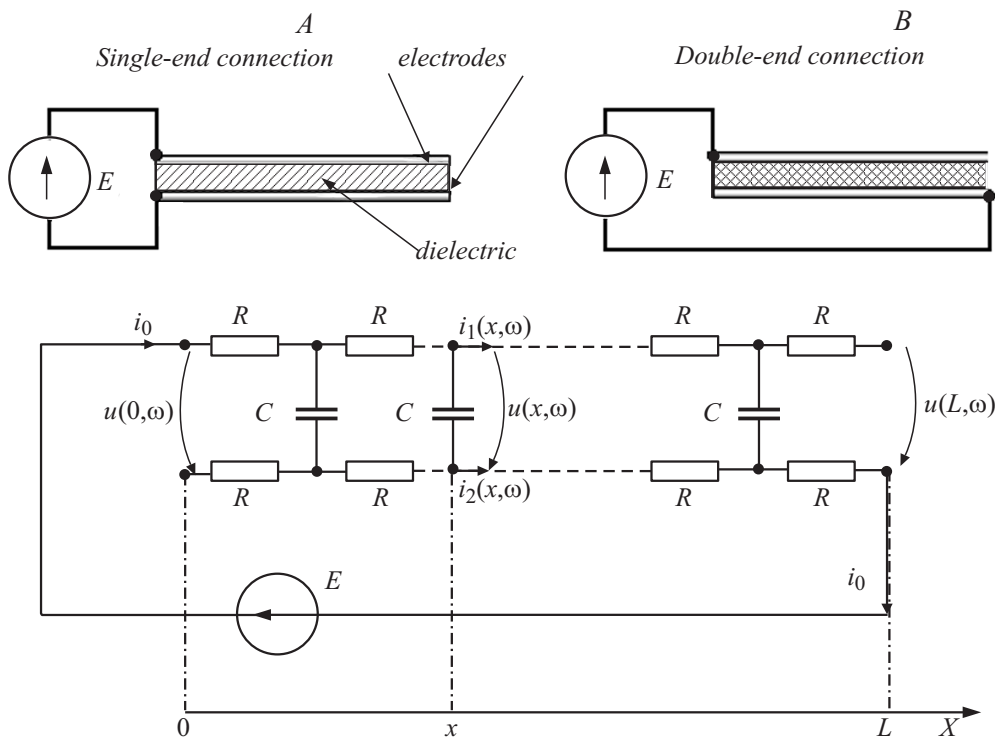


Рис. 1. Два способа подключения электродов конденсаторной структуры и схема замещения для случая B.

Обычно для первого случая конденсаторная структура рассматривается в приближении длинной линии с соответствующими погонными параметрами емкости, индуктивности, сопротивления электродов и проводимости диэлектрика. Для реальных случаев обычно погонной индуктивностью и проводимостью можно пренебречь в силу их весьма малых значений, и задача сводится к расчету длинной линии с RC элементами [10–12]. Следует также отметить, что толщины электродов в реальных конденсаторных конструкциях составляют доли микрометров, так что влиянием скин-эффекта при частотах порядка единиц мегагерц можно пренебречь. При анализе первого случая (фольговые электроды) установлено, что пространственное распределение потенциала вдоль электродов практически однородно и его частотная зависимость может наблюдаться в области десятков–сотен мегагерц, что на практике не реализуется, так как эти частоты существенно превышают область работы большинства типов конденсаторов, для которых резонансная частота лежит на уровне долей единиц мегагерц. Вместе с тем вторая схема подключения используется на практике, однако формальный подход использования известных решений телеграфных уравнений для расчета процессов в электродах и диэлектрике в этом случае затруднителен, поскольку источник напряжения включен „по диагонали“ модельной линии. В этом случае в литературе прибегают к численному моделированию процесса или делают попытки его качественного обоснования на основе классических решений, полученных для первого случая

подключения источника напряжения. Общий подход к решению рассматриваемой задачи обсуждался в [13–14] и сводится к теории многополюсников, однако решений рассматриваемой задачи в литературе найти не удалось. Между тем точное решение задачи можно получить, исходя из простых соображений с учетом измененного вида исходных уравнений. Для этого рассмотрим схему замещения конденсаторной структуры в соответствии с рис. 1. Тогда баланс токов и напряжений в произвольной точке x нашей структуры сводится к следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} -\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = R \Delta i(x, t), \\ -\frac{\partial i_1(x, t)}{\partial x} = \frac{\partial i_2(x, t)}{\partial x} = C \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}, \\ E(t) = u(x, t) + R \int_0^x i_1(x, t) dx + R \int_x^L i_2(x, t) dx, \end{cases} \quad (2)$$

где $\Delta i(x, t) = i_1(x, t) - i_2(x, t)$; $u(x, t)$ — напряжение между электродами; i_1 и i_2 — соответственно токи верхнего и нижнего электродов, R и C — погонные параметры емкости и сопротивления электродов, $E(t)$ — источник напряжения для линии длиной L .

Рассмотрим установившийся режим линии в условиях воздействия гармонического источника напряжения $E(t) = E_m e^{j\omega t}$, где E_m и ω — амплитуда и частота приложенного напряжения. Тогда для соответствующих

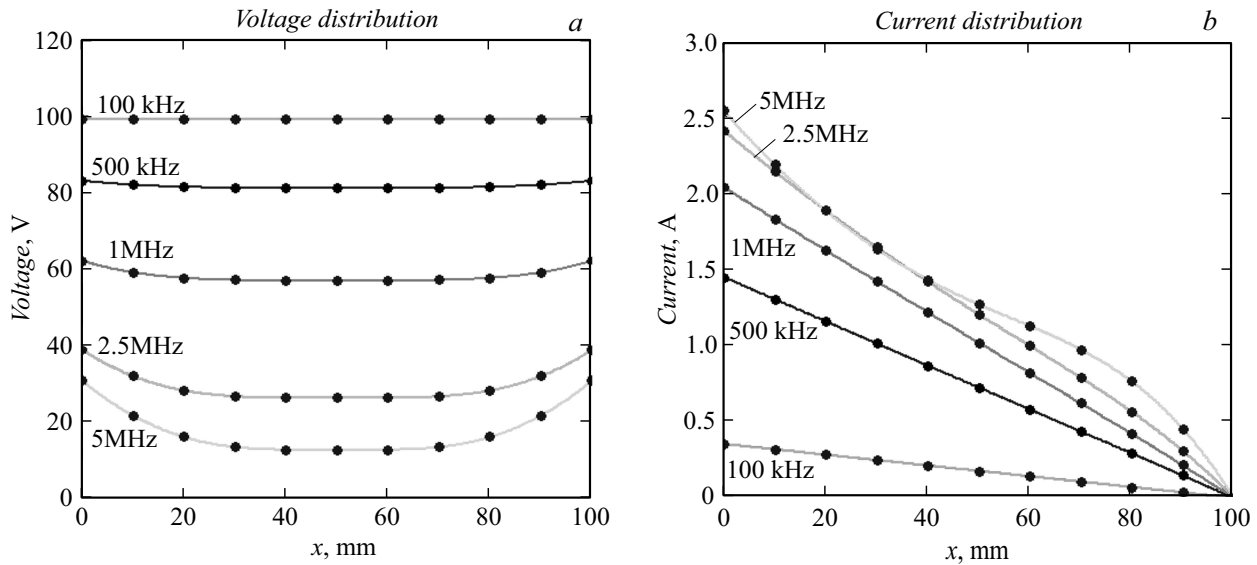


Рис. 2. Пространственное распределение напряжения и тока в конденсаторной структуре при различных частотах. Сплошные линии — моделирование, точки — аналитический расчет.

комплексных амплитуд имеем:

$$\begin{cases} -\frac{d\dot{U}(x, \omega)}{dx} = R \Delta \dot{I}(x, \omega), \\ -\frac{d\Delta \dot{I}(x, \omega)}{dx} = 2j\omega C \dot{U}(x, \omega), \\ E_m = R \int_0^L \dot{I}_1(x, \omega) dx + \dot{U}(0, \omega). \end{cases} \quad (3)$$

Граничные условия соответственно для I_0 и U_0 — токов и напряжений в начале и конце линии определяются как

$$\begin{aligned} \dot{I}_1(0, \omega) &= \dot{I}_2(L, \omega) = \dot{I}_0, \\ \dot{I}_1(L, \omega) &= \dot{I}_2(0, \omega) = 0, \\ \dot{U}(0, \omega) &= \dot{U}(L, \omega) = \dot{U}_0. \end{aligned} \quad (4)$$

После несложных выкладок приходим к следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} -\frac{d\dot{I}_1(x, \omega)}{dx} = j\omega C \dot{U}(x, \omega), \\ \frac{d^2 \dot{U}(x, \omega)}{dx^2} - 2j\omega \tau \dot{U}(x, \omega) = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где $\tau = RC$.

Решение системы уравнений (5) имеют следующий вид:

$$\dot{U}(x, \omega) = \frac{\dot{U}_0 \operatorname{ch}\left(k\left(x - \frac{l}{2}\right)\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{kl}{2}\right)}, \quad (6)$$

$$\dot{I}_1(x, \omega) = \frac{k \dot{U}_0 \operatorname{ch}\left(\frac{kx}{2}\right)}{R \operatorname{ch}\left(\frac{kl}{2}\right)} \operatorname{sh}\left(\frac{k(L-x)}{2}\right), \quad (7)$$

где

$$\dot{U}_0 = \frac{E_m}{1 + \frac{kl}{2} \operatorname{th}\left(\frac{kl}{2}\right)}, \quad \dot{I}_0 = \frac{k E_m \operatorname{th}\left(\frac{kl}{2}\right)}{R \left[1 + \frac{kl}{2} \operatorname{th}\left(\frac{kl}{2}\right)\right]}, \quad (8)$$

$$k = \sqrt{2j\omega\tau}. \quad (9)$$

Для верификации полученных решений было проведено соответствующее моделирование в программном пакете COMSOL Multiphysics. В расчетах использовался модуль Electric Currents и стационарный тип решения. Геометрия расчетной модели представляла собой часть конденсаторной секции, выполненной в виде параллелепипеда ($1 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 12 \mu\text{m}$). Расчетная модель имела 3 области: полимерную пленку (толщиной $10 \mu\text{m}$) и 2 электрода. Для каждой области задавались свои параметры удельной проводимости σ и диэлектрической проницаемости ϵ . Таким образом учитывались погонные параметры: сопротивление R и емкость C . При этом произведение $RC = 3.4 \cdot 10^{-5} \text{ s/m}^2$, что соответствует значению для реального конденсатора.

Граничными условиями являлись разность потенциалов E на противоположных обкладках (согласно рис. 1) и нулевое значение нормальной составляющей плотности тока $J_n = 0$ на остальных сторонах расчетной области.

Анализ полученных результатов

На рис. 2 приведены пространственные распределения напряжения и тока верхнего электрода вдоль конденсаторной структуры в зависимости от частоты приложенного напряжения для модулей аналитических решений (6) и (7) и результатов моделирования. Полученные данные полностью согласуются друг с другом и соответствуют реальным значениям погонной емкости $C = 56.6 \text{ nF/m}$ и $R = 600 \Omega/\text{m}$ для полимерного конденсаторного диэлектрика толщиной $10 \mu\text{m}$.

Интересно сравнить частотное поведение импеданса и эффективной емкости рассматриваемых схем подключения электродов конденсаторных структур, соответствующих рис. 1. В этом случае модуль импеданса для схемы B

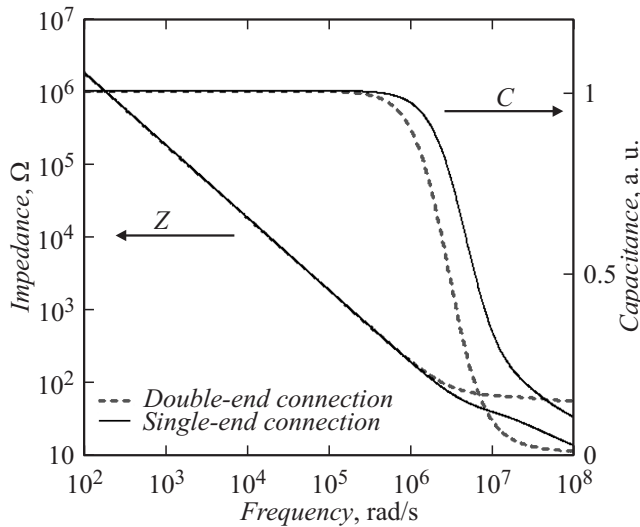


Рис. 3. Частотная дисперсия импеданса и нормированной емкости рассматриваемых конденсаторных структур.

определяется следующим соотношением:

$$Z_{\text{double}}(\omega) = \frac{E_m}{|I_1(0, \omega)|} = RL \frac{\sqrt{1 + 2h(\omega) \cos(\varphi(\omega)) + h^2(\omega)}}{2h(\omega)}, \quad (10)$$

где используются вспомогательные параметры

$$h(\omega) = \sqrt{\frac{\omega\tau}{2}} L \sqrt{\frac{\text{ch}(\sqrt{\omega\tau}L) - \cos(\sqrt{\omega\tau}L)}{\text{ch}(\sqrt{\omega\tau}L) + \cos(\sqrt{\omega\tau}L)}}, \quad (11)$$

$$\cos(\varphi(\omega)) = \sqrt{\frac{\text{sh}(\sqrt{\omega\tau}L) - \sin(\sqrt{\omega\tau}L)}{\text{ch}(2\sqrt{\omega\tau}L) - \cos(2\sqrt{\omega\tau}L)}}. \quad (12)$$

При этом асимптотика его частотного поведения соответствует конечному пределу

$$\lim_{\sqrt{\omega\tau}L \rightarrow \infty} Z_{\text{double}}(\omega) = \frac{RL}{2}. \quad (13)$$

Импеданс схемы А хорошо известен

$$Z_{\text{single}}(\omega) = \frac{R}{\sqrt{i\omega\tau \text{th}(\sqrt{i\omega\tau}L)}}. \quad (14)$$

В обоих рассматриваемых случаях эффективная емкость структур и их нормированное значение определяются как

$$C_{\text{eff}}(\omega) = \text{Re} \left[\frac{1}{i\omega Z(\omega)} \right], \quad (15)$$

$$C_N(\omega) = \frac{C_{\text{eff}}(\omega)}{\lim_{\omega \rightarrow 0} C_{\text{eff}}(\omega)} = \frac{C_{\text{eff}}(\omega)}{LC}. \quad (16)$$

На рис. 3 представлены частотные зависимости импедансов и нормированных емкостей для двух рассматриваемых случаев. Кажущееся слабое различие поведения

импедансов (логарифмический масштаб) тем не менее обуславливает более ранний „завал“ емкости второй структуры на частоте ~ 200 kHz по отношению к первой, для которой спад начинается при частоте ~ 1 MHz. Таким образом, для реальных параметров пленочных конденсаторов при микросекундных импульсных процессах разряда схема подключения электродов в соответствии с рис. 1 (А) является более предпочтительной.

Заключение

На основании предложенных уравнений для противоположного подключения конденсаторных электродов получены точные решения для пространственных распределений потенциала и тока, полностью соответствующие результатам моделирования структуры в программном пакете COMSOL Multiphysics. Неоднородность распределения полевых характеристик приводит к частотным зависимостям импеданса конденсатора и его эффективной емкости. Обсуждаемый подход оценки частотной дисперсии конденсаторных структур позволяет оптимизировать создание и применение эффективных емкостных накопителей энергии. Полученные решения легко обобщаются в случае учета продольной индуктивности и поперечной проводимости и могут быть полезны в теории длинных линий, несимметрично подключаемых к источнику напряжения с противоположных концов.

Список литературы

- [1] Wang H., Blaabjerg F. // IEEE Trans. Ind. Appl. 2014. Vol. 50. N 5. P. 3569–3578.
- [2] Jow T.R. et al. // IEEE Pulsed Power Conference. Austin, TX, 2015. P. 1–7.
- [3] Belko V.O., Emelyanov O.A. // J. Appl. Phys. 2016. Vol. 119. P. 024509.
- [4] Бондаренко П.Н., Емельянов О.А. // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. Вып. 4. С. 67–72.
- [5] Шнейерсон Г.А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхсильных токов. М: Энергоатомиздат, 1992. 413 с.
- [6] Belko V.O., Emelyanov O.A., Ivanov I.O., Glivenko D.Y. // 2017 IEEE Conf. ElConRus. 2017. P. 1–3.
- [7] Qin S., Boggs S. // IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul. 2010. Vol. 17. N 5. P. 1298–1306.
- [8] Sivakumar J., Usa S., Panneerselvam M.A. // Res. J. Appl. Sci., Eng. Tech. 2014. Vol. 7. N 3. P. 639–644.
- [9] Li Z. et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2015. Vol. 43. N 6. P. 2038–2045.
- [10] Joubert Ch., Bérroual A., Rojat G. // J. Appl. Phys. 2004. Vol. 95. N 11. P. 6420–6425.
- [11] Brown R.W. // IEEE Trans. Compon. Packag. Manuf. Technol. 2007. Vol. 30. N 4. P. 764–773.
- [12] Vuillemet Y. et al. // IEEE Trans. Magn. 2007. Vol. 43. N 4. P. 1569–1572.
- [13] Шимони К. Теоретическая электротехника. М.: Мир, 1964. 775 с.
- [14] Демурчан К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники. СПб.: Питер, 2003. Т. 1. 576 с.