

## Диаграмма состояний широкой сверхпроводящей пленки, несущей транспортный ток

© А.Н. Артемов, Ю.В. Медведев

Донецкий физико-технический институт Национальной академии наук Украины,  
83114 Донецк, Украина

E-mail: medvedev@kinetic.ac.donetsk.ua

(Поступила в Редакцию 14 декабря 2001 г.  
В окончательной редакции 18 мая 2002 г.)

Предложена модель токового разогрева широкой сверхпроводящей пленки, учитывающая нелинейный характер ее проводимости. Показано, что в рамках этой модели свойства пленки могут характеризоваться одним безразмерным коэффициентом теплового баланса, включающим в себя как тепловые, так и резистивные параметры системы. Проанализирована устойчивость состояний пленки, несущей транспортный ток. Построена диаграмма состояний пленки в зависимости от средней плотности тока и коэффициента теплового баланса. Расчитана скорость движения стационарного неоднородного распределения температуры в пленке как функция плотности тока при разных значениях коэффициента теплового баланса.

Работа поддержана Министерством образования и науки Украины (проект 2М/71-2000).

Сверхпроводник второго рода, несущий транспортный ток, является довольно сложным объектом. В зависимости от температуры и плотности тока он может находиться в сверхпроводящем, резистивном или нормальном состояниях. Кроме того, его состояния могут быть однородными и неоднородными, стационарными и нестационарными. Экспериментальные и теоретические исследования состояний сверхпроводника и их устойчивости, понимание физических процессов, их обуславливающих, широко отражены в специальной литературе [1]. Тем не менее многие аспекты поведения сверхпроводника с током пока еще не исследованы. Одна из таких актуальных проблем обусловлена интересом к возможностям переноса тока широкими сверхпроводящими пленками.

Воздействуя тепловыми или электромагнитными возмущениями на сверхпроводники второго рода, можно стимулировать в них образование самоподдерживающихся неоднородных диссипативных областей [1–6]. Их эволюция проявляется в различного рода вольт-амперных характеристиках (ВАХ) (см., например, [4]) и может приводить к переходу всего образца в резистивное, нормальное или к возврату в бездиссипативное состояние. Подобные переходы характеризуются распространением по пленке „волн переключения“. Расчет их скоростей позволяет в рамках конкретных упрощающих предположений описать развитие возмущений в сверхпроводниках [7–10] как в присутствии магнитного поля, так и в его отсутствие. В последнем случае неустойчивость сверхпроводящего состояния связана с неизоэнтальпической динамикой проникающих в образец магнитных вихрей, образованных магнитным полем транспортного тока.

В общем случае неизоэнтальпической динамики магнитного потока анализ разрушения (восстановления) сверхпроводящих свойств токонесущего элемента требует привлечения уравнения теплового баланса и модельного

представления для удельного сопротивления  $\rho$  резистивной области, характеризующего мощность источника тепла  $\dot{Q}(J, T)$  в проводнике. Для композитных сверхпроводников и узких сверхпроводящих пленок подобный анализ обычно упрощают, используя одномерное уравнение теплопроводности в предположении линейного поверхностного теплоотвода ( $W(T) = h(T - T_0)$ , где  $h$  — коэффициент теплоотдачи,  $T_0$  — температура термостата) и выражения для удельного сопротивления в виде ступенчатой функции температуры [1]. Однако в высокотемпературных сверхпроводниках, характеризующихся слоистой структурой, наблюдается топологический фазовый переход, присущий двумерным системам. Важным моментом в этой связи является учет нелинейной зависимости  $\rho$  от плотности тока  $J$ . Нелинейность функции  $\rho(J)$  в сильно анизотропных слоистых системах обуславливается внутренними физическими процессами — процессами разрыва возникающих флуктуационно пар „вихрь-антивихрь“ под действием тока. Она и определяет условия существования и устойчивости однородных и неоднородных стационарных состояний [11,12].

Подобный механизм нелинейности может наблюдаться в широких сверхпроводящих пленках с током. В таких системах резистивность обусловлена движением магнитных вихрей, входящих через край пленки под действием силы Лоренца. Сопротивление течению потока  $\rho_f$ , которое приводит к резистивным потерям, зависит от концентрации вихрей  $n_v$  в сверхпроводнике  $\rho_f \sim \rho_n \pi \xi^2 n_v$ . Концентрация вихрей, преодолевших краевой барьер и вошедших в образец, является функцией плотности тока, протекающего в нем. Это и является основной причиной, приводящей к нелинейности резистивных потерь в широких сверхпроводящих пленках.

Рассматривая кинетику течения потока в широких пленках и их ВАХ авторы [2] нашли, что в резистивной области выражение для продольного электрического поля  $E$ , усредненное по времени, можно записать в виде

соотношения, нелинейного относительно средней плотности тока в пленке (в отсутствие пиннинга вихрей)

$$E = \rho_n J f(J, T), \quad (1)$$

$$f(J, T) = (1 - J_c/J) / [1 - J_c/J + A(J, T)], \quad (2)$$

где  $\rho_n$  — удельное сопротивление пленки в нормальном состоянии,  $J_c$  — средняя плотность критического тока  $I_c$  возникновения диссипации в пленке,  $A(J, T) = \alpha (J_c/J) [(T_c - T)/T_c]^{3/2}$ ,  $\alpha$  — безразмерная константа порядка единицы,  $T_c$  — критическая температура сверхпроводника.

Настоящая статья посвящена изучению эволюции стационарных состояний широкой сверхпроводящей пленки, связанных с процессом теплопроизводства, обусловленным диссипативными эффектами вязкого движения магнитного потока. В работе использовано модельное выражение для мощности источника тепла  $\dot{Q}(J, T)$ , обобщающее результаты [2].

В рамках предложенной модели построена диаграмма состояний пленки в зависимости от средней плотности транспортного тока и коэффициента теплового баланса, включающего в себя как тепловые характеристики подложки, так и параметры сверхпроводника, которые определяют мощность теплопроизводства. Кроме того, найдены неоднородные стационарные решения — волны переключения типа сверхпроводящее–нормальное ( $S-N$  волна) и сверхпроводящее–резистивное ( $S-R$  волна) состояния, подобные рассмотренным в работе [11], а также получены зависимости скорости распространения этих волн от плотности тока в пленке.

## 1. Модель

Исследование состояний сверхпроводящих пленок при условии, что вошедшие в пленку вихри движутся перпендикулярно направлению протекания тока и тепловая длина значительно превышает все характерные длины образца, можно проводить с помощью одномерного уравнения переноса тепла

$$D_s C_s \frac{\partial T}{\partial t} = D_s k_s \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + d_f \dot{Q}(J, T) - W(T). \quad (3)$$

Здесь  $D_s$  — толщина подложки,  $C_s$  и  $k_s$  — теплоемкость и теплопроводность материала подложки,  $d_f$  — толщина пленки, а ось  $x$  направлена вдоль тока. Для скорости теплоотвода используем линейную функцию

$$W(T) = h(T - T_0), \quad (4)$$

где  $h = k_s/D_s$  — эффективный коэффициент теплоотвода.

Все тепловые расчеты будем проводить, пренебрегая неоднородностью нагрева по ширине образца, возникающей из-за неоднородного распределения тока [13]. Это означает, что в (3) фигурирует средняя по сечению

пленки плотность тока. Для больших резистивных областей это оправдано, поскольку на их протяжении ток успевает перераспределиться к однородному, и теплопроизводство, являющееся функцией тока, оказывается практически постоянным вдоль всей траектории движения вихрей.

Функция  $\dot{Q}(J, T)$ , задающая мощность тепловыделения, является локальной и зависит от плотности тока и температуры в данной точке пленки. Нам будут интересовать неоднородные решения уравнения (3). В этом случае в пленке могут одновременно существовать области, находящиеся в сверхпроводящем, резистивном и нормальном состояниях. Функция  $\dot{Q}(J, T)$ , учитывающая все эти возможности, является кусочно-непрерывной и может быть записана в виде  $\dot{Q}(J, T) = \rho_n J^2 f(J, T)$  с функцией  $f(J, T)$ , определенной следующим образом:

$$f(J, T) = \begin{cases} 1, & T \geq T_n, \\ (1 - J_c/J) / [1 - J_c/J + A(J, T)], & T_n \geq T \geq T_r, \\ 0, & T \leq T_r. \end{cases} \quad (5)$$

Наше определение нелинейной функции  $f(J, T)$  несколько отличается от (2), которое принято в работе [2]. Мы учли, что пленка переходит в нормальное состояние не при температуре  $T_c$ , как полагается в [2], а при температуре  $T_n$ , при которой средняя плотность тока  $J$  сравнивается с плотностью тока распаривания  $J_{GL}$ . В этой связи мы переопределили величину  $\alpha$ , входящую в  $f(J, T)$ . В нашей модели она не является постоянной, а зависит от плотности тока. Она обращается в нуль при температуре  $T_n$ , которая всегда меньше  $T_c$ , имеет вид  $\alpha = 1 - J/J_{LG}(T)$ . Температура перехода пленки в резистивное состояние  $T_r$  определяется соотношением  $J = J_c(T_r)$ .

Предложенная модель содержит большое число параметров, задающих резистивные свойства сверхпроводника и тепловые характеристики подложки. Для того, чтобы выявить универсальные зависимости поведения модели от этих параметров, запишем уравнения модели в безразмерном виде. Введем следующие безразмерные переменные:

$$l = \frac{x}{D_s}, \quad \tau = \frac{k_s}{C_s D_s^2} t,$$

$$\theta = \frac{T}{T_c}, \quad j = \frac{J}{J_c(0)}$$

и безразмерный коэффициент теплового баланса

$$\eta = \frac{k_s}{D_s} \frac{T_c}{d_f \rho_n J_c^2(0)},$$

который зависит как от резистивных свойств пленки ( $\rho_n$ ,  $J_c(0)$ ,  $d_f$ ), так и от условий теплоотвода ( $k_s$ ,  $D_s$ ). В этих

обозначениях основное уравнение модели принимает вид

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial l^2} + \dot{q}(j, \theta) - w(\theta), \quad (6)$$

где  $\dot{q}(j, \theta) = \eta^{-1} j^2 f(j, \theta)$  — безразмерная мощность теплопроизводства и  $w(\theta) = \theta - \theta_0$  — скорость теплоотвода. Теперь ясно видно, что основные параметры сверхпроводника и подложки сведены в один коэффициент  $\eta$ , который и определяет главным образом поведение модели. Кроме этого коэффициента модель характеризуется также безразмерным током распаривания  $j_{GL} = J_{GL}/J_c(0)$  и безразмерной температурой термостата  $\theta_0 = T_0/T_c$ . Такое сокращение числа существенных параметров модели значительно облегчает понимание того, каким образом свойства сверхпроводника и подложки влияют на поведение всей системы.

## 2. Стационарные состояния широкой сверхпроводящей пленки с током

Характер стационарных решений уравнения теплопроводности (6) зависит от числа и характера его особых точек, определяемых условием

$$\dot{q}(\theta) - w(\theta) = 0. \quad (7)$$

Таких точек в нашей модели, в зависимости от параметров и величины тока, может быть либо одна, либо три. В первом случае это устойчивое сверхпроводящее, резистивное либо нормальное состояние. Критерием устойчивости является неравенство  $\partial w/\partial \theta > \partial \dot{q}/\partial \theta$ . Устойчивыми стационарными в этом случае могут быть только однородные решения.

В случае когда уравнение (7) имеет три решения, двум крайним ( $\theta_1, \theta_2$ ) соответствуют устойчивые состояния, а третьему решению  $\theta_3$  ( $\theta_1 < \theta_3 < \theta_2$ ) — неустойчивое. В этой области температур, кроме указанных однородных, может существовать неоднородное устойчивое стационарное решение, которое называют волной переключения между состояниями  $\theta_1$  и  $\theta_2$ . Волна переключения является автомодельным решением уравнения (6). Она представляет собой неоднородное распределение температуры, которое движется с постоянной скоростью  $v$ , являющейся собственным значением уравнения. Особенности решений такого типа рассмотрены в следующем разделе.

В этом разделе исследуются области существования различных видов устойчивых стационарных состояний в зависимости от средней плотности тока  $j$  и величины эффективного коэффициента теплового баланса  $\eta$ . В реальных экспериментальных условиях коэффициент  $\eta$  можно изменять, варьируя условия теплоотвода, которые зависят от материала, качества и толщины подложки ( $k_s, D_s$ ), и теплопроизводства, обусловленные материалом сверхпроводника ( $T_c, J_c, \rho_n, d_f$ ). Изменяя параметр  $\eta$ , т.е. выбирая различные материалы и варьируя качества и толщину подложки или пленки, можно

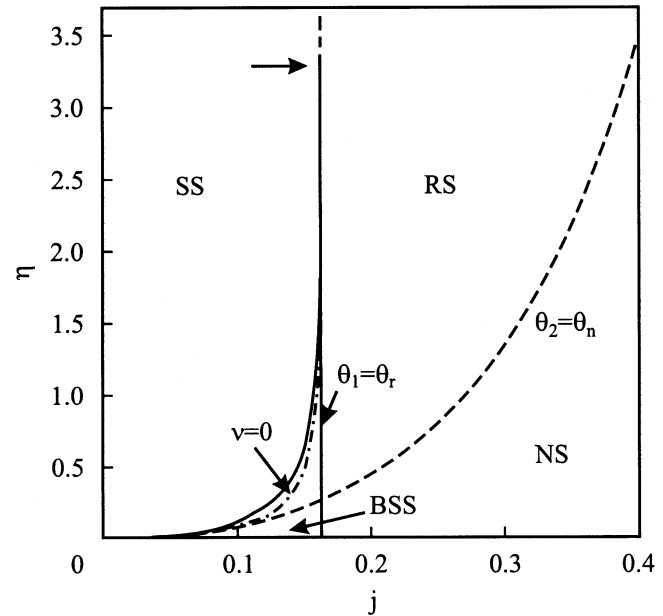


Рис. 1. Диаграмма состояний широкой сверхпроводящей пленки с током в зависимости от коэффициента теплового баланса  $\eta$  и средней плотности транспортного тока  $j$ .

создавать и менять ширину области бистабильности сверхпроводника, а также менять область стабильности однородных состояний.

При выполнении конкретных расчетов мы полагали, что температурная зависимость критического тока задается выражением  $j_c(\theta) = (1 - \theta)$  (см. [14,15]), а тока распаривания —  $j_{GL}(\theta) = 10(1 - \theta)^{3/2}$  [16]. Температуру термостата мы приняли равной  $\theta_0 = 0.837$ .

На рис. 1 приведена диаграмма состояний сверхпроводника в пространстве параметров  $\eta$  и  $j$ . На ней показаны области существования всех устойчивых стационарных однородных и неоднородных состояний широкой сверхпроводящей пленки в предложенной модели. Пленка может находиться в однородных сверхпроводящем (SS), резистивном (RS) или нормальном (NS) состояниях. Сплошными линиями ограничена область бистабильного (BSS) состояния, где могут реализоваться как однородные, так и неоднородные распределения температуры. При увеличении эффективного коэффициента теплового баланса правая и левая границы области BSS сближаются и при значении  $\eta \approx 3.29$  сливаются. На эту точку на рисунке указывает горизонтальная стрелка. Вне этой области устойчивыми стационарными могут быть только однородные состояния сверхпроводящей пленки с током. Штриховые линии разделяют области существования SS и RS ( $\theta_1 = \theta_r$ ), а также RS и NS ( $\theta_2 = \theta_n$ ).

В области BSS в данной модели могут существовать два вида неоднородных решений — волн переключения. Это волны S-R и S-N. Нижний участок решения, соответствующих температуре  $\theta_1$ , всегда сверхпроводящий.

Верхний ( $\theta_2$ ) может быть резистивным выше штриховой линии  $\theta_2 = \theta_r$  и нормальным ниже нее. Штрихпунктирная линия соответствует значениям коэффициента теплового баланса и плотности тока, при которых скорость волны переключения равна нулю. Слева от нее волна движется в сторону резистивного или нормального состояния, переводя весь образец в сверхпроводящее состояние. Это область абсолютной устойчивости сверхпроводящего состояния широкой пленки. Справа от этой линии волна переключения переводит образец либо в резистивное, либо в нормальное состояние. Здесь, внутри области BSS, однородное сверхпроводящее состояние является метастабильным.

### 3. Термическая устойчивость сверхпроводящего состояния

В этом разделе рассмотрены неоднородные стационарные решения уравнения (6). Такие решения могут существовать в области параметров модели, в которой уравнение (7) имеет три решения. В этом случае две крайние особые точки ( $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ) на фазовой плоскости являются устойчивыми седлами, а третья ( $\theta_3$ ) — неустойчивым узлом [17]. Обсудим стационарные решения вида  $\theta(l, \tau) = \theta(l - v\tau)$  уравнения (6) с граничными условиями

$$\theta(l = -\infty, \tau) = \theta_1, \quad \theta(l = +\infty, \tau) = \theta_2,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial l}(l = \pm\infty, \tau) = 0.$$

Известно [17,18], что единственным устойчивым стационарным решением такого вида является решение, соответствующее сепаратрисе, идущей из седла в седло. Этому решению отвечает неоднородное распределение температуры, движущееся с постоянной скоростью  $v$ . В самой низкотемпературной части этого решения система всегда находится в сверхпроводящем состоянии. Высокотемпературный участок, в зависимости от параметров модели и тока, может быть либо резистивным, либо нормальным.

Зависимость скорости движения неоднородного решения от плотности тока, протекающего по пленке, при различных значениях коэффициента теплового баланса  $\eta$ , показана на рис. 2. В случае малых значений тока граница движется в положительном направлении оси  $l$  от сверхпроводящей фазы к нормальной, а область, занятая сверхпроводящей фазой, увеличивается. Это означает, что при малых значениях тока сверхпроводящая фаза является абсолютно устойчивой, т.е. возникающая флуктуационно нормальная (резистивная) область через какое-то время схлопнется. При некотором значении тока скорость движения границы меняет знак. Это значит, что волна переключения начинает двигаться в направлении сверхпроводящей фазы, переводя образец в нормальное (резистивное) состояние. На

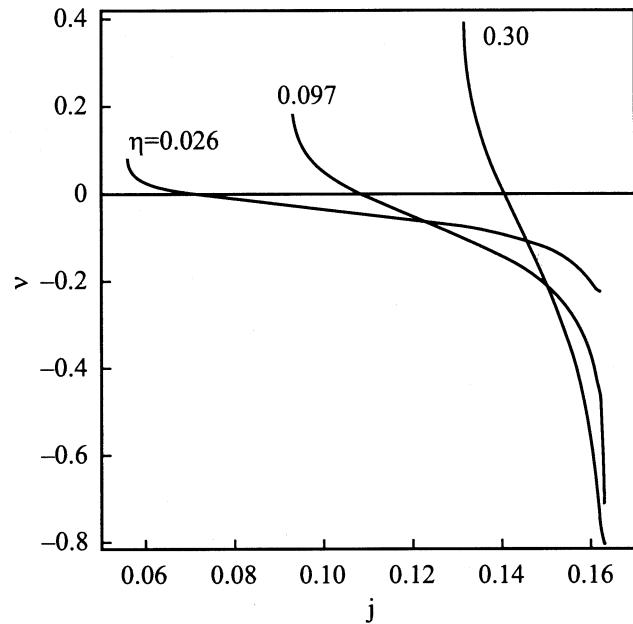


Рис. 2. Зависимость скорости движения волны переключения  $v$  от средней плотности транспортного тока  $j$  при различных значениях коэффициента теплового баланса  $\eta$ .

рис. 1 показано, как коэффициент теплового баланса влияет на величину тока, при которой скорость волны  $v = 0$ . Безразмерная скорость  $v$  связана с размерной  $v$  соотношением  $v = (k_s/C_s D_s)v$ .

Сравнивая кривые на рис. 2, легко увидеть, что с увеличением эффективного коэффициента теплоотвода  $h = k_s/D_s$  или с уменьшением величины  $d_f \rho_n J_c^2(0)/T_c$  сужается интервал токов, при которых возможно существование неоднородных решений (рис. 1), и возрастают максимальные скорости движения волны переключения на границах интервалов.

В заключение отметим отличие неоднородных состояний в модели широкой пленки от аналогичных состояний в модели слоистого сверхпроводника [11,12]. В последнем случае нижнее состояние  $\theta_1$  может быть как сверхпроводящим, так и резистивным. В нашей модели широкой пленки оно может быть только сверхпроводящим. Формально это связано с тем, что в этой модели производная  $\partial q/\partial \theta$  рвется при температуре  $\theta_r$ , при которой пленка переходит в резистивное состояние. В структуре диаграммы состояний это приводит к тому, что линия, разделяющая сверхпроводящее и резистивное состояния (линия  $\theta_1 = \theta_r$  на рис. 1), сливается с правой границей области существования BSS. Экспериментальное исследование отмеченной особенности затруднено, поскольку вблизи порога резистивности напряжение на образце настолько мало, что по порядку величины становится меньше тепловых шумов. Поэтому для однозначного решения этого вопроса нужны дополнительные, как теоретические и экспериментальные исследования токовых состояний сверхпроводящих пленок.

## Список литературы

- [1] Р.Г. Минц, А.Л. Рахманов. Неустойчивости в сверхпроводниках. Наука, М. (1984). 263 с.
- [2] Ю.М. Иванченко, П.Н. Михеенко. ЖЭТФ **82**, 2, 488 (1982).
- [3] Ю.М. Иванченко, П.Н. Михеенко. ЖЭТФ **83**, 2(8), 684 (1982).
- [4] И.М. Дмитренко. ФНТ **22**, 8, 849 (1996).
- [5] В.Г. Волоцкая, И.М. Дмитренко, Л.Е. Мусиенко, А.Г. Сиваков. ФНТ **7**, 3, 383 (1981).
- [6] I.M. Dmitrenko, V.G. Volotskaya, I.E. Musienko, A.G. Sivakov. Physica **108B+C**, 1-3, 783 (1981).
- [7] Н.А. Бузников, А.А. Пухов. Письма в ЖТФ **24**, 2, 22 (1998).
- [8] А.А. Алистратов, И.Л. Максимов. ФТТ **42**, 196 (2000).
- [9] Н.А. Тайланов, У.Т. Яхшиев. ФТТ **43**, 396 (2001).
- [10] Н.А. Тайланов, У.Т. Яхшиев. ФТТ **44**, 17 (2002).
- [11] И.Л. Максимов, Д.Ю. Водолазов. Письма в ЖТФ **24**, 21, 1(1998).
- [12] А.Н. Артемов, Ю.В. Медведев. ФНТ **28**, 349 (2002).
- [13] С.В. Лемпицкий. ЖЭТФ **90**, 2, 793 (1986).
- [14] R. Glover, H. Coffey. Rev. Mod. Phys. **36**, 299 (1964).
- [15] А.Ю. Ларкин, Ю.Н. Овчинников. ЖЭТФ **61**, 1221 (1971).
- [16] В.Л. Гинзбург. ДАН СССР **118**, 464 (1958).
- [17] В.А. Васильев, Ю.М. Романовский, В.Г. Яхно. Автоволновые процессы. Наука, М. (1987). 240 с.
- [18] Я.И. Канель. Мат. сб. **59**, 245 (1962).