Электродинамический отклик наносферы, помещенной в магнитное поле

© Д.В. Булаев, В.А. Маргулис

Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарева, 430000 Саранск, Россия

E-mail: theorphysics@mrsu.ru

(Поступила в Редакцию 22 мая 2002 г.)

Исследовано поглощение электромагнитного излучения 2D-электронов на поверхности квантовой сферы в слабом магнитном поле. Показано, что при низкой температуре в конфигурации Фарадея (волновой вектор фотонов параллелен магнитному полю) на кривой поглощения имеются четыре, а в конфигурации Фойхта (волновой вектор фотонов перпендикулярен магнитному полю) — шесть резонансных пиков. В частном случае конфигурации Фойхта, когда вектор поляризации фотонов параллелен магнитному полю, на кривой поглощения возникают только два резонансных пика. Исследовались форма, положение и интенсивность пиков. Показано, что при близкой к нулю температуре на кривой поглощения имеются скачки двух разных типов. Скачки первого типа обусловлены пересечениями уровня $\mu - \hbar \omega$ с энергетическими уровнями электронов, а скачки второго типа возникают вследствие пересечений энергетическими уровнями электронов химического потенциала μ .

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 01-02-16564).

В последнее время значительное внимание уделяется созданию и изучению сферических наноструктур [1–3]. В первую очередь это связано с тем, что на их основе могут быть созданы оптические и электронные устройства нового поколения. Сферические наноструктуры обладают интересными спектральными [4] и оптическими [5–7] свойствами. Как показано в [5–8], поглощение оптического излучения такими структурами хорошо описывается в классическом подходе. Отметим, что изменение формы и размеров наноструктуры существенно сказывается на спектральных [9] и других свойствах. На основе сферических наноструктур могут быть получены кристаллы, которые имеют фотонную запрещенную зону и являются фотонными кристаллами [10–12].

Совсем недавно благодаря значительному прогрессу в нанотехнологии появилась возможность наносить на сферическое диэлектрическое ядро наноразмеров тонкую металлическую или полупроводниковую оболочку. Существует несколько оригинальных методик получения таких наноструктур. Так, в [13] сообщалось о создании кристаллов из наносфер на основе ядра из CdSe, покрытого оболочкой из ZnS. Другой метод получения сферических нанооболочечных структур основан на осаждении золота на сферический диэлектрический остов из Au₂S в результате смешивания водных растворов HAuCl₄ и Na₂S [14-17]. Размеры получаемых сфер имеют порядок нескольких десятков нанометров. Эксперименты по поглощению электромагнитного излучения среды, содержащей такие нанооболочечные структуры, показали, что в спектре поглощения существует резонансный пик в оптической области спектра, связанный с поглощением излучения нанооболочечными структурами [14,15]. В рамках классической теории [8] показано, что резонансный пик возникает вследствие плазменного резонанса электронов в системе, причем положение и интенсивность пика поглощения зависят от толщины металлической оболочки и диаметра диэлектрического ядра [14,15]. Как показано в [18-20], оболочка структуры может значительно усиливать нелинейный оптический отклик системы. Изучение оптических свойств нанооболочечных структур дает важную информацию о кинетике роста таких наноструктур [15] и позволяет определить такие параметры, как время релаксации электронов и константа электрон-фононной связи [14]. Отметим, что если толщина металлической или полупроводниковой оболочки составляет величину порядка нескольких атомных слоев, то в свойствах системы становится важным проявление квантовых эффектов. В этом случае классический подход описания таких наноструктур неприменим [14].

Цель настоящей работы состоит в исследовании оптических переходов 2D-электронов на поверхности наносферы, находящейся в слабом однородном магнитном поле. Отметим, что исследование оптических переходов является мощным методом определения параметров энергетического спектра и ферми-поверхности электронов [21-25]. Модель электронного газа на поверхности сферы широко используется для исследования спектральных [26,27], магнитных [28–31] и транспортных [32] свойств сферических или сфероидальных наноструктур, а также для анализа влияния электрон-электронного [33] и спин-орбитального взаимодействия [34] на спектральные свойства электронов в сферических системах. В рамках этой модели исследовано, в частности, поглощение электромагнитного излучения наносферой в отсутствие магнитного поля [35]. Модель электронного газа на поверхности сферы можно применить для исследования нанооболочечной структуры с толщиной оболочки, много меньшей размеров структуры.

Электронные переходы под действием излучения

Рассмотрим систему невзаимодействующих электронов, находящихся на поверхности наносферы в слабом однородном магнитном поле. Уравнение Шредингера в этом случае можно свести к дифференциальному уравнению

$$(1 - \eta^2) f''(\eta) - 2\eta f'(\eta) + \left(A - C^2(1 - \eta^2) - \frac{m^2}{1 - \eta^2}\right) f(\eta) = 0, \quad \eta \in [-1, 1],$$

где $A = (2m^*R^2/\hbar^2)(E - \hbar\omega_c m/2),$ $C = m^*\omega_c R^2/2\hbar,$ m — магнитное квантовое число, E — энергия электрона, R — радиус сферы, m^* — эффективная масса электрона. Волновая функция электрона имеет вид $\psi(\varphi, \vartheta) = e^{im\varphi} f(\cos \vartheta)$. Решением этого дифференциального уравнения являются вытянутые угловые сфероидальные функции $S_{ml}(C, \eta)$ [36]. В случае слабого магнитного поля в гамильтониане системы можно отбросить квадратичный по полю член. Спектральная задача для гамильтониана в этом приближении легко решается [28],

$$\psi_{l,m}(\vartheta, \varphi) = Y_{l,m}(\vartheta, \varphi),$$
$$E_{l,m} = \frac{\hbar\Omega}{2} l(l+1) + \frac{\hbar\omega_c}{2} m,$$
(1)

где l — орбитальное квантовое число, $\Omega = \hbar/m^* R^2$, $Y_{l,m}(\vartheta, \varphi)$ — сферические гармоники. Заметим, что расщепление уровней электрона на поверхности наносферы в магнитном поле аналогично эффекту Зеемана для атома. Условием применимости формул (1) является выполнение неравенства

$$B \ll 4c\hbar/|e|R^2.$$

Используя стандартный метод [37], можно найти поглощение наносферой электромагнитного излучения, применяя теорию возмущений для взаимодействия электронов с высокочастотным электромагнитным полем. В случае вырожденного электронного газа для величины поглощения получим

$$\Gamma = \frac{\sqrt{\varepsilon(\omega)}}{2c\hbar R^2 N_{\mathbf{k}}} \left(1 - e^{-\hbar\omega/T}\right)$$

$$\times \sum_{l,m} \sum_{l',m'} f_0(E_{l,m}) \left[1 - f_0(E_{l,m} + \hbar\omega)\right]$$

$$\times |\langle l', m', -\mathbf{k}| H_R | l, m, 0 \rangle|^2 \delta(E_{l,m} - E_{l',m'} + \hbar\omega), \quad (3)$$

где $\varepsilon(\omega)$ — вещественная часть диэлектрической проницаемости (мы предполагаем, что в рассматриваемой здесь области частот нет дисперсии); $N_{\mathbf{k}}$ — концентрация падающих на наносферу фотонов с частотой ω ; \mathbf{k} — волновой вектор фотона; $f_0(E_{l,m})$ — электронная функция распределения; множитель $1 - \exp(-\hbar\omega/T)$ учитывает вынужденное испускание фотонов. Оператор электрон-фотонного взаимодействия имеет вид

$$H_R = rac{|e|}{m^*} \sqrt{rac{2\pi\hbar N_{\mathbf{k}}}{arepsilon(\omega)\omega}} \, \mathbf{e}_{\mathbf{k}} \left(\mathbf{p} + rac{|e|}{c} \, \mathbf{A}
ight),$$

где A — векторный потенциал однородного магнитного поля, e_k — вектор поляризации фотона.

При вычислении матричных элементов оператора H_R электромагнитное поле предполагается однородным, т.е. считается, что длина волны фотона много больше радиуса сферы.

Ограничимся далее детальным исследованием только линейной поляризованной электромагнитной волны. Направим ось O_Z вдоль направления однородного магнитного поля **B**, а ось O_X — так, чтобы вектор поляризации фотона лежал в плоскости xO_Z : $\mathbf{e}_{\mathbf{k}} = (\sin \alpha, 0, \cos \alpha)$, где α — угол между вектором поляризации фотона и магнитным полем. Будем различать два выделенных по симметрии случая: конфигурация Фарадея — волновой вектор фотона параллелен однородному магнитному полю ($\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}$), следовательно, $\mathbf{e}_{\mathbf{k}} = (1, 0, 0)$; конфигурация Фойхта — волновой вектор фотона перпендикулярен магнитному полю ($\mathbf{k} \perp \mathbf{B}$). В этом случае вектор поляризации фотона произвольно направлен относительно магнитного поля ($\mathbf{e}_{\mathbf{k}} = (\sin \alpha, 0, \cos \alpha)$).

В конфигурации Фарадея и при симметричной калибровке векторного потенциала магнитного поля имеем $\mathbf{e}_{\mathbf{k}}(\mathbf{p} + |e|\mathbf{A}/c) = p_x - m^*\omega_c y/2$. Тогда в дипольном приближении матричные элементы перехода можно записать в виде

$$egin{aligned} & \langle l', m', -\mathbf{k} | H_R | l, m, 0
angle \ &= rac{|e|}{m^*} \sqrt{rac{2\pi\hbar N_{\mathbf{k}}}{arepsilon(\omega)\omega}} \left\langle l', m' \left| p_x - rac{m^*\omega_c}{2} y \right| l, m
ight
angle. \end{aligned}$$

Используя рекуррентные формулы для присоединенных полиномов Лежандра, можно получить выражение для этого матричного элемента. После несложных вычислений найдем, что в дипольном приближении в конфигурации Фарадея переходы возможны только между уровнями соседних оболочек $(l' = l \pm 1)$ с магнитными квантовыми числами, отличающимися на единицу $(m' = m \pm 1)$. Отметим, что правила отбора для переходов в нашем случае такие же, как и в эффекте Зеемана. Резонансные пики поглощения в магнитном поле расщепляются на несколько компонент, причем количество компонент будет зависеть от ориентации волнового вектора относительно магнитного поля (от направления наблюдения). По аналогии с эффектом Зеемана будем называть σ -компонентами резонансные пики, обусловленные переходами $m \to m \pm 1$, и π -компонентами резонансные пики, обусловленные переходами $m \rightarrow m$.

После несложных преобразований поглощение можно представить в виде суммы четырех слагаемых

$$\Gamma_{\sigma} = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4, \tag{4}$$

где

$$\frac{\Gamma_{1,2}}{\Gamma_0} = \frac{\Omega}{\omega} (1 - e^{-\hbar\omega/T}) \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} f_0(E_{l,m}) [1 - f_0(E_{l,m} + \hbar\omega)]$$

$$\times \frac{(l \pm m + 1)(l \pm m + 2)}{(2l + 1)(2l + 3)} \frac{(l \pm \omega_c/2\Omega)^2}{1 + \tau^2 [\omega - \Omega(l + 1) \mp \omega_c/2]^2}$$

$$\frac{\Gamma_{3,4}}{\Gamma_0} = \frac{\Omega}{\omega} (1 - e^{-\hbar\omega/T}) \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} f_0(E_{l,m}) [1 - f_0(E_{l,m} + \hbar\omega)$$

$$\times \frac{(l \mp m)(l \mp m - 1)}{(l + 1 \mp \omega_c/2\Omega)^2}$$

$$\times \frac{(l-1)(2l+1)}{(2l-1)(2l+1)} \frac{(1+\tau^2(\omega+\Omega l\mp\omega_c/2)^2)}{(1+\tau^2(\omega+\Omega l\mp\omega_c/2)^2)}$$

 $(\Gamma_0 = e^2 \tau / 4cm^* R^2 \sqrt{\varepsilon(\omega)})$. Здесь для учета размытия резонансов рассеиванием введено лоренцевское уширение пиков

$$\delta_{\tau}(x) = \frac{(\pi\tau)^{-1}}{\tau^{-2} + x^2},$$
(5)

где τ — феноменологическое время релаксации.

Рассмотрим сначала частный случай конфигурации Фойхта, когда $\mathbf{e}_{\mathbf{k}} \parallel \mathbf{B}$. В этом случае $\mathbf{e}_{\mathbf{k}}(\mathbf{p} + |e|\mathbf{A}/c) = p_z$. Тогда матричные элементы перехода в дипольном приближении имеют вид

$$\langle l', m', -\mathbf{k} | H_R | l, m, 0 \rangle$$

$$= \frac{|e|}{m^*} \sqrt{\frac{2\pi\hbar N_{\mathbf{k}}}{\varepsilon(\omega)\omega}} \langle l', m' | p_z | l, m \rangle = \frac{|e|\hbar}{m^* R} \sqrt{\frac{2\pi\hbar N_{\mathbf{k}}}{\varepsilon(\omega)\omega}} \delta_{m',m}$$

$$\times \left[(l+1) \sqrt{\frac{l^2 - m^2}{4l^2 - 1}} \delta_{l',l-1} + l \sqrt{\frac{(l+1)^2 - m^2}{4(l+1)^2 - 1}} \delta_{l',l+1} \right].$$
(6)

Из (6) следует, что в дипольном приближении переходы возможны только между уровнями соседних оболочек $(l' = l \pm 1)$ с одинаковыми магнитными квантовыми числами (m' = m). Таким образом, на кривой поглощения возникают только π -компоненты резонансных пиков.

Подставляя (6) в (3), получим

$$\Gamma_{\pi} = \frac{\pi e^2}{cm^* R^2 \sqrt{\varepsilon(\omega)}} \frac{\Omega}{\omega} \left(1 - e^{-\hbar\omega/T}\right) \\ \times \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} f_0(E_{l,m}) [1 - f_0(E_{l,m} + \hbar\omega)] \\ \times \left[\delta(\omega + \Omega l)(l+1)^2 \frac{l^2 - m^2}{4l^2 - 1} + \delta[\omega - \Omega(l+1)]l^2 \frac{(l+1)^2 - m^2}{4(l+1)^2 - 1}\right].$$
(7)

Как видно из (7), зависимость $\Gamma_{\pi}(\omega)$ имеет резонансный характер. Резонансы возникают при частотах электромагнитного излучения $\omega = \Omega(l+1)$ для тех значений *l*, при которых $f_0(E_l) \gg f_0(E_l + \hbar\Omega(l+1))$.

Физика твердого тела, 2003, том 45, вып. 2

Учитывая размытие резонансов рассеиванием по формуле (5), поглощение можно представить в виде суммы двух слагаемых: $\Gamma_{\pi} = \Gamma_1 + \Gamma_2$, где

$$\begin{split} \frac{\Gamma_1}{\Gamma_0} &= 4 \, \frac{\Omega}{\omega} \left(1 - e^{-\hbar\omega/T} \right) \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} \frac{(l+1)^2 (l^2 - m^2)}{4l^2 - 1} \\ &\times \frac{f_0(E_{l,m}) \left[1 - f_0(E_{l,m} + \hbar\omega) \right]}{1 + \tau^2 (\omega + \Omega l)^2}, \\ \frac{\Gamma_2}{\Gamma_0} &= 4 \, \frac{\Omega}{\omega} \left(1 - e^{-\hbar\omega/T} \right) \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} \frac{l^2 [(l+1)^2 - m^2]}{4(l+1)^2 - 1} \\ &\times \frac{f_0(E_{l,m}) \left[1 - f_0(E_{l,m} + \hbar\omega) \right]}{1 + \tau^2 (\omega - \Omega (l+1))^2}. \end{split}$$

Нерезонансный член Γ_1 описывает процессы, связанные с эмиссией фотонов, причем вблизи точки резонанса $\Gamma_1/\Gamma_2 = O(1/(\tau \omega)^2)$. Следовательно, в случае высокочастотного поля вкладом Γ_1 в поглощение в окрестности точки резонанса можно пренебречь. Опустив нерезонансный член и отбросив экспоненциально малый член $\sim \exp(-\hbar\omega/T)$, получим

$$\frac{\Gamma_{\pi}}{\Gamma_{0}} = 4 \frac{\Omega}{\omega} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} \frac{l^{2}[(l+1)^{2} - m^{2}]}{4(l+1)^{2} - 1} \times \frac{f_{0}(E_{l,m})[1 - f_{0}(E_{l,m} + \hbar\omega)]}{1 + \tau^{2}[\omega - \Omega(l+1)]^{2}}.$$
(8)

В конфигурации Фойхта при произвольном направлении вектора поляризации относительно магнитного поля $(\mathbf{e_k} = (\sin \alpha, 0, \cos \alpha))$ поглощение электромагнитного излучения наносферой можно представить в виде

$$\Gamma = \cos^2 \alpha \Gamma_{\pi} + \sin^2 \alpha \Gamma_{\sigma}, \qquad (9)$$

где Г_л определяется формулой (8), Г_о — формулой (4).

Таким образом, в случае конфигурации Фарадея на кривой поглощения присутствуют только σ -компоненты, а в случае фойхтовской конфигурации кроме σ -компонент наблюдаются π -компоненты резонансных пиков, причем в частном случае, когда $\mathbf{e}_{\mathbf{k}} \parallel \mathbf{B}, \sigma$ -компоненты исчезают и остаются только π -компоненты, т. е. возможны только переходы $m \to m$.

2. Анализ кривой поглощения

Отметим, что полученные выше формулы для поглощения справедливы как для изолированной сферы (N = const), так и для сферы, обменивающейся электронами с резервуаром ($\mu = \text{const}$). Однако эти два случая принципиально различаются поведением поглощения. Эти различия рассмотрены далее. Обсудим сначала случай, когда сфера находится в термостате с химическим потенциалом μ и температурой *T*. Введем орбитальное квантовое число l_0 (такое, что $E_{l_0,-l_0} \leq \mu < E_{l_0+1,-l_0-1}$) и магнитное квантовое число m_0 , которое при $E_{l_0,l_0} \leq \mu < E_{l_0+1,-l_0-1}$ равно l_0 ; в противном случае m_0 находится из двойного неравенства $E_{l_0,m_0} \leq \mu < E_{l_0,m_0+1}$. При нулевой температуре l_0 и m_0 являются квантовыми числами верхнего, занятого электронами уровня. Исходя из условия нормировки число электронов в системе при нулевой температуре $N = 2(l_0^2 + l_0 + m_0 + 1)$.

Для конфигурации Фарадея в случае высокочастотного поля вкладами нерезонансных членов Γ_3 и Γ_4 в окрестности резонанса можно пренебречь. Резонансы в поглощении возникают при переходах $(l_0, m) \rightarrow (l_0 + 1, m \pm 1)$ и $(l_0 - 1, m) \rightarrow (l_0, m \pm 1)$, т.е. резонансы имеют место при частотах $\omega_{1,2} = \Omega l_0 \mp \omega_c/2$ и $\omega_{3,4} = \Omega(l_0 + 1) \mp \omega_c/2$.

Оценим поглощение при нулевой температуре. Оставляя в (4) только слагаемые с $l = l_0 - 1$ и $l = l_0$, получим $\Gamma_{\sigma}(T = 0) \approx \Gamma_1 + \Gamma_2$, где

$$\frac{\Gamma_{1}}{\Gamma_{0}} = \frac{\Omega}{\omega} \\
\times \left[\frac{(l_{0} + m_{0} + 1)(l_{0} + m_{0} + 2)(l_{0} + m_{0} + 3)(l_{0} + \omega_{c}/2\Omega)^{2}}{3(2l_{0} + 1)(2l_{0} + 3)\{1 + \tau^{2}[\omega - \Omega(l_{0} + 1) - \omega_{c}/2]^{2}\}} \\
+ \frac{(l_{0} - 1 + \omega_{c}/2\Omega)^{2}}{(2l_{0} - 1)(2l_{0} + 1)[1 + \tau^{2}(\omega - \Omega l_{0} - \omega_{c}/2)^{2}]} \\
\times \sum_{m=-l_{0}+1}^{l_{0}-1} (l_{0} + m)(l_{0} + m + 1)\theta(E_{l_{0}-1,m} + \hbar\omega - \mu) \right], (10)$$

$$\frac{\Gamma_2}{\Gamma_0} = \frac{\Omega}{\omega}$$

$$\times \left[\frac{(l_0 + m_0 + 1)(7l_0^2 + m_0^2 - 4l_0m_0 + \frac{14l_0 - 4m_0 + 6)(l_0 - \omega_c/2\Omega)^2}{3(2l_0 + 1)(2l_0 + 3)\{1 + \tau^2[\omega - \Omega(l_0 + 1) - \omega_c/2]^2\}} + \frac{(l_0 - 1 - \omega_c/2\Omega)^2}{(2l_0 - 1)(2l_0 + 1)[1 + \tau^2(\omega - \Omega l_0 - \omega_c/2)^2]} \right]$$

$$\times \sum_{m=-l_0+1}^{l_0-1} (l_0 - m)(l_0 - m + 1)\theta(E_{l_0-1,m} + \hbar\omega - \mu) \left]. \quad (11)$$

Здесь $\theta(x)$ — ступенчатая функция,

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

В том случае, когда пики хорошо разрешены ($\tau \Omega \gg 1$, $\tau \omega_c \gg 1$, $\omega_c \ll \Omega$), получим оценки для случая нулевой температуры. Пусть $I_{\sigma}^{(i)}$ — относительная интенсивность σ -компоненты резонансного пика (Γ_{σ}/Γ_0) при резонансной частоте ω_i (i = 1, 2, 3, 4). Из предыдущей формулы

имеем

$$I_{\sigma}^{(1)}(T=0) \approx \frac{(l_0 - 1 - \omega_c/2\Omega)^2 (l_0 - m_0 - 2)(l_0 - m_0 - 1)(l_0 - m_0)}{3(2l_0 - 1)(2l_0 + 1)(l_0 - \omega_c/2\Omega)},$$
(12)

$$\approx \frac{(l_0 - 1 - \omega_c/2\Omega)^2 (l_0 - m_0)(7l_0^2 + m_0^2 + 4l_0m_0 - 1)}{3(2l_0 - 1)(2l_0 + 1)(l_0 + \omega_c/2\Omega)},$$
(13)

$$I_{\sigma}^{(3)}(T=0)$$

 $I_{\sigma}^{(2)}(T=0)$

$$\approx \frac{(l_0 - \omega_c/2\Omega)^2 (l_0 + m_0 + 1)}{\times (7l_0^2 + m_0^2 - 4l_0m_0 + 14l_0 - 4m_0 + 6)}, \quad (14)$$

$$I_{\sigma}^{(4)}(T=0)$$

$$\approx \frac{(l_0 + \omega_c/2\Omega)^2 (l_0 + m_0 + 1)(l_0 + m_0 + 2)(l_0 + m_0 + 3)}{3(2l_0 + 1)(2l_0 + 3)(l_0 + 1 + \omega_c/2\Omega)}.$$
(15)

Как видно из оценок, интенсивности первого и третьего пиков ($I_{\sigma}^{(1)}$ и $I_{\sigma}^{(3)}$) уменьшаются, а интенсивности второго и четвертого пиков ($I_{\sigma}^{(2)}$ и $I_{\sigma}^{(4)}$) увеличиваются с ростом магнитного поля.

Рассмотрим влияние температуры на $I_{\sigma}^{(1)}$ и $I_{\sigma}^{(2)}$. Первый и второй резонансные пики возникают за счет переходов $(l_0 - 1) \rightarrow l_0$. При T = 0 переходы возможны только на незанятые уровни l_0 -й оболочки $(m > m_0)$. Увеличение температуры приводит к уменьшению вкладов переходов на уровни с $m > m_0$ и к увеличению вкладов переходов на уровни с $m \leq m_0$. Следовательно, $I_{\sigma}^{(1)}$ возрастает, а $I_{\sigma}^{(2)}$ убывает с ростом температуры $(\hbar\omega_c/2T > 1)$. Поскольку $I_{\sigma}^{(2)} > I_{\sigma}^{(1)}$, повышение температуры приводит к увеличению меньшего и уменьшению



Рис. 1. Изменение интенсивностей пиков поглощения при разных значениях температуры. $R = 10^{-5}$ cm, $\tau = 3 \cdot 10^{-10}$ s, $\mu = 5.1 \cdot 10^{-15}$ erg, $\omega_c / \Omega = 0.15$, $l_0 = 7$ (конфигурация Фарадея).

Исследуем теперь влияние температуры на $I_{\sigma}^{(3)}$ и $I_{\sigma}^{(4)}$. Третий и четвертый резонансные пики возникают при электронных переходах с уровней l₀-й оболочки на уровни $(l_0 + 1)$ -й оболочки. При T = 0 переходы возможны только с заполненных уровней lo-й оболочки (*m* ≤ *m*₀). Увеличение температуры приводит к уменьшению вкладов переходов с уровней с $m \le m_0$ и к увеличению вкладов переходов с уровней с $m > m_0$, т.е. $I_{\sigma}^{(3)}$ убывает, а $I_{\sigma}^{(4)}$ возрастает с увеличением температуры (при $\hbar\omega_c/2T > 1$). Это связано с тем, что вклады в $I_{\sigma}^{(3)}$ больше для переходов с меньшим *m*, а вклады в $I_{\sigma}^{(4)}$ больше для переходов с бо́льшим *m*. Поскольку $I_{\sigma}^{(3)} > I_{\sigma}^{(4)}$ (при $m_0 < l_0$), рост температуры приводит к увеличению меньшего пика и уменьшению большего (рис. 1). Численный анализ показал, что, если верхняя оболочка заполнена, интенсивности обоих пиков уменьшаются с увеличением температуры.

Теперь рассмотрим форму и положение пиков. В фарадеевской конфигурации положение пиков линейно зависит от магнитного поля: $\omega_{1,2} = \Omega l_0 \mp \omega_c/2$, $\omega_{3,4} = \Omega(l_0 + 1) \mp \omega_c/2$. При малых полях ($\omega_c \ll \Omega$) пики на кривой поглощения имеют дублетную структуру. Расстояние между первым и вторым, а также между третьим и четвертым пиками равно циклотронной частоте. Увеличение магнитного поля приводит к увеличению расстояния между этими пиками и уменьшению расстояния между вторым и третьим пиками. При $\omega_c = \Omega$ второй и третий пики в поглощении сливаются в один.

Из формулы (3) следует, что при достаточно низкой температуре в поглощении участвуют только те электроны, энергия которых находится в интервале $[\mu - \hbar\omega, \mu]$. С изменением частоты электромагнитного излучения или магнитного поля число электронных энергетических уровней внутри этого интервала изменяется; следовательно, изменяется число участвующих в поглощении электронов и в зависимости поглощения Г от частоты ω и магнитного поля *B* возникают скачки.

Будем называть особенности в поглощении, обусловленные пересечениями уровня $\mu - \hbar \omega$ с энергетическими уровнями электронов, скачками первого типа, а особенности, обусловленные пересечениями энергетических уровней с химическим потенциалом μ , — скачками второго типа.

Рассмотрим скачки первого типа. Поскольку в слабом магнитном поле расстояние между уровнями соседних оболочек много больше расстояния между соседними уровнями оболочки, скачки первого типа возникают сериями. Каждая серия скачков соответствует пересечениям уровней отдельной оболочки с $\mu - \hbar \omega$; число скачков в каждой серии равно количеству уровней соответствующей оболочки. Так, для оболочки с номером l число скачков равно 2l + 1. Из условия возникновения скачков $\mu - \hbar \omega = E_{l,m}$ находим, что скачки возникают



Рис. 2. Зависимость поглощения наносферой от частоты излучения и магнитного поля. $R = 10^{-5}$ cm, T = 0, $\tau = 10^{-10}$ s, $\mu = 5.22 \cdot 10^{-15}$ erg, $l_0 = 7$ (конфигурация Фарадея). Показаны второй пик и возникновение первого пика с увеличением магнитного поля. Видны скачки первого типа.

на кривой поглощения при частотах электромагнитного излучения

$$\omega_{\text{jump}}(l,m) = \frac{\mu}{\hbar} - \frac{\Omega}{2} l(l+1) - \frac{\omega_c}{2} m.$$
(16)

Из (16) следует, что скачки $(l_0 - 1)$ -й серии возникают в области первого и второго резонансных пиков, а скачки остальных серий — на правом крыле четвертого пика.

Рассмотрим серию скачков $(l_0 - 1)$. Отметим, что при $m_0 > 0$ в точке $E_{l_0,m_0} = \mu$ (точка возникновения скачков второго типа на третьем и четвертом пиках), согласно (16), $\omega_{\text{jump}}(l_0 - 1, m) = \Omega l_0 + \omega_c (m_0 - m)/2$. Отсюда следует, что скачок $(l_0 - 1, m_0)$ возникает при частоте $\omega_{\text{jump}}(l_0 - 1, m_0) = \Omega l_0$ (т.е. этот скачок находится посередине между первым и вторым пиками), скачок $(l_0 + 1, m_0 + 1)$ возникает при частоте, равной первой резонансной частоте, а скачок $(l_0 - 1, m_0 - 1)$ при второй резонансной частоте (рис. 2). Таким образом, положения скачков на максимумах резонансных пиков поглощения как функции поля одинаковы и определяются из условия $E_{l_0,m_0} = \mu$ (при $m_0 < -1$ в последней формуле необходимо сделать замену $m_0 \rightarrow m_0 + 1$).

Заметим, что с увеличением поля расстояние между первым резонансным пиком и скачком $(l_0 - 1, 1)$ не изменяется, так же как и расстояние между вторым пиком и скачком $(l_0 - 1, -1)$.

Если $m_0 = 0$ или -1, то скачок $(l_0 - 1, m_0)$ не меняет своего положения с изменением поля. Скачки с m > 0 с увеличением магнитного поля сдвигаются влево, а скачки с m < 0 — вправо от Ωl_0 .

На рис. 3, *а* показаны скачки в области первого пика, соответствующие пересечениям уровней шестой оболочки с $\mu - \hbar \omega$. На рис. 3, *b* представлена серия скачков, возникающая при пересечении уровней пятой оболочки с $\mu - \hbar \omega$.

При близких к нулю температурах относительную величину скачка первого типа $\Delta_{l,m}^{(1)}$ можно оценить следующим образом:

$$\Delta_{l,m}^{(1)} \approx \frac{1}{[\mu/\hbar\Omega - l(l+1)/2 - \omega_c m/2\Omega](2l+1)(2l+3)} \\ \times \left[\frac{(l+m+1)(l+m+2)(l+\omega_c/2\Omega)^2}{1 + \tau^2[\mu/\hbar - \Omega(l+1)(l+2)/2 - \omega_c(m+1)/2]^2} \right] \\ + \frac{(l-m+1)(l-m+2)(l-\omega_c/2\Omega)^2}{1 + \tau^2[\mu/\hbar - \Omega(l+1)(l+2)/2 - \omega_c(m-1)/2]^2} \right].$$
(17)

Из (17) видно, что величина скачка тем больше, чем ближе скачок $(l_0 - 1)$ -й серии к первой или второй резонансным частотам. Поэтому чем ближе $m \ \kappa \ m_0 \pm 1$, тем больше $\Delta_{l_0-1,m}^{(1)}$. Для тех скачков, которые магнитное поле "сдвигает" к резонансной частоте, величина скачка увеличивается с полем, для других уменьшается (рис. 2).

С ростом поля положения скачков $(l_0 - 1)$ -й серии могут пересекать первую и вторую резонансные частоты; в результате в точках первого и второго максимумов поглощения ($\omega_{1,2} = \Omega l_0 \mp \omega_c/2$) при $m_0 > 0$ происходят скачки величиной

$$\Delta_{l_0-1,m_0\mp 1}^{(1)} \approx \frac{(l_0-1\mp\omega_c/2\Omega)^2(l_0\mp m_0-1)(l_0\mp m_0)}{(2l_0-1)(2l_0+1)(l_0\mp\omega_c/2\Omega)}$$
(18)

(верхний знак соответствует скачкам на первом пике, нижний — на втором).

Если $m_0 < -1$, то величины скачков на первом и втором максимумах равны $-\Delta_{l_0-1,m_0\mp 1+1}^{(1)}$.

Рассмотрим другие серии скачков. При $\Omega \gg \omega_c$ уравнение (17) можно переписать в виде

$$\begin{split} \Delta_{l,m}^{(1)} &\approx F(l,m) \big\{ [l^2 + (\omega_c/2\Omega)^2] \\ &\times (l^2 + 3l + 2 + m^2) + 2lm(2l+3)\omega_c/\Omega \big\}, \end{split}$$

где

$$F(l,m) = \frac{[\mu/\hbar\Omega - l(l+1)/2 - \omega_c m/2\Omega](2l+1)(2l+3)}{1 + \tau^2 [\mu/\hbar - \Omega(l+1)(l+2)/2 - \omega_c m/2]^2}$$

Отсюда следует, что с ростом |m| увеличивается $\Delta_{l,m}^{(1)}$. Кроме того, величина скачка для положительных m больше, чем для отрицательных m (с одинаковым |m|). Из предыдущей формулы следует, что возрастание поля приводит к увеличению скачка для m > 0 и уменьшению скачка для m < 0 (рис. 3, *b*).

Рассмотрим скачки второго типа. Скачки этого типа возникают только на зависимости поглощения от магнитного поля, когда с изменением поля электронные энергетические уровни пересекают химический потенциал. Химический потенциал могут пересечь только уровни l_0 -й или $(l_0 + 1)$ -й оболочки. Так, положение скачков, обусловленных пересечениями уровней l_0 -й оболочки с химическим потенциалом, определяется из условия



Рис. 3. *a*) Скачки первого типа в области первого резонансного пика ($\omega_c/\Omega = 0.15$). *b*) Изменение положения и величины скачка первого типа с увеличением магнитного поля. $R = 10^{-5}$ cm, T = 0, $\tau = 5 \cdot 10^{-10}$ s, $\mu = 5.165 \cdot 10^{-15}$ erg, $l_0 = 7$ (конфигурация Фарадея).



Рис. 4. Зависимость поглощения наносферой от частоты излучения и магнитного поля. $R = 10^{-5}$ cm, T = 0, $\tau = 10^{-10}$ s, $\mu = 5.22 \cdot 10^{-15}$ erg, $l_0 = 7$ (конфигурация Фарадея). Показаны третий и четвертый пики. Видны скачки второго типа.

 $\mu = E_{l_0,m_0}$. При таких пересечениях квантовое число m_0 изменяется на единицу. Отметим, что только первые слагаемые в (10) и (11), ответственные за образование третьего и четвертого пиков, зависят от квантового числа m_0 , а вторые слагаемые в этих уравнениях, которые описывают образование первого и второго пиков, не зависят от этого квантового числа. Поэтому скачки второго типа существенны только в области третьего и четвертого и второго и

Найдем изменение интенсивностей пиков поглощения, когда $m_0 > 0$. При пересечении химического потенциала с энергетическим уровнем l_0 -й оболочки квантовое число m_0 уменьшается на единицу. Из (14), (15) следует, что в случае нулевой температуры изменение интенсивностей третьего и четвертого пиков равно

$$\Delta_{l_0,m_0}^{(2)} \approx -\frac{(l_0 \mp \omega_c/2\Omega)^2 (l_0 \mp m_0 + 1) (l_0 \mp m_0 + 2)}{(2l_0 + 1)(2l_0 + 3)(l_0 + 1 \mp \omega_c/2\Omega)}$$
(19)

(верхний знак относится к скачку на третьем пике). Из (18) и (19) следует, что первый и второй пики при этом увеличиваются, а третий и четвертый уменышаются (рис. 2 и 4).

Если же $m_0 < -1$, при пересечении химического потенциала энергетическим уровнем l_0 -й оболочки квантовое число m_0 увеличивается на единицу. В этом случае интенсивности третьего и четвертого пиков изменяются на величины $-\Delta_{l,m_0+1}^{(2)}$, поэтому, согласно (18) и (19), первый и второй пики уменьшаются, а третий и четвертый увеличиваются.

Рассмотрим сначала частный случай конфигурации Фойхта, когда вектор поляризации фотона параллелен магнитному полю. В этом случае на кривой поглощения возникают только π -компоненты резонансных пиков, причем при низкой температуре резонансы в поглощении возникают только при переходах $(l_0, m) \rightarrow (l_0+1, m)$ и $(l_0 - 1, m) \rightarrow (l_0, m)$. Таким образом, резонансые частоты равны $\omega_1 = \Omega l_0$ и $\omega_2 = \Omega(l_0 + 1)$.

Оценим поглощение при нулевой температуре. В окрестности резонанса в (8) существенны только слагаемые с $l = l_0 - 1$, l_0 . С учетом этого получим

$$\frac{\Gamma_{\pi}(T=0)}{\Gamma_{0}} \approx 4 \frac{\Omega}{\omega} \Biggl\{ \frac{l_{0}^{2}(l_{0}+m_{0}+1)(l_{0}+m_{0}+2)(4l_{0}-2m_{0}+3)}{6(2l_{0}+1)(2l_{0}+3)\{1+\tau^{2}[\omega-\Omega(l_{0}+1)]^{2}} \\
+ \frac{(l_{0}-1)^{2}}{(2l_{0}-1)(2l_{0}+1)[1+\tau^{2}(\omega-\Omega l_{0})^{2}]} \\
\times \sum_{m=-l_{0}+1}^{l_{0}-1} (l_{0}^{2}-m^{2})\theta(E_{l_{0}-1,m}+\hbar\omega-\mu) \Biggr\}.$$
(20)

Обозначим относительную интенсивность пика поглощения Γ_{π}/Γ_0 при $\omega_1 = \Omega l_0$ через $I_{\pi}^{(1)}$, а при $\omega_2 = \Omega(l_0 + 1)$ — через $I_{\pi}^{(2)}$. Оценим интенсивность пиков, отбрасывая слагаемые порядка $(\tau \Omega)^{-2}$,

$$I_{\pi}^{(1)}(T=0) \approx \frac{2(l_0-1)^2(l_0-m_0-1)(l_0-m_0)(4l_0+2m_0+1)}{3l_0(2l_0-1)(2l_0+1)}, \quad (21)$$
$$I_{\pi}^{(2)}(T=0)$$

$$\approx \frac{2l_0^2(l_0+m_0+1)(l_0+m_0+2)(4l_0-2m_0+3)}{3(l_0+1)(2l_0+1)(2l_0+3)}.$$
 (22)



Рис. 5. Изменение интенсивностей пиков поглощения с увеличением температуры. $R = 10^{-5}$ cm, $\tau = 5 \cdot 10^{-11}$ s, $\mu = 5.161 \cdot 10^{-15}$ erg, $\omega_c / \Omega = 0.15$, $l_0 = 7$ (конфигурация Фойхта).



Рис. 6. Возникновение нового резонансного пика с увеличением магнитного поля. $R = 10^{-5}$ cm, T = 0, $\tau = 5 \cdot 10^{-11}$ s, $\mu = 6.2 \cdot 10^{-15}$ erg, $l_0 = 7$ (конфигурация Фойхта).

Численный анализ показал, что второй пик больше первого при $m_0 \ge -1$, а при $m_0 < -1$ первый пик больше второго. Отметим, что число переходов $l_0 \rightarrow (l_0 + 1)$ больше числа переходов $(l_0 - 1) \rightarrow l_0$ при $m_0 \ge 0$.

Заметим, что рост температуры приводит к увеличению интенсивности большего пика и уменьшению интенсивности меньшего пика при $m_0 = -1$. При других значениях m_0 рост температуры приводит к увеличению интенсивности меньшего и уменьшению интенсивности большего пика (рис. 5).

Исследуем форму и положение пиков. Величины резонансных частот полностью определяются химическим потенциалом и радиусом сферы, поскольку из (20) следует, что резонансы возникают при частотах $\omega_1 = \Omega l_0$ и $\omega_2 = \Omega (l_0 + 1)$, а следовательно, зависят от R и l_0 . Значение l_0 в свою очередь определяется

химическим потенциалом. Увеличение магнитного поля может привести к пересечениям химического потенциала энергетическими уровнями электронов. Когда μ пересекают уровни оболочки с номером l_0 , изменяется интенсивность, но положение пика не меняется. Если $m_0 = l_0$ (l_0 -я оболочка полностью заполнена) или $m_0 = l_0 - 1$, то, как следует из (21), $I_{\pi}^{(1)} = 0$ и на кривой поглощения имеется один резонансный пик при частоте $\omega = \Omega(l_0 + 1)$. Если при увеличении магнитного поля уровни ($l_0 + 1$)-й оболочки пересекают химический потенциал, то на кривой поглощения возникает новый пик (рис. 6).

Положения скачков первого типа, так же как для конфигурации Фарадея, определяются уравнением (16). Как видно из этого уравнения, положение скачка (l, 0) не зависит от магнитного поля. Поскольку расстояние между соседними скачками отдельной серии равно $\omega_c/2$, с увеличением магнитного поля положение скачков с m > 0 сдвигается в низкочастотную область, а положение скачков с m < 0 — в высокочастотную область относительно скачка (l, 0). Заметим, что серия скачков с $l = l_0 - 1$ возникает в области первого резонанса, а остальные серии возникают на правом крыле второго пика. Отметим, что с увеличением температуры скачки сильно размываются (рис. 5).

Рассмотрим серию скачков, вызванных пересечением $\mu - \hbar \omega$ уровнями оболочки с номером $(l_0 - 1)$. Из условия возникновения скачков (16) и из определения квантового числа m_0 ($E_{l_0,m_0} \leq \mu < E_{l_0,m_0+1}$ ($m_0 \neq l_0$)) находим, что частота, при которой возникают скачки, удовлетворяет следующему двойному неравенству:

$$\Omega l_0 + \omega_c (m_0 - m)/2 \le \omega_{\text{jump}} (l_0 - 1, m)$$

< $\Omega l_0 + \omega_c (m_0 - m + 1)/2.$ (23)

Отсюда следует, что скачки $(l_0 - 1)$ -й серии возникают в области первого пика, причем скачки с $m \leq m_0$ возникают правее первой резонансной частоты $(\omega_{jump}(l_0 - 1, m) \geq \Omega l_0)$, а скачки с $m > m_0$ — левее первой резонансной частоты $(\omega_{jump}(l_0 - 1, m) < \Omega l_0)$.

Когда уровни l_0 -й оболочки пересекают химический потенциал, $\omega_{\text{јштр}}(l_0 - 1, m_0) = \Omega l_0$. Таким образом, если с увеличением поля положение скачка $(l_0 - 1)$ -й серии пересечет первую резонансную частоту, то при этом изменятся квантовое число m_0 и интенсивность пиков. При $m_0 = 0, -1$ скачки с m > 0 сдвигаются влево, а скачки с m < 0 — вправо относительно первой резонансной частоты (скачок с m = 0 не изменяет своего положения) с увеличением магнитного поля.

Оценим относительную величину скачка первого типа $\Delta^{(1)}_{\ell \ m}$ при близких к нулю температурах

$$\Delta_{l,m}^{(1)} \approx \frac{4\Omega l^2 [(l+1)^2 - m^2]}{[\mu/\hbar - \Omega l(l+1)/2 - \omega_c m/2](2l+1)(2l+3)} \\ \times \frac{1}{1 + \tau^2 [\mu/\hbar - \Omega (l+1)(l+2)/2 - \omega_c m/2]^2}.$$
 (24)

Из (24) следует, что чем ближе скачок $(l_0 - 1)$ -й серии к первой резонансной частоте, тем больше величина скачка. Для тех скачков, которые магнитное поле "сдвигает" к резонансной частоте, величина скачка увеличивается с полем, а для других уменьшается. При $m_0 > 0$ с увеличением поля положение скачка $(l_0 - 1, m_0)$ пересекает первую резонансную частоту. В результате, как следует из (24), зависимость поглощения от поля в точке первого максимума ($\omega_{\text{jump}}(l_0 - 1, m_0) = \Omega l_0$) испытывает скачок величиной

$$\Delta_{l_0-1,m_0}^{(1)} \approx \frac{4(l_0-1)^2(l_0^2-m_0^2)}{l_0(2l_0-1)(2l_0+1)}.$$
 (25)

Число скачков интенсивности первого пика равно $m_0|_{B=0}$.

Если $m_0 < -1$, то с увеличением поля первую резонансную частоту пересекает скачок $(l_0 - 1, m_0 + 1)$, а скачок в точке первого максимума равен $-\Delta_{l_0-1,m_0+1}^{(1)}$. Число скачков интенсивности первого пика равно $-m_0|_{B=0} + 1$.

Рассмотрим скачки второго типа, возникающие в зависимости поглощения от магнитного поля при пересечениях уровней l_0 -й оболочки с химическим потенциалом. При таких пересечениях квантовое число m_0 изменяется на единицу. Отметим, что только первое слагаемое в (20), ответственное за образование второго пика, зависит от квантового числа m_0 , а второе слагаемое, которое отвечает за образование первого пика, не зависит от этого квантового числа. Поэтому скачки второго типа существенны только в области второго резонансного пика.

Как видно из (21) и (22), при T = 0 интенсивности пиков не меняются с изменением поля в той области, где нет пересечений энергетических уровней с химическим потенциалом. Если $m_0 = 0$ или -1, то пересечений уровней с химическим потенциалом не происходит (не изменяется квантовое число m_0) и интенсивности пиков не зависят от поля (в рассматриваемой области изменения полей).

Рассмотрим случай, когда $m_0 > 0$. При пересечении энергетических уровней l_0 -й оболочки с химическим потенциалом квантовое число m_0 уменьшается на единицу. Из (21) следует, что относительная величина скачка второго типа в точке второго максимума поглощения

$$\Delta_{l_0,m_0}^{(2)} \approx -\frac{4l_0^2[(l_0+1)^2 - m_0^2]}{(l_0+1)(2l_0+1)(2l_0+3)}.$$
 (26)

Как следует из (25) и (26), при $m_0 > 0$ интенсивность первого пика увеличивается, а интенсивность второго уменьшается с увеличением магнитного поля. Число скачков интенсивности второго типа второго пика равно $m_0|_{B=0}$.

Если $m_0 < -1$, то при пересечении химического потенциала энергетическим уровнем l_0 -й оболочки квантовое число m_0 увеличивается на единицу. В этом



Рис. 7. Зависимость поглощения наносферой от частоты излучения. $R = 10^{-5}$ cm, T = 0, $\tau = 4 \cdot 10^{-10}$ s, $\mu = 5.1 \cdot 10^{-15}$ erg, $\omega_c / \Omega = 0.15$, $\alpha = \pi/4$, $l_0 = 7$ (конфигурация Фойхта).



Рис. 8. Зависимость поглощения наносферой от частоты излучения и магнитного поля. $R = 10^{-5}$ cm, T = 0, $\tau = 10^{-10}$ s, $\mu = 5.12 \cdot 10^{-15}$ erg, $\alpha = \pi/4$, $l_0 = 7$ (конфигурация Фойхта).

случае величины скачков в точках максимумов поглощения равны $-\Delta_{l,m_0+1}^{(i)}$ (*i* — номер резонансного пика). Отсюда ясно, что при $m_0 < -1$ с увеличением поля интенсивность первого пика уменьшается, а второго увеличивается. Число скачков интенсивности второго типа второго пика равно $-m_0|_{B=0} + 1$.

В общем случае конфигурации Фойхта, когда вектор поляризации фотона ориентирован произвольно относительно магнитного поля, как видно из (8) и (9), кривая поглощения содержит шесть резонансных пиков: два пика π -компоненты ($\omega_2 = \Omega l_0$ и $\omega_5 = \Omega(l_0 + 1)$) и четыре пика σ -компоненты резонансных пиков ($\omega_{1,3} = \Omega l_0 \mp \omega_c/2$ и $\omega_{4,6} = \Omega(l_0 + 1) \mp \omega_c/2$) (рис. 7). Таким образом, положение π -компонент (второго и пятого пиков) не меняется с изменением поля, в то время как $\omega_2 - \omega_1 = \omega_3 - \omega_2 = \omega_5 - \omega_4 = \omega_6 - \omega_5 = \omega_c/2$ (рис. 8). Из рис. 7 видно, что при малых магнитных полях на кривой поглощения имеются два триплета. Возрастание поля приводит к увеличению расстояния между пиками в триплете (рис. 8), а при $\omega_c = \Omega$ третий и четвертый пики сливаются в один.

Интенсивности пиков равны $I_1 = \sin^2 \alpha I_{\sigma}^{(1)}, I_2 = \cos^2 \alpha I_{\pi}^{(1)}, I_3 = \sin^2 \alpha I_{\sigma}^{(2)}, I_4 = \sin^2 \alpha I_{\sigma}^{(3)}, I_5 = \cos^2 \alpha I_{\pi}^{(2)}, I_6 = \sin^2 \alpha I_{\sigma}^{(4)}$ (в том случае, когда пики хорошо разрешены, т.е. когда $\omega_c \tau/2 \gg 1$ и $\omega_c \neq \Omega$). Зависимость поглощения от угла α и от частоты ω показана на рис. 9.

В том случае, когда пики хорошо разрешены, интенсивности второго и пятого пиков не меняются с изменением величины магнитного поля, а поведение остальных пиков такое же, как в случае фарадеевской конфигурации, т.е. интенсивности первого и четвертого пиков уменьшаются, а третьего и шестого возрастают с увеличением магнитного поля.

Как отмечалось выше, при фарадеевской конфигурации на кривой поглощения имеются четыре пика, причем расстояние между первым и вторым, а также между третьим и четвертым пиками равно циклотронной частоте, а положение пиков линейно зависит от поля.

В конфигурации Фойхта, когда магнитное поле направлено произвольно относительно вектора поляризации фотона, кривая поглощения содержит шесть резонансных пиков: два пика π -компоненты (возникают вследствие электронных переходов $m \to m$) и четыре пика σ -компоненты резонансных пиков (возникают вследствие электронных переходов $m \to m \pm 1$).

В частном случае конфигурации Фойхта, когда вектор поляризации фотона параллелен магнитному полю, при низких температурах на кривой поглощения имеются только две π -компоненты резонансных пиков, положение которых не зависит от магнитного поля. При низких температурах интенсивности пиков не изменяются с ростом поля в той области, где нет пересечений энергетических уровней с химическим потенциалом.



Рис. 9. Зависимость поглощения наносферой от частоты излучения и угла между вектором магнитного поля и вектором поляризации фотона. $R = 10^{-5}$ cm, T = 0, $\tau = 10^{-10}$ s, $\mu = 5.12 \cdot 10^{-15}$ erg, $\omega_c / \Omega = 0.46$, $l_0 = 7$ (конфигурация Фойхта).

Для всех рассмотренных конфигураций магнитного поля и вектора поляризации фотона на кривой поглощения имеются скачки двух различных типов. Скачки первого типа обусловлены пересечениями уровня $\mu - \hbar \omega$ с энергетическими уровнями электронов, их положение зависит от частоты электромагнитного излучения и магнитного поля (см. (16)). Скачки второго типа возникают вследствие пересечений энергетических уровней электронов с химическим потенциалом μ , положение этих скачков зависит только от магнитного поля (условие возникновения этих скачков $\mu = E_{l,m}$).

Скачки первого типа возникают сериями. Каждая серия скачков соответствует пересечениям уровней отдельной оболочки с $\mu - \hbar \omega$; число скачков в каждой серии равно числу уровней в соответствующей оболочке. Серия скачков с номером $l_0 - 1$ возникает в области первого и второго резонансов в фарадеевском случае и в области первого, второго и третьего резонансов в фойхтовском случае. Остальные серии возникают на правом крыле последнего резонансного пика.

Скачки второго типа существенны только для третьего и четвертого пиков в конфигурации Фарадея и для четвертого, пятого и шестого резонансных пиков в конфигурации Фойхта (наибольшие величины скачков имеют место в максимумах поглощения). В зависимости от знака квантового числа *m*₀ величины скачков второго типа могут быть как отрицательными, так и положительными.

Отметим, что скачки обоих типов существенно размываются даже при довольно низкой температуре.

Численный анализ показал, что в случае изолированной сферы химический потенциал зависит от В так, что нет пересечений химического потенциала энергетическими уровнями электронов. Поэтому при изменении поля *В* не происходит изменения квантовых чисел *l*₀ и то. В связи с этим в случае постоянного числа частиц на кривой поглощения возникают только скачки первого типа. Заметим, что положение скачка (l, m_0) не меняется с изменением поля, положение скачков c m > 0 c увеличением магнитного поля сдвигается в низкочастотную область спектра, а положение скачков с m < 0 — в высокочастотную область относительно скачка (l, m_0) . Отметим, что из-за зависимости μ от Tположение скачков первого типа может меняться с изменением температуры в отличие от случая постоянного химического потенциала, когда температура приводит лишь к сглаживанию скачков.

Список литературы

- C.B. Murray, D.J. Norris, M.G. Bawendi. J. Am. Chem. Soc. 11, 8706 (1993).
- [2] R.C. Salvarezza, L. Vázquez, H. Miguez, R. Mayoral, C. López, F. Meseguer. Phys. Rev. Lett. 77, 22, 4572 (1996).
- [3] Yu.A. Vlasov, V.N. Astratov, O.Z. Karimov, A.A. Kaplyanskii, V.N. Bogomolov, A.V. Prokofiev. Phys. Rev. B 55, 20, R13 357 (1997).

- [4] J.-B. Xia, J. Li. Phys. Rev. B 60, 16, 11540 (1999).
- [5] S.S. Martinos. Phys. Rev. B 39, 2, 1363 (1989).
- [6] R. Ruppin. Phys. Rev. B 45, 19, 11209 (1992).
- [7] Б.М. Смирнов, Х. Вайделе. ЖЭТФ 116, 6, 1903 (1999).
- [8] G. Mie. Ann. Phys. (Leipzig) 25, 377 (1908).
- [9] V. Albe, C. Jouanin, D. Bertho. Phys. Rev. B 58, 8, 4713 (1998).
- [10] H. Miguez, A. Blanco, F. Meseguer, C. López, H.M. Yates, M.E. Pemble, V. Fornés, A. Mifsud. Phys. Rev. B 59, 3, 1563 (1999).
- [11] V. Yannopapas, A. Modinos, N. Stefanou. Phys. Rev. B 60, 8, 5359 (1999).
- [12] K. Ohtaka, Y. Suda, S. Nagano, T. Ueta, A. Imada, T. Koda, J.S. Bae, K. Mizuno, S. Yano, Y. Segawa. Phys. Rev. B 61, 8, 5267 (2000).
- [13] M.A. Hines, P. Guyot-Sionnest. J. Phys. Chem. 100, 2, 468 (1996).
- [14] H.S. Zhou, I. Honma, H. Komiyama, J.W. Haus. Phys. Rev. B 50, 16, 12052 (1994).
- [15] R.D. Averitt, D. Sarkar, N.J. Halas. Phys. Rev. Lett. 78, 22, 4217 (1997).
- [16] R.D. Averitt, S.L. Westcott, N.J. Halas. Phys. Rev. B 58, 16, R10 203 (1998).
- [17] J.J. Diao, G.D. Chen. J. Phys. D 34, L79 (2001).
- [18] N. Kalyaniwalla, J.W. Haus, R. Inguva, M.H. Birnboim. Phys. Rev. A 42, 9, 5613 (1990).
- [19] L. Fu, L. Resca. Phys. Rev. B 56, 17, 10963 (1997).
- [20] R. Rojas, F. Claro, R. Fuchs. Phys. Rev. B 37, 12, 6799 (1988).
- [21] L. Brey, N.F. Johnson, B.I. Halperin. Phys. Rev. B 40, 15, 10647 (1989).
- [22] В.А. Маргулис. ЖЭТФ 111, 3, 1092 (1997).
- [23] Н.Г. Галкин, В.А. Маргулис, А.В. Шорохов. ФТТ 43, 3, 511 (2001).
- [24] V.A. Geyler, V.A. Margulis, A.V. Shorokhov. Phys. Rev. B 63, 245 316 (2001).
- [25] В.Я. Демиховский, А.А. Перов. ЖЭТФ 114, 5, 1795 (1998).
- [26] D.N. Aristov. Письма в ЖЭТФ 70, 6, 405 (1999).
- [27] P. Malits, I.D. Vagner. J. Phys. A 32, 1507 (1999).
- [28] H. Aoki, H. Suezawa. Phys. Rev. A 46, 3, R1163 (1992).
- [29] Ju.H. Kim, I.D. Vagner, B. Sundaram. Phys. Rev. B 46, 15, 9501 (1992).
- [30] D.N. Aristov. Phys. Rev. B 59, 9, 6368 (1999).
- [31] D.V. Bulaev, V.A. Geyler, V.A. Margulis. Phys. Rev. B 62, 17, 11 517 (2000).
- [32] C.L. Foden, M.L. Leadbeater, M. Pepper. Phys. Rev. B 52, 12, R8646 (1995).
- [33] A. Wójs, J.J. Quinn. Physica E 3, 181 (1998).
- [34] M.V. Entin, L.I. Magarill. Phys. Rev. B 64, 085 330 (2001).
- [35] Д.В. Булаев, В.А. Маргулис. ФТТ 44, 9, 1557 (2002).
- [36] И.В. Комаров, Л.И. Пономарев, С.Ю. Славянов. Сфероидальные и кулоновские сфероидальные функции. Наука, М. (1976).
- [37] Р.К. Баканас. ФТТ 12, 12, 3408 (1970).