Кулоновское увлечение электронов проводимости в пространственно разделенных двумерных слоях. Приближение эффективных параметров

© И.И. Ляпилин, Х.М. Биккин

Институт физики металлов Уральского отделения Российской академии наук,
620219 Екатеринбург, Россия

E-mail: Lyapilin@imp.uran.ru

(Поступила в Редакцию 12 февраля 2002 г.)

Рассмотрен эффект кулоновского увлечения электронов в пространственно разделенных двумерных слоях в режиме разогрева электронов, когда неравновесное распределение электронов в первом слое может быть описано макропараметрами типа эффективной температуры. Вычисление неравновесного отклика проведено с использованием проекционного оператора, который является естественным обобщением оператора Мори на случай неравновесных систем.

В работах [1,2] было показано, что электрон-электронное взаимодействие между зонными носителями заряда, находящимися в пространственно разделенных двумерных слоях, должно приводить к появлению отклика во второй системе при пропускании через первую систему электрического тока I_1. Величина напряжения V_2, возникающая во втором слое, пропорциональна току I_1 и может быть представлена в виде

$$V_2 = \frac{R_d I_1 L}{W}. \tag{1}$$

Здесь W, L — параметры, характеризующие размеры образца (ширину и длину), R_d — сопротивление (transresistivity), обусловленное межслойным кулоновским взаимодействием носителей заряда.

Экспериментальная реализация данного эффекта, получившего название эффекта кулоновского увлечения (ЭКУ), стала возможной благодаря успехам в технологии наноструктур. Изучение ЭКУ проводилось как на чисто электронных, так и на электрон-дырочных образцах. Было показано, что в отсутствие магнитного поля при низких температурах $R_d \sim T^2$. Поскольку кулоновское взаимодействие является определяющим в формировании упругих свойств и эффектов, наблюдаемых в двумерных системах, вполне очевидно, что экспериментальное изучение ЭКУ, в котором непосредственно проявляется кулоновское взаимодействие, стимулировало также появление значительного числа теоретических работ, в которых рассматривались различные аспекты данного эффекта (см. обзор [3]).

В настоящей работе рассмотрим ЭКУ в режиме разогрева электронов (приближение горячих электронов), когда неравновесное распределение электронов в первом слое может быть описано макропараметрами типа эффективной температуры и дрейфовой скорости [4]. При вычислении неравновесного отклика усреднение производится по квазиравновесному распределению с эффективной электронной температурой T_e. По этой причине даже в борновском приближении теории рассеяния использование стандартного подхода (формализма проекционных операторов Мори [5] или метода функций Грина) приводит к некорректным результатам [6]. Поэтому вычисление неравновесного отклика проведем с использованием проекционного оператора, который является естественным обобщением оператора Мори [5] на случай неравновесных систем.

1. Общий формализм

Сформулируем кратко теорию линейного отклика неравновесной системы на слабое измерительное поле. Пусть на неравновесную систему, которая описывается гамильтонианом H, действует дополнительное слабое поле

$$H_1(t) = -AF(t), \tag{2}$$

где A — некоторый оператор, $F(t)$ — c-числовая амплитуда внешнего поля. Под воздействием этого возмущения в системе возникает новое неравновесное состояние, которое уже, очевидно, не может быть описано в терминах исходного набора базисных операторов.

Уравнение Лиувилля, которому удовлетворяет новое неравновесное распределение $\rho(t)$, представим в виде

$$\frac{\partial \rho(t,0)}{\partial t} + \big(iL + iL_1(t)\big)\rho(t,0) = -\varepsilon\big(\rho(t,0) - \rho^0(t,0)\big),$$

$$\varepsilon \to +0, \;\; iLA = \frac{1}{i\hbar}[A,H], \;\; iL_1(t)A = \frac{1}{i\hbar}[A,H_1(t)]. \tag{3}$$

Здесь $\rho^0(t)$ — статистический оператор, задающий исходное неравновесное распределение системы с гамильтонианом H.

Начальным условием для распределения $\rho(t)$ можно считать его совпадение с исходным неравновесным распределением $\rho^0(t)$ в момент времени $t \to -\infty$.

Выражение для неравновесного адмиттанса, отвечающего произвольному оператору B, в полном соответствии с теорией Кубо может быть записано в виде

$$\chi_{BA}(t,\omega) = -\int\limits_{-\infty}^{0} dt_1 e^{(\varepsilon - i\omega)t_1} \times \frac{1}{i\hbar} SP\{B, e^{it_1L}[A, \rho^0(t+t_1, 0)]\}. \quad (4)$$

Используя тождество

$$\varepsilon \int\limits_{-\infty}^{0} dt_1 e^{\varepsilon t_1} e^{it_1L}[A, \rho^0(t+t_1, 0)] = \int\limits_{-\infty}^{0} dt_1 e^{\varepsilon t_1} e^{it_1L}[\dot{A}, \rho^0(t+t_1, 0)] - [A, \rho^0(t)] \quad (5)$$

($\dot{A} = (i\hbar)^{-1}[A, H]$) и вводя определение корреляционных функций

$$\langle B, A\rangle = -\frac{1}{i\hbar}\int\limits_{-\infty}^{0} dt_1 e^{\varepsilon t_1} SP\{Be^{it_1L}[A, \rho^0(t+t_1, 0)]\}, \quad (6)$$

$$\langle B, A\rangle^{\omega} = -\frac{1}{i\hbar}\int\limits_{-\infty}^{0} dt_1 e^{(\varepsilon - i\omega)t_1} \times \int\limits_{-\infty}^{0} dt_2 e^{\varepsilon t_2} SP\{Be^{i(t_1+t_2)L}[A, \rho^0(t+t_1+t_2, 0)]\}, \quad (7)$$

преобразуем выражение для адмиттанса. После несложных вычислений получаем

$$\chi_{BA}(t,\omega) = \chi_{BA}(t,0)\,\frac{T_{BA}(t,\omega)+\varepsilon}{T_{BA}(t,\omega)+\varepsilon - i\omega}, \quad (8)$$

$$\chi_{BA}(t,0) = \langle B, A\rangle, \quad T_{BA} = \frac{1}{\langle B, A\rangle^{\omega}}\,\langle B, \dot{A}\rangle^{\omega}. \quad (9)$$

Транспортная матрица $T_{BA}(t,\omega)$ играет в неравновесном случае точно такую же роль, как и в случае отклика равновесной системы. Функция Грина $G_{BA}(t,\omega)$ и транспортная матрица $T_{BA}(t,\omega)$ связаны между собой соотношением

$$G_{BA}(t,\omega)\{T_{BA}(t,\omega)+\varepsilon - i\omega\}^{-1}, \quad (10)$$

$$G_{BA}(t,\omega) = \frac{1}{\langle BA\rangle}\,\langle BA\rangle^{\omega}. \quad (11)$$

В рамках данного подхода проблема вычисления неравновесного адмиттанса сводится к нахождению транспортной матрицы или функции Грина, что требует в свою очередь применения техники операторов проектирования.

Введем оператор проектирования Π, проектирующий произвольный оператор B на базисный набор операторов P^+,

$$\Pi B^+ = P^+\,\frac{1}{\langle P, P^+\rangle}\,\langle P, B^+\rangle, \quad \Pi B = \langle B, P^+\rangle\,\frac{1}{\langle P, P^+\rangle}\,P,$$
$$\Pi P^+ = P^+, \quad Q = (1-\Pi), \quad \Pi Q P^+ = 0. \quad (12)$$

Рассмотрим тождество

$$i(L-E)P^+(E) = P^+, \quad iE = i\omega - \varepsilon. \quad (13)$$

Действуя на левую и правую части этого тождества поочередно операторами Π, Q, учитывая тождество $P^+(E) = \Pi P^+(E) + QP^+(E)$ и принимая во внимание то, что

$$\Pi P^+(E) = P^+G(t,\omega), \quad \Pi(-iE + QiL)^{-1}QiLP^+(E) = 0,$$

после несложных преобразований для функции Грина получаем уравнение

$$G(t,\omega) = \left[R(t,\omega) + i\Omega(t,\omega) - iE\right]^{-1}, \quad (14)$$

где

$$i\Omega(t,\omega) = \frac{1}{\langle P, P^+\rangle}\,\langle P, \dot{P}^+\rangle, \quad (15)$$

$$R(t,\omega) = \frac{1}{\langle P, P^+\rangle}\,\langle Q\dot{P}, (-iE + QiL)^{-1}Q\dot{P}^+\rangle,$$
$$T(t,\omega) = R(t,\omega) + i\Omega(t,\omega). \quad (16)$$

Заметим, что аналогичный метод проектирования с помощью проекционного оператора Мори использовался в работе [7] для доказательства эквивалентности линейного варианта метода неравновесного статистического оператора и метода Мори [5].

Формулы (15), (16) позволяют вычислить частотную матрицу $T(t,\omega)$ и функцию памяти $R(t,\omega)$ в случаях, когда неравновесное состояние системы является стационарным и статистический оператор $\rho^0(t)$ не зависит от времени, или в случае периодической зависимости статистического оператора от времени.

2. Вычисление ЭКУ

Применим развитый выше подход для вычисления ЭКУ. Рассмотрим двумерную систему, состоящую из двух пространственно разделенных слоев. Туннелированием носителей (электронов) между слоями будем пренебрегать. Концентрации носителей в каждом слое считаем одинаковыми. Обобщение на случай разных типов носителей с различными концентрациями не представляет затруднений.

Гамильтониан рассматриваемой системы запишем в виде

$$H = H_0 + H_{1F} + H_{12} + H_{eL}, \quad H_0 = H_1 + H_2 + H_L,$$

$$H_\lambda = \sum_j \frac{P_{\lambda j}^2}{2m}, \quad \lambda = 1, 2. \tag{17}$$

Здесь λ — индекс слоя, H_{1F} — взаимодействие электронов первого слоя с электрическим полем,

$$H_{1F} = -e \sum X_{1j}^\alpha E^\alpha(t), \quad X_\lambda^\alpha = \sum_j X_{j\lambda}^\alpha,$$

e, m — заряд и масса электрона соответственно, P_λ — операторный вектор-столбец, составленный из компонент суммарного импульса электронов, X_j^α — α-проекция координаты j-го электрона, H_L, H_{eL} — гамильтонианы решетки и взаимодействия электронов с решеткой, H_{12} — гамильтониан межслойного кулоновского взаимодействия электронов,

$$H_{12} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{q}} V(q) a_{\lambda,\mathbf{k}+\mathbf{q}}^+ a_{\lambda',\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^+ a_{\lambda',\mathbf{k}} a_{\lambda,\mathbf{k}'}, \tag{18}$$

где $V(q)$ — фурье-компонента потенциала взаимодействия, $a_{\lambda,\mathbf{k}}^+$, $a_{\lambda,k}$ — операторы рождения и уничтожения электронов с волновым вектором $\mathbf{k}$ в зоне λ.

Полагая исходное неравновесное состояние стационарым и повторяя расчеты предыдущего раздела, получаем

$$\rho_{12} = \frac{R_{12}}{\langle P_1 P_1 \rangle \langle P_2 P_2 \rangle}, \tag{19}$$

где

$$R_{12} = \mathrm{Re} \int_{-\infty}^{0} dt_1 e^{\varepsilon t_1} \int_{-\infty}^{0} dt_2 e^{\varepsilon t_2} SP$$

$$\times \left\{ Q\dot{P}_1 e^{i(t_1+t_2)L} \frac{1}{i\hbar} [Q\dot{P}_2 \rho^0] \right\}. \tag{20}$$

Здесь ρ^0 — неравновесный статистический оператор, а iL — оператор эволюции Лиувилля.

Приведенные выше формулы являются достаточно общими и справедливы для любого стационарного неравновесного распределения.

Конкретизируем выбор исходного неравновесного распределения. Будем считать, что это распределение характеризуется температурами подсистем кристалла: $\beta_1 = T_1^{-1}$ — обратная температура (выраженная в энергетических единицах) кинетических степеней свободы электронов проводимости в первом слое, $\beta = T^{-1}$ — обратная (равновесная) температура электронов во втором слое и фононов (решетки). Неравновесное распределение задается при этом квазиравновесным распределением

$$\rho_q = \exp\{-S_0(t, 0)\} = \exp\{-\Phi - \beta_1 H_1 - \beta H_2 - \beta H_L\},$$

$$\Phi = \ln SP\{\exp(-\beta_1 H_1 - \beta H_2 - \beta H_L)\}. \tag{21}$$

Анализ ЭКУ проведем в борновском приближении. В этом случае при вычислении функции памяти достаточно ограничиться членами второго порядка по межслойному электрон-электронному взаимодействию. Именно по этой причине неравновесный статистический оператор $\rho^0(0)$ можно заменить на квазиравновесное распределение (21), при записи которого мы опустили гамильтонианы, описывающие взаимодействие электронов с рассеивателями. Очевидно, что в данном случае и оператор эволюции нужно заменить на оператор эволюции невзаимодействиющих подсистем: $iL \to iL_0$. Наконец, примем во внимание то, что

$$Q\dot{P}_\lambda = \dot{P}_{\lambda,V} + O(\dot{P}_{\lambda,V}), \quad \dot{P}_{\lambda,V} = \frac{1}{i\hbar}[P_\lambda, H_V].$$

С учетом сделанных замечаний выражение для ρ_{12} можно записать в виде

$$\rho_{12} = \frac{1}{n_1 n_2 m^2} \mathrm{Re} \int_{-\infty}^{0} dt_1 \int_{-\infty}^{0} dt_2 e^{\varepsilon(t_1+t_2)} SP$$

$$\times \left\{ \dot{P}_1 e^{i(t_1+t_2)L_0} \frac{1}{i\hbar} [\dot{P}_2 \rho_q] \right\},$$

$$\dot{P}_\lambda = \frac{1}{i\hbar}[P_\lambda, H_{12}], \quad iL_0 A = \frac{1}{i\hbar}[A, H_1 + H_2 + H_L]. \tag{22}$$

Здесь мы учли, что

$$\langle P_\lambda, P_\lambda^+ \rangle = -n_\lambda m.$$

Приступим к последовательному вычислению величины ρ_{12}. Используя явный вид гамильтониана взаимодействия H_{12}, находим

$$\dot{P}_{1,v} = i \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{qk},\mathbf{k}'} V(q) q a_{1,\mathbf{k}-\mathbf{q}}^+ a_{1,\mathbf{k}} a_{2,\mathbf{k}'+\mathbf{q}}^+ a_{2,\mathbf{k}'}. \tag{23}$$

Далее, используя тождество Кубо, имеем

$$[\dot{P}_{2,v}, \rho_q] = -\int_0^1 d\tau e^{-\tau S_0(t,0)} [\dot{P}_{2,v}, S_0(t,0)] e^{(\tau-1)S_0(t,0)}. \tag{24}$$

Для коммутатора, входящего под знак интеграла, получаем

$$[\dot{P}_{2,v}, S_0] = \frac{i}{2} \sum_{\mathbf{qk},\mathbf{k}'} V(q) q \{\beta_1(t)(\varepsilon_{1,\mathbf{k}-\mathbf{q}} - \varepsilon_{1,\mathbf{k}})$$

$$+ \beta(\varepsilon_{2,\mathbf{k}'+\mathbf{q}} - \varepsilon_{2,\mathbf{k}'})\} a_{1,\mathbf{k}-\mathbf{q}}^+ a_{1,\mathbf{k}} a_{2,\mathbf{k}'+\mathbf{q}}^+ a_{2,\mathbf{k}'}. \tag{25}$$

Подставляя (23), (25) в (22) и проводя усреднение ферми-операторов согласно теореме Вика, находим

$$\rho_{12} = \frac{1}{4n_1n_2m^2}\,\mathrm{Re}\int\limits_{-\infty}^{0} dt_1 e^{\varepsilon t_1}\int\limits_{-\infty}^{0} dt_2 e^{\varepsilon t_2}$$
$$\times \sum_{\mathbf{k}',\mathbf{k},\mathbf{q}} q^2V(q)^2 f(\varepsilon_{1,\mathbf{k}})(1-f(\varepsilon_{1,\mathbf{k}-\mathbf{q}}))f(\varepsilon_{2,\mathbf{k}'})$$
$$\times (1-f(\varepsilon_{2,\mathbf{k}'+\mathbf{q}}))\left(e^{\beta_1(\varepsilon_{1,\mathbf{k}}-\varepsilon_{1,\mathbf{k}-\mathbf{q}})+\beta(\varepsilon_{2,\mathbf{k}'}-\varepsilon_{2,\mathbf{k}'+\mathbf{q}})}-1\right)$$
$$\times e^{i(t_1+t_2)(\varepsilon_{2,\mathbf{k}'+\mathbf{q}}-\varepsilon_{2,\mathbf{k}'}+\varepsilon_{1,\mathbf{k}-\mathbf{q}}-\varepsilon_{1,\mathbf{k}})}. \quad (26)$$

Здесь $f(\varepsilon_{1,\mathbf{k}}), f(\varepsilon_{2,\mathbf{k}})$ — функции распределения электронов в первом и во втором слоях с температурами β_1^{-1}, β^{-1} соответственно.

Вводя обозначения

$$f(\varepsilon_{1,\mathbf{k}}) \equiv f(\varepsilon_{\mathbf{k}}), \quad f(\varepsilon_{2,\mathbf{k}}) \equiv F(E_{\mathbf{k}})$$

и принимая во внимание результат интегрирования по времени, имеем

$$\rho_{12} = \frac{\pi\hbar}{4n_1n_2m^2}\sum_{\mathbf{k}',\mathbf{k},\mathbf{q}} q^2V(q)^2 f(\varepsilon_{\mathbf{k}})\left(1-f(\varepsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}})\right)F(E_{\mathbf{k}'})$$
$$\times\left(1-F(E_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}})\right)\frac{\partial}{\partial\varepsilon_{\mathbf{k}}}\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}}-\varepsilon_{\mathbf{k}'}+E_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}-E_{\mathbf{k}}). \quad (27)$$

Выполняя, наконец, интегрирование по частям, для ρ_{12} получаем

$$\rho_{12} = \frac{\pi\hbar}{4n_1n_2m^2}\sum_{\mathbf{k}',\mathbf{k},\mathbf{q}} q^2V(q)^2 f'(\varepsilon_{\mathbf{k}})\big[f(\varepsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}})$$
$$\times F(E_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}})(1-F(E_{\mathbf{k}'}))+(1-f(\varepsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}))F(E_{\mathbf{k}})$$
$$\times(1-F(E_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}}))\big]\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}}-\varepsilon_{\mathbf{k}'}+E_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}-E_{\mathbf{k}}). \quad (28)$$

Здесь $f'(\varepsilon_{\mathbf{k}})$ означает производную по энергии неравновесной функции распределения электронов.

Используя равенства

$$\delta(\varepsilon_1+\varepsilon_2-\varepsilon_{1'}-\varepsilon_{2'}) = \hbar\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\omega\,\delta(\varepsilon_1+\varepsilon_{1'}-\hbar\omega)$$
$$\times\,\delta(\varepsilon_2-\varepsilon_{2'}+\hbar\omega), \quad (29)$$

$$f(\varepsilon)[1-f(\varepsilon-\hbar\omega)] = f(\varepsilon)-f(\varepsilon-\hbar\omega)(1-e^{\beta\hbar\omega})^{-1}, \quad (30)$$

перепишем выражение для β_{12} в виде

$$\rho_{12} = \frac{\pi\hbar^2}{4n_1n_2m^2}\sum_{\mathbf{k}',\mathbf{k},\mathbf{q}}\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\omega q^2V(q)^2 f'(\varepsilon_{\mathbf{k}})$$
$$\times\left(F(E_{\mathbf{k}})-F(E_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}})\right)\left[\frac{f(\varepsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}})}{e^{\Delta}-1}-\frac{1-f(\varepsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}})}{1-e^{-\Delta}}\right]$$
$$\times\,\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}-\varepsilon_{\mathbf{k}}+\hbar\omega)\delta(E_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}}-E_{\mathbf{k}'}-\hbar\omega), \quad (31)$$

$\Delta = \beta\hbar\omega$. Заметим, что в равновесном случае, когда $\beta_1 = \beta$, выражение (31) переходит в соответствующие формулы работы [8].

Дальнейшие вычисления ρ_{12} сводятся к вычислению интегралов. Переходя от суммирования по $\mathbf{k}'$ к интегрированию, имеем

$$\sum_{\mathbf{k}'}[F(E_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}})-F(E_{\mathbf{k}'}+\hbar\omega)]\delta(E_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}}-E_{\mathbf{k}'}-\hbar\omega)$$
$$= \frac{m^2\hbar\omega}{\hbar^4(2\pi)^2qk_F}\left[1-\left(\frac{\omega}{qv_F}-\frac{q}{2k_F}\right)^2\right]^{-1/2}, \quad (32)$$

где k_F — волновой вектор, соответствующий энергии Ферми $\varepsilon_F = (\hbar k_F)^2/2m$.

Проводя аналогичные вычисления для первого слагаемого в квадратных скобках в (31), получаем

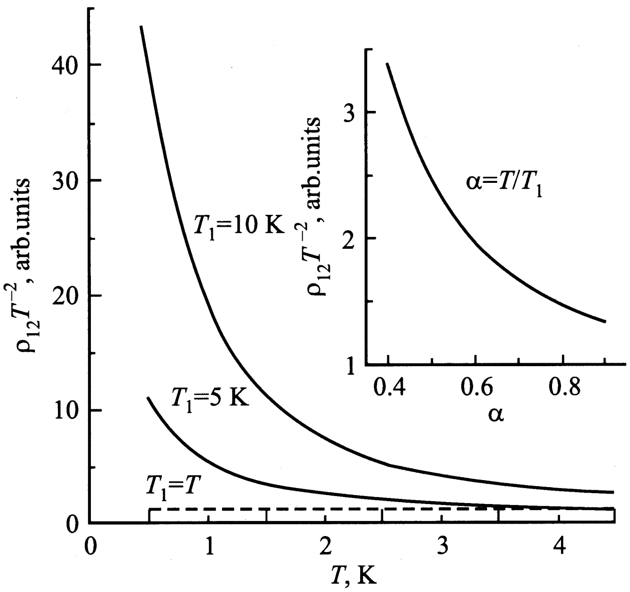
$$\sum_{\mathbf{k}'} f'(\varepsilon_{\mathbf{k}})f(\varepsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}})\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}-\varepsilon_{\mathbf{k}}+\hbar\omega)$$
$$= \frac{m^2}{(2\pi)^2\hbar^3q}\int\limits_{0}^{\infty} d\varepsilon\,\frac{f'(\varepsilon)f(\varepsilon-\hbar\omega)}{(2m\varepsilon)^{1/2}}$$
$$\times\left\{1-\left[\frac{(2m\varepsilon)^{1/2}}{2\hbar q}+\frac{\hbar q}{2(2m\varepsilon)^{1/2}}-\frac{(\varepsilon+\hbar\omega)m}{\hbar q(2m\varepsilon)^{1/2}}\right]^2\right\}^{-1/2}. \quad (33)$$

Вычисляя интеграл по энергии для вырожденной статистики электронов, находим

$$\sum_{\mathbf{k}'} f'(\varepsilon_{\mathbf{k}})f(\varepsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}})\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}-\varepsilon_{\mathbf{k}}+\hbar\omega)$$
$$= \frac{m^2e^{\Delta_1}}{2\hbar^4q(2\pi)^2k_F\,\mathrm{ch}(\Delta_1)}\left\{1-\left(\frac{\omega}{qv_F}-\frac{q}{2k_F}\right)^2\right\}^{-1/2},$$
$$\Delta_1 = \frac{\beta_1\hbar\omega}{2}. \quad (34)$$

Что касается интеграла по энергии $\hbar\omega$, то он может быть записан в виде

$$\int\limits_{0}^{\infty} d\omega\,\omega\,\frac{\mathrm{ch}\,((\beta_1-\beta)\hbar\omega/2)}{\mathrm{ch}\,(\beta_1\hbar\omega/2)\,\mathrm{sh}\,(\beta\hbar\omega/2)}. \quad (35)$$



Зависимость $\rho_{12}T^{-2}$ от температуры при различных значениях T_1. На вставке — зависимость $\rho_{12}T^{-2}$ от параметра α.

Собирая вместе промежуточные результаты вычислений для ρ_{12}, получаем

$$\rho_{12} = \frac{\pi T^2}{4\hbar(2\pi)^2 k_F^2 \varepsilon_F^2} \int\limits_0^\infty dq V^2(q) \left[1 - \left(\frac{\omega}{qv_F} - \frac{q}{2k_F}\right)^2\right]^{-1}$$

$$\times \int\limits_0^\infty dx\, x \frac{\mathrm{ch}((\alpha-1)x)}{\mathrm{ch}(\alpha x)\,\mathrm{sh}(x)}, \quad \alpha = \beta_1/\beta. \tag{36}$$

Здесь мы приняли во внимание, что $k_F^2 = 2\pi n_1$.

Для вычисления оставшегося интеграла по q необходимо знать матричный элемент $V(q)$, определяющий межслойное кулоновское взаимодействие электронов. Полагая двумерные слои идентичными и рассматривая их как плоскости, для $V(q)$ имеем [8]

$$V(q) = \frac{2\pi e^2}{\kappa} \frac{q}{2q_{TF}^2\,\mathrm{sh}(qd) + (2qq_{TF} + q^2)\exp(qd)}, \tag{37}$$

где $q_{TF}^{-1} = \kappa\hbar/(2me^2)$ — радиус экранирования Томаса–Ферми в двумерном случае, κ — диэлектрическая проницаемость, d — межслойное расстояние.

Основной вклад в интеграл по q обусловлен областью, где $q \le d^{-1}$, но поскольку $d^{-1} \ll k_F, q_{TF}$, можно пренебречь вторым слагаемым в знаменателе формулы (37). Интегрирование по q в этом случае сводится к интегралу типа

$$\int\limits_0^\infty dx \frac{x^p}{4\,\mathrm{sh}^2(x/2)} = p!\,\xi(p). \tag{38}$$

Таким образом, выражение для ρ_{12} может быть записано окончательно в следующем виде:

$$\rho_{12} = \frac{\xi(3) m T^2}{8\hbar\pi e^2 (k_F d)^2 (q_{TF} d)^2 \varepsilon_F n_1} \int\limits_0^\infty x \frac{\mathrm{ch}((\alpha-1)x)}{\mathrm{ch}(\alpha x)\,\mathrm{sh}(x)} dx. \tag{39}$$

В отсутствие разогрева ($\beta_1 = \beta$) получаем результат [8].

Обратимся теперь к определению эффективной температуры β_1, которая определяет неравновесное распределение электронов первого слоя. Выражение для нее можно найти, рассмотрев совместно уравнения импульса и энергии электронов. Следуя стандартной схеме [4,9], уравнения баланса в стационарном случае можно представить в виде

$$en_1 \mathbf{EV}_1 + \frac{\beta_1 - \beta}{\beta^2} C_e \tau_{1L}^{-1} = 0, \tag{40}$$

$$en_1 E^i - mn_1 V_1^i \omega_{1L} = 0, \tag{41}$$

где

$$\tau_{1L}^{-1} = \frac{\beta^2}{C_e} \int\limits_{-\infty}^0 dt e^{\varepsilon t} \big(\dot{H}_{1(L)}; \dot{H}_{1(L)}(t)\big)$$

есть обратное время релаксации энергии электронов, C_e — теплоемкость,

$$\omega_{1L} = \frac{\beta}{3mn_1} \int\limits_{-\infty}^0 dt e^{\varepsilon t} \big(\dot{P}_{1(L)}; \dot{P}_{1(L)}^k(t)\big) \text{ —}$$

частота релаксации импульса. При этом

$$\dot{A}_{1(L)} = \frac{1}{i\hbar}[A_{1(L)}, H_{eL}], \quad (P^i; P^k) = \int\limits_0^1 d\tau \langle P^i; \Delta P^k(i\tau)\rangle,$$

$$P_i(i\tau) = e^{-\tau H_0} P_i e^{\tau H_0}, \quad \langle \ldots \rangle = \mathrm{Sp}(\ldots \rho_0).$$

Выражения (40), (41) позволяют найти эффективную температуру β_1:

$$\beta_1^{-1} = \beta^{-1}\left(1 + \frac{\beta n_1 e^2 E^2}{mC_e} \tau_{1L} \omega_{1L}^{-1}\right). \tag{42}$$

Из (42) следует, что относительный сдвиг температуры электронов определяется как временем релаксации импульса, так и временем релаксации энергии. Выражения (39), (42) полностью описывают ЭКУ в случае разогрева носителей первого слоя электрическим полем.

Зависимость ρ_{12} от эффективной температуры T_1 представлена на рисунке. Как следует из приведенных выше расчетов, разогрев носителей приводит к существенному возрастанию величины ЭКУ при низких температурах.

Список литературы

[1] М.В. Погребинский. ФТП **11**, 372 (1977).
[2] P.J. Price. Physica B **117**, 750 (1983).
[3] A.G. Rojo. J. Phys.: Cond. Matter. **11**, R31 (1999).
[4] V.P. Kalashnikov. Physica **48**, 93 (1970).
[5] H. Mori. Progr. Theor. Phys. **33**, 423 (1965); **34**, 399 (1965).
[6] L.L. Licea. Physica **63**, 172 (1973).
[7] В.П. Калашников. ТМФ **34**, 412 (1978).
[8] Antti-Pekka Jauho, H. Smith. Phys. Rev. B **47**, 4420 (1993).
[9] D.Y. Xing, P. Hu, C.S. Ting. Phys. Rev. B **35**, 6379 (1987).