

Моделирование динамики резистивной шланговой неустойчивости релятивистского электронного пучка, распространяющегося в омическом плазменном канале произвольной проводимости

© Е.К. Колесников, А.С. Мануйлов, В.С. Петров

Санкт-Петербургский государственный университет,
199034 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: a.manuylov@spbu.ru, man06@mail.ru

(Поступило в Редакцию 25 января 2017 г. В окончательной редакции 20 марта 2017 г.)

Исследована пространственная динамика резистивной шланговой неустойчивости релятивистского электронного пучка в случаях, когда время зарядовой нейтрализации много больше, порядка и много меньше времени токовой компенсации. Получено, что наибольшим пространственным инкрементом нарастания указанная неустойчивость обладает в случае, когда время зарядовой нейтрализации порядка скин-слоевого времени.

DOI: 10.21883/JTF.2017.11.45136.2180

Введение

В последние несколько десятилетий внимание исследователей привлекают вопросы распространения релятивистских электронных пучков (РЭП) в плотных и разреженных газоплазменных средах. Особое место в этой проблеме занимает исследование резистивных крупномасштабных неустойчивостей, являющихся одним из деструктивных факторов при транспортировке РЭП в указанных средах. В частности, в работах [1–11] исследовалось развитие наиболее опасной для распространения пучка резистивной шланговой неустойчивости (РШН), которая представляет собой нарастающие по амплитуде изгибные колебания РЭП, которые могут достаточно быстро привести к развалу пучка.

В большей части исследований по динамике РШН РЭП [5–8] предполагается, что скалярная омическая проводимость фоновой газоплазменной среды весьма велика. При этом выполняется условие

$$\frac{4\pi\sigma R_b}{c} \gg 1, \quad (1)$$

где σ — характерная проводимость плазменного канала в газоплазменной среде, R_b — характерный радиус пучка, c — скорость света.

Однако возможны ситуации, когда условие (1) не выполнено. В частности, данное условие нарушено в головной части пучка, когда он распространяется в нейтральном газе и наработка проводимости пучком в результате ударной ионизации не успевает создать достаточно высокую омическую проводимость. В связи с этим в настоящей работе рассмотрен случай произвольной проводимости омического плазменного канала. При этом построена модель динамики РШН РЭП, когда выполнено условие $\tau_m \sim \tau_c$ и $\tau_m \ll \tau_c$, где

$$\tau_m \approx \frac{4\pi\sigma R_b^2}{c^2}, \quad \tau_c \approx \frac{1}{4\pi\sigma} \quad (2)$$

— соответственно монополюсное скин-слоевое время и характерное время зарядовой компенсации.

Рассмотрим транспортировку РЭП по омическому плазменному каналу вида

$$\sigma(r, \xi) = \begin{cases} \sigma_0(\xi), & r \leq R_{ch}, \\ 0, & r > R_{ch}, \end{cases} \quad (3)$$

где $\xi = \beta c \tau$, $\tau = t - z/(\beta c)$ — сдвинутое время, $\beta = v_z/c$, v_z — продольная компонента скорости частиц пучка (РЭП предполагается моноскоростным в продольном направлении), t — время, R_{ch} — радиус плазменного канала.

Далее для простоты будем полагать, что σ_0 не зависит от ξ . Кроме того, будем считать, что плотность тока пучка в равновесии может быть представлена как

$$J_{bz0}(r, \xi) = \begin{cases} F(\xi)J_0(S_0 r/R_{ch}), & r \leq R_{ch}, \\ 0, & r > R_{ch}, \end{cases} \quad (4)$$

где J_0 — функция Бесселя нулевого порядка, S_0 — первый нуль указанной функции Бесселя, $F(\xi) = I_{b0}P(\xi)/(\pi R_{ch}^2)$; I_{b0} , $P(\xi)$ — полный ток пучка и функция его модуляции.

С помощью невозмущенных и возмущенных компонент редуцированных уравнений Максвелла, полученных в [7,8], нетрудно сформулировать следующие уравнения:

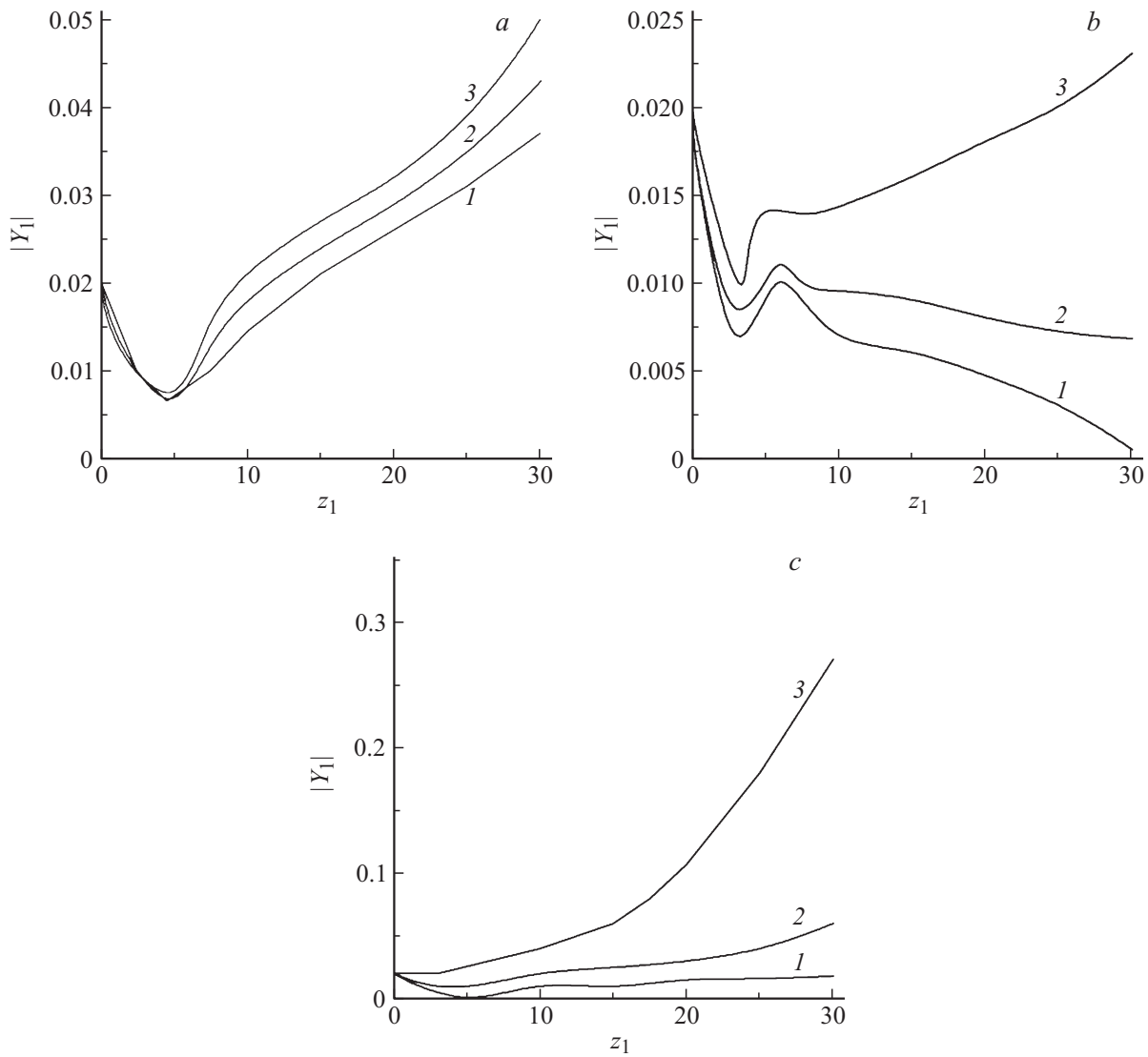
$$\xi_m \xi_c \frac{\partial^2 \Psi_f}{\partial \xi^2} + (\xi_m + \xi_c) \frac{\partial \Psi_f}{\partial \xi} + \Psi_f = \Psi_b, \quad (5)$$

$$\xi_m \xi_c \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} (\Psi_f D) + (\xi_m + \xi_c) \frac{\partial}{\partial \xi} (\Psi_f D) + \Psi_f D = \Psi_b(\xi) Y, \quad (6)$$

где

$$\Psi_f(\xi) = \frac{A_0^*(r, \xi)}{J_0(S_0 r/R_{ch})}, \quad A_1^* = -D \frac{\partial A_0^*}{\partial r}, \quad (7)$$

$$\Psi_b = \frac{4I_{b0}}{cS_0^2} P(\xi), \quad \xi_m = \frac{4\pi R_{ch}^2}{S_0^2 c} \sigma_0, \quad \xi_c = \frac{c}{4\pi\sigma_0}. \quad (8)$$



Зависимости $|Y_1|$ от безразмерной координаты z_1 при значениях частоты ω_1 : $a - 0.2$, $b - 1.2$, $c - 1.6$. На всех рисунках кривая 1 соответствует $\eta = \xi_m/\xi_c = 30$, 2 — 0.2, 3 — 1.

Здесь $A^* = A_z - \varphi$ ($A_z - z$ -компонента векторного потенциала коллективного электромагнитного поля системы плазма–пучок, φ — скалярный потенциал коллективного электрического поля), индексы „0“ и „1“ относятся соответственно к невозмущенным и возмущенным величинам, ξ_m и ξ_c — соответственно монополярная скин-овая длина (длина, на которой происходит магнитная нейтрализация) и пространственный масштаб зарядовой компенсации в рассматриваемой задаче.

Используя модель жесткого пучка на линейной стадии развития РШН, в данном случае имеем

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} = \frac{\Psi_f(\xi)}{\Psi_b(\xi)} k_s^2 (D - Y) - \alpha_{ph} \sqrt{\left| \frac{\Psi_f(\xi)}{\Psi_b(\xi)} \right|} k_s \frac{\partial Y}{\partial z}, \quad (9)$$

где

$$k_s^2(\xi) = \frac{\pi c}{I_b^2} \left(\frac{I_b}{I_A} \right) \int_0^\infty dr r J_{bz0}^2(r, \xi) \quad (10)$$

— квадрат волнового числа шланговых колебаний, α_{ph} — коэффициент фазового перемешивания траекторий электронов пучка.

Граничные и начальные условия для системы уравнений (5), (6) и (9) выберем следующим образом:

$$\Psi_f|_{\xi=0} = \Psi_b, \quad \frac{\partial \Psi_f}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = 0, \quad (11)$$

$$Y|_{z=0} = 0.02 R_{ch}, \quad \frac{\partial Y}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0,$$

$$D|_{\xi=0} = 0, \quad \frac{\partial D}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = 0. \quad (12)$$

Система уравнений (5), (6), (9), (11) и (12) является обобщением известных уравнений (см. [5,6,8]) на ситуацию произвольной омической проводимости в плазменном канале, когда условие (1) не выполнено.

Рассмотрим безразмерные величины

$$\Psi_{f1} = \frac{\Psi_f}{(I_{b0}/c)}, \quad \Psi_{b1} = \frac{4}{S_0^2} P(\xi),$$

$$D_1 = \frac{D}{R_{ch}}, \quad Y_1 = \frac{Y}{R_{ch}}, \quad (13)$$

$$z_1 = zk_s, \quad \xi_1 = \frac{\xi}{\xi_m + \xi_c}. \quad (14)$$

Тогда уравнения (5), (6), (9), (11) и (12) принимают следующий вид:

$$A \frac{\partial^2 \Psi_{f1}}{\partial \xi_1^2} + \frac{\partial \Psi_{f1}}{\partial \xi_1} + \Psi_{f1} = \Psi_{b1}, \quad (15)$$

$$A \Psi_{f1} \frac{\partial^2 D_1}{\partial \xi_1^2} + 2A \frac{\partial \Psi_{f1}}{\partial \xi_1} \frac{\partial D_1}{\partial \xi_1} = \Psi_{b1} (Y_1 - D_1), \quad (16)$$

$$\frac{\partial^2 Y_1}{\partial z_1^2} = \frac{\Psi_{f1}}{\Psi_{b1}} (D_1 - Y_1) - \alpha_{ph} \sqrt{\left| \frac{\Psi_{f1}}{\Psi_{b1}} \right|} \frac{\partial Y_1}{\partial z_1}, \quad (17)$$

$$\Psi_{f1} \Big|_{\xi_1=0} = \Psi_{b1}, \quad \frac{\partial \Psi_{f1}}{\partial \xi_1} \Big|_{\xi_1=0} = 0,$$

$$Y_1 \Big|_{z_1=0} = 0.02, \quad \frac{\partial Y_1}{\partial z_1} \Big|_{z_1=0} = 0, \quad (18)$$

$$D_1 \Big|_{\xi_1=0} = 0, \quad \frac{\partial D_1}{\partial \xi_1} \Big|_{\xi_1=0} = 0, \quad (19)$$

где $A = \xi_m \xi_c / (\xi_m + \xi_c)^2$.

Предположим, что все характерные параметры задачи не зависят от координаты ξ . Тогда неизвестные функции в рассматриваемой задаче будем искать в виде фурье-моды:

$$\Psi_{f1}(\xi) = \Psi_{f0} e^{-i\omega_1 \xi_1}, \quad D_1 = D_{10} e^{-i\omega_1 \xi_1}, \quad Y_1 = Y_{10} e^{-i\omega_1 \xi_1}, \quad (20)$$

где $\omega_1 = \omega(\xi_m + \xi_c)$ — безразмерная пространственная частота по координате ξ и $\Psi_{f0}, D_{10}, Y_{10}$ — безразмерные амплитуды соответствующих величин, i — мнимая единица.

Будем считать, что частота ω_1 является известной вещественной величиной.

Тогда из (15) имеем

$$\Psi_{f1}(\xi) = \frac{\Psi_{b1}}{1 - i\omega_1 - A\omega_1^2}. \quad (21)$$

С помощью (16) и (21) находим

$$D_1 = Y_1 \frac{1 - i\omega_1 - A\omega_1^2}{1 - 2i\omega_1 - 4A\omega_1^2}. \quad (22)$$

После подстановки (21) и (22) в (17) получим

$$\frac{\partial^2 Y_1}{\partial z_1^2} = Y_1 \left(\frac{a + 2i\omega_1}{a^2 + 4\omega_1^2} - \frac{b + i\omega_1}{b^2 + \omega_1^2} \right) - \frac{\alpha_{ph}}{(b^2 + \omega_1^2)^{1/4}} \frac{\partial Y_1}{\partial z_1}, \quad (23)$$

где $a = 1 - 4A\omega_1^2, b = 1 - A\omega_1^2$.

Далее представим $Y_1 = Y_{1r} + iY_{1i}$, где $Y_{1r} = \text{Re}(Y_1), Y_{1i} = \text{Im}(Y_1)$. Тогда, разделяя уравнение (23) на вещественную и мнимую части, находим

$$\frac{\partial^2 Y_{1r}}{\partial z_1^2} = Y_{1r} \left(\frac{a}{a^2 + 4\omega_1^2} - \frac{b}{b^2 + \omega_1^2} \right) + Y_{1i} \left(-\frac{2\omega_1}{a^2 + 4\omega_1^2} - \frac{\omega_1}{b^2 + \omega_1^2} \right) - \frac{\alpha_{ph}}{(b^2 + \omega_1^2)^{1/4}} \frac{\partial Y_{1r}}{\partial z_1}, \quad (24)$$

$$\frac{\partial^2 Y_{1i}}{\partial z_1^2} = Y_{1r} \left(\frac{2\omega_1}{a^2 + 4\omega_1^2} - \frac{\omega_1}{b^2 + \omega_1^2} \right) - Y_{1i} \left(-\frac{a}{a^2 + 4\omega_1^2} - \frac{b}{b^2 + \omega_1^2} \right) - \frac{\alpha_{ph}}{(b^2 + \omega_1^2)^{1/4}} \frac{\partial Y_{1i}}{\partial z_1}. \quad (25)$$

Граничные условия выберем следующим образом:

$$Y_{1r} \Big|_{z_1=0} = 0.02, \quad Y_{1i} \Big|_{z_1=0} = 0,$$

$$\frac{\partial Y_{1r}}{\partial z_1} \Big|_{z_1=0} = 0, \quad \frac{\partial Y_{1i}}{\partial z_1} \Big|_{z_1=0} = 0. \quad (26)$$

На рисунке представлены зависимости $|Y_1|$ от безразмерной координаты z_1 при разных значениях частоты ω_1 . Коэффициент фазового перемешивания был взят $\alpha_{ph} = 0.38$.

Из рисунка следует, что РШН имеет наибольшую амплитуду нарастания по координате z_1 в случае $\eta = \xi_m / \xi_c = 1$, а наименьшую — при больших значениях параметра η . Это может быть объяснено тем, что при $\eta = 1$ работают оба дестабилизирующих фактора — магнитный и электростатический, тогда как в случае 1 и 2 превалируют только соответственно магнитный и электростатический факторы.

Заключение

В настоящей работе рассмотрена пространственная динамика РШН РЭП пучка в случаях, когда время зарядовой нейтрализации много больше, порядка и много меньше времени токовой компенсации. Получено, что наибольшим пространственным инкрементом нарастания указанная неустойчивость обладает в случае, когда время зарядовой нейтрализации порядка скин-слоевого времени. В этой ситуации необходимо учитывать как магнитный, так и электростатический факторы дестабилизации пучка.

Список литературы

- [1] Рухадзе А.А., Богданкевич Л.С., Росинский С.Е., Рухлин В.Г. Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. М.: Атомиздат, 1980. 167 с.
- [2] Диденко А.Н., Григорьев В.П., Усов Ю.П. Мощные электронные пучки и их применение. М.: Атомиздат, 1977. 277 с.

- [3] *Миллер Р.* Введение в физику сильнотоочных пучков заряженных частиц. М.: Мир, 1984. 432 с.
- [4] *Колесников Е.К., Мануйлов А.С., Филиппов Б.В.* Динамика пучков заряженных частиц в газоплазменных средах. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2002. 98 с.
- [5] *Lee E.P.* // *Phys. Fluid.* 1978. Vol. 21. N 8. P. 1327–1343.
- [6] *Надеждин Е.Р., Сорокин Г.А.* // *ФП.* 1983. Т. 9. № 5. С. 989–991.
- [7] *Lee E.P.* Lawrence Livermore Lab. Rep. UCID-17286. 1976. 18 p.
- [8] *Lampe M., Sharp W.M., Hubbard R., Lee E.P.* et al. // *Phys. Fluid.* 1984. Vol. 27. N 12. P. 2921–2936.
- [9] *Кондратьев Н.А., Сметанин В.И.* // *ЖТФ.* 2005. Т. 75. Вып. 3. С. 67–73.
- [10] *Мануйлов А.С.* // *ЖТФ.* 2000. Т. 70. Вып. 1. С. 76–78.
- [11] *Колесников Е.К., Мануйлов А.С.* // *ЖТФ.* 1991. Т. 61. Вып. 12. С. 43–46.