

01

Черенковское трение и излучение нейтральной поляризующейся частицы при движении вблизи прозрачной диэлектрической пластины

© Г.В. Дедков, А.А. Кясов

Кабардино-Балкарский государственный университет, Нальчик
E-mail: gv_dedkov@mail.ru

Поступило в Редакцию 10 января 2017 г.

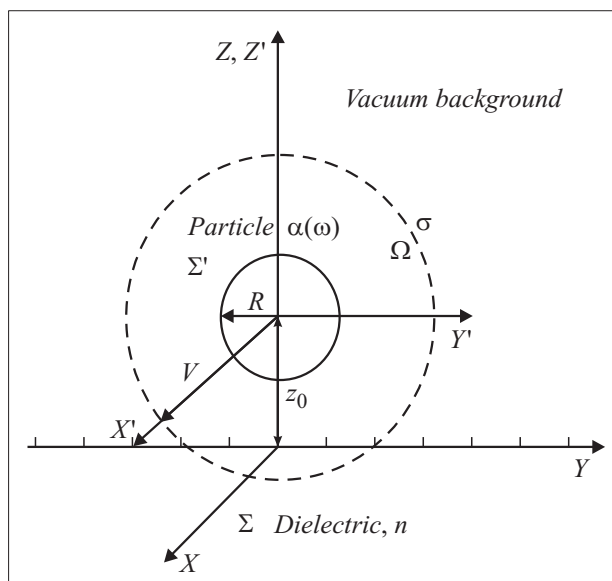
Получены общие выражения для интенсивности излучения, силы торможения, скорости нагрева и ускорения малой поляризующейся частицы в условиях черенковского трения: при релятивистском движении параллельно поверхности гладкой толстой прозрачной диэлектрической пластины. Проводится сравнение с результатами других авторов.

DOI: 10.21883/PJTF.2017.16.44935.16705

Трение Казимира, или квантовое трение, — эффект квантовой электродинамики, возникающий при относительном движении в вакууме параллельных друг другу гладких поверхностей двух тел или при движении малой частицы параллельно поверхности протяженного тела (пластины), обусловленный квантовыми флуктуациями электромагнитного поля [1,2]. Процессы, связанные с квантовым и „тепловым“ (при конечной температуре тел) трением, вызывали значительный интерес в течение последних десятилетий работы (см. [3–5] и ссылки в них).

Важным следствием квантового трения является возможность генерации электромагнитного излучения при выполнении черенковского условия $V > c/n$, где V — скорость частицы (здесь и далее будем рассматривать именно этот случай), c — скорость света в вакууме, n — показатель преломления покоящегося тела (прозрачной пластины диэлектрика) [6–8].

В соответствии с интерпретацией [7] физической причиной возникающего излучения является аномальный эффект Доплера, при котором частота квантов электромагнитного поля, поглощаемых частицей, отри-



Геометрическая конфигурация и системы отсчета Σ и Σ' , соответствующие диэлектрической пластине и частице. Штриховой линией показана граница волновой зоны излучающей частицы.

цательна в ее системе покоя. В результате этого частица переходит в возбужденное квантовое состояние с более высокой энергией и излучает фотон в пределах черенковского конуса. В отличие от авторов работ [7,8], в которых расчет интенсивности излучения проводился иначе, мы будем исходить из общих результатов нашей теории флуктуационно-электромагнитного взаимодействия релятивистской частицы, движущейся вблизи поверхности [9,10]. Это позволяет глубже понять электродинамическую суть проблемы и найти важные соотношения между электродинамическими, механическими и тепловыми величинами. Наше конечное выражение для интенсивности излучения совпадает с полученным в [7], но несколько отличается от [8]. По сравнению с [7] имеются некоторые отличия в соотношении между радиационной силой, мощностью излучения и скоростью изменения массы покоя в системе отсчета Σ покоящейся пластины.

Используемая геометрическая конфигурация показана на рисунке. Она неоднократно применялась нами в расчетах нормальных и тангенциальных сил флуктуационно-электромагнитного взаимодействия и скорости нагрева частицы [9,10]. Характер основных электродинамических связей с указанными величинами определяется соотношениями

$$\int \langle \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \rangle d^3 r = \langle \mathbf{d} \cdot \mathbf{E} + \dot{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{B} \rangle + \mathbf{V} \cdot \langle \nabla (\mathbf{d} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{m} \cdot \mathbf{B}) \rangle = \dot{Q} + F_x V, \quad (1)$$

$$\dot{Q}' = \int_{\Omega'} \langle \mathbf{j}' \cdot \mathbf{E}' \rangle d^3 r' = \gamma^2 \langle \dot{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E} + \dot{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{B} \rangle = \gamma^2 \dot{Q}, \quad (2)$$

$$-\frac{dW}{dt} = \oint_{\sigma} \mathbf{S} \cdot d\boldsymbol{\sigma} + \int_{\Omega} \langle \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \rangle d^3 r, \quad (3)$$

где γ — фактор Лоренца, $W = (1/8\pi) \int_{\Omega} (\langle \mathbf{E}^2 \rangle + \langle \mathbf{B}^2 \rangle) d^3 r$ — энергия поля в объеме Ω , ограниченном волновой поверхностью, окружающей частицу (см. рисунок), $\mathbf{S} = (c/4\pi) \langle \mathbf{E} \times \mathbf{H} \rangle$ — вектор Пойнтинга, \mathbf{d} и \mathbf{m} — флуктуационные электрический и магнитный дипольные моменты частицы, \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{H} и \mathbf{j} — флуктуационные поля и плотность электрического тока; угловые скобки и точки сверху означают квантостатистическое усреднение и дифференцирование по времени. Все величины, не помеченные штрихом, относятся к системе отсчета Σ . В формуле (2) $\dot{Q}' = dQ'/dt'$ — скорость нагрева частицы в ее системе покоя Σ' . Заметим, что величина $\dot{Q} = dQ/dt$ имеет самостоятельный смысл и совпадает со скоростью нагрева частицы или пластины только в нерелятивистском пределе. В квазистационарном режиме $dW/dt = 0$ из (3) следует

$$I = \oint_{\sigma} \mathbf{S} \cdot d\boldsymbol{\sigma} = - \int_{\Omega} \langle \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \rangle d^3 r. \quad (4)$$

Кроме того, из (1) и (4) следует

$$I = -(dQ/dt + F_x V). \quad (5)$$

Формулы (1)–(5) использовались нами ранее в расчетах излучения движущихся и вращающихся частиц в вакууме [11–13]. В рассматриваемой конфигурации, когда пластина прозрачна, вся приведенная

аргументация полностью остается в силе, и можно воспользоваться общими результатами для F_x и \dot{Q} , приведенными в [9,10]:

$$F_x = -\frac{\hbar\gamma}{2\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y k_x \times \sum_{i=e,m} \alpha_i''(\gamma\omega^+) \operatorname{Im} \left(\frac{\exp(-2q_0 z)}{q_0} R_i(\omega, \mathbf{k}) \right) \times \left[\coth \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right) - \coth \left(\frac{\gamma\hbar\omega^+}{2k_B T_1} \right) \right] + (\dots), \quad (6)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\hbar\gamma}{2\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int_0^\infty dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y \omega^+ \times \sum_{i=e,m} \alpha_i''(\gamma\omega^+) \operatorname{Im} \left(\frac{\exp(-2q_0 z)}{q_0} R_i(\omega, \mathbf{k}) \right) \times \left[\coth \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right) - \coth \left(\frac{\gamma\hbar\omega^+}{2k_B T_1} \right) \right] + (\dots), \quad (7)$$

где $\omega^+ = \omega + k_x V$, T_1 и T_2 — локальные температуры частицы (в Σ') и пластины (в Σ), $\alpha_{e,m}''(\omega)$ — мнимые компоненты электрической и магнитной поляризуемости, слагаемые (...) описывают взаимодействие с вакуумными модами электромагнитного поля (в отсутствие пластины) и не вносят вклада в последующие результаты. Вспомогательные величины в (6) и (7) определяются соотношениями

$$R_e(\omega, \mathbf{k}) = \Delta_e(\omega) [2(k^2 - k_x^2 \beta^2)(1 - \omega^2/k^2 c^2) + (\omega^+)^2/c^2] + \Delta_m(\omega) [2k_y^2 \beta^2(1 - \omega^2/k^2 c^2) + (\omega^+)^2/c^2], \quad (8)$$

$$R_m(\omega, \mathbf{k}) = \Delta_m(\omega) [2(k^2 - k_x^2 \beta^2)(1 - \omega^2/k^2 c^2) + (\omega^+)^2/c^2] + \Delta_e(\omega) [2k_y^2 \beta^2(1 - \omega^2/k^2 c^2) + (\omega^+)^2/c^2], \quad (9)$$

$$\Delta_e(\omega) = \frac{q_0 \varepsilon(\omega) - q}{q_0 \varepsilon(\omega) + q}, \quad \Delta_m(\omega) = \frac{q_0 \mu(\omega) - q}{q_0 \mu(\omega) + q},$$

$$q = (k^2 - (\omega^2/c^2) \varepsilon(\omega) \mu(\omega))^{1/2},$$

$$q_0 = (k^2 - \omega^2/c^2)^{1/2}, \quad k^2 = k_x^2 + k_y^2. \quad (10)$$

В случае прозрачного диэлектрика $\varepsilon(\omega) = n^2$, $\text{Im} \varepsilon(\omega) = 0$, $\mu(\omega) = 1$, поэтому коэффициенты $\Delta_{e,m}(\omega)$ принимают вид

$$\Delta_e(\omega) = \frac{n^2 \sqrt{k^2 - \omega^2/c^2} - \sqrt{k^2 - n^2 \omega^2/c^2}}{n^2 \sqrt{k^2 - \omega^2/c^2} + \sqrt{k^2 - n^2 \omega^2/c^2}},$$

$$\Delta_m(\omega) = \frac{\sqrt{k^2 - \omega^2/c^2} - \sqrt{k^2 - n^2 \omega^2/c^2}}{\sqrt{k^2 - \omega^2/c^2} + \sqrt{k^2 - n^2 \omega^2/c^2}}. \quad (11)$$

Выполняя предельные переходы $T_1 \rightarrow 0$, $T_2 \rightarrow 0$ в (6), (7) с учетом соотношений $\coth(\hbar\omega/2k_B T_2) \rightarrow \text{sign } \omega$, $\coth(\hbar\omega^+/2k_B T_1) \rightarrow \text{sign } \omega^+$, имеем

$$F_x = \frac{2\hbar\gamma}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega \theta(n\beta - 1) \int_{\omega/V}^{n\omega/c} dk_x k_x \int_0^{\sqrt{n^2 \omega^2/c^2 - k_x^2}} dk_y \sum_{i=e,m} \alpha_i''(\gamma\omega^-)$$

$$\times \text{Im} \left(\frac{\exp(-2q_0 z_0)}{q_0} R_i(\omega, -k_x) \right), \quad (12)$$

$$\dot{Q} = \frac{2\hbar\gamma}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega \theta(n\beta - 1) \int_{\omega/V}^{n\omega/c} dk_x \int_0^{\sqrt{n^2 \omega^2/c^2 - k_x^2}} dk_y \omega^- \sum_{i=e,m} \alpha_i''(\gamma\omega^-)$$

$$\times \text{Im} \left(\frac{\exp(-2q_0 z_0)}{q_0} R_i(\omega, -k_x) \right), \quad (13)$$

где $R_i(\omega, -k_x)$ совпадает с $R_{e,m}(\omega, \mathbf{k})$ при $\mathbf{k} = (-k_x, k_y)$ и $\omega^- = \omega - k_x V$.

Используя (5), (12) и (13), находим

$$I = -\frac{2\hbar\gamma}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega \theta(n\beta - 1) \int_{\omega/V}^{n\omega/c} dk_x \int_0^{\sqrt{n^2\omega^2/c^2 - k_x^2}} dk_y \omega \sum_{i=e,m} \alpha_i''(\gamma\omega) \times \text{Im} \left(\frac{\exp(-2q_0 z_0)}{q_0} R_i(\omega, -k_x) \right), \quad (14)$$

где $\theta(x)$ — функция Хевисайда. Формулы (12) и (14) совпадают с аналогичными формулами из работы [7] с тем отличием, что в (12) и (14) учтен также вклад магнитной поляризуемости $\alpha_m''(\omega)$ частицы. Пределы интегрирования по волновым векторам в (12)–(14) соответствуют условию аномального эффекта Доплера, поскольку в системе покоя Σ' частицы частота фотона отрицательна: $\omega' = \gamma(\omega - k_x V) = \gamma\omega^- < 0$. Благодаря аналитическим свойствам функций $\alpha_{e,m}''(\omega)$ и $\exp(-2q_0 z_0)/q_0$ из (12), (13) и (14) следует, что $F_x < 0$, $\dot{Q} > 0$ и $I > 0$. Это означает, что именно конверсия кинетической энергии частицы в излучение является преобладающим механизмом в процессе черенковского трения (в силу (5)). Сама частица при этом нагревается (см. (2)). Заметим, что формулы (12)–(14) справедливы и при наличии дисперсии показателя преломления: $n = n(\omega)$, если считать, что частотное интегрирование выполняется по области прозрачности диэлектрической пластины, $\epsilon''(\omega) = 0$.

Кратко остановимся на отличии от результатов [7] в контексте формулы (13) и уравнения динамики частицы. Принимая во внимание (2), изменение массы покоя частицы вследствие излучения можно записать в виде

$$\frac{dm}{dt'} = \frac{\dot{Q}'}{c^2} = \gamma^2 \frac{\dot{Q}}{c^2}. \quad (15)$$

Из (15) с учетом преобразования $dt = \gamma dt'$ следует

$$\frac{dm}{dt} = \gamma \frac{\dot{Q}}{c^2}. \quad (16)$$

Сравним этот результат с уравнением (16) в [7], которое в наших обозначениях имеет вид

$$-VF_x = I + \frac{dm}{\gamma dt'}. \quad (17)$$

Из (17) следует

$$\frac{dm}{dt} = -(VF_x + I). \quad (18)$$

В отличие от (18) формула (13) в [7] для dm/dt содержит дополнительный γ -фактор в правой части. При этом в соответствии с [7] $dm/dt = u^\mu F_\mu$, где u^μ и F_μ — компоненты 4-векторов скорости и силы, а из (18), (17) и (5) следует (ср. с (16))

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\dot{Q}}{c^2}. \quad (19)$$

Отмеченное расхождение становится существенным при $\gamma \gg 1$, т.е. именно тогда, когда интенсивность черенковского излучения максимальна, и может сказаться на решении уравнения динамики

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{mc\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) = F_x, \quad (20)$$

которое с учетом (16) приводится к виду [12]

$$\gamma^3 mc \frac{d\beta}{dt} = F_x - \beta\gamma^2 \frac{\dot{Q}}{c}. \quad (21)$$

Правую часть (21) можно упростить, учитывая соотношение между силами F_x и F'_x , заданными в системах отсчета Σ и Σ' , которое получается при дифференцировании по времени преобразования Лоренца для импульса частицы

$$F'_x = F_x - \gamma V \frac{dm}{dt}. \quad (22)$$

Из (16), (21) и (22) следует

$$F'_x = F_x - \beta\gamma^2 \frac{\dot{Q}}{c}, \quad (23)$$

$$\gamma^3 mc \frac{d\beta}{dt} = F'_x, \quad (24)$$

причем явное выражение для силы F'_x находится при подстановке (12) и (13) в (23)

$$F'_x = \frac{2\hbar\gamma^2}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega \theta(n\beta - 1) \int_{\omega/V}^{n\omega/c} dk_x (k_x - \beta\omega/c) \int_0^{\sqrt{n^2\omega^2/c^2 - k_x^2}} dk_y \times \sum_{i=e,m} \alpha_i''(\gamma\omega^-) \operatorname{Im} \left(\frac{\exp(-2q_0 z_0)}{q_0} R_i(\omega, -k_x) \right). \quad (25)$$

В отличие от этого, если в уравнение динамики (20) вместо (16) подставить (19), то формула для F'_x , получаемая с учетом (12), (13), (19) и (20), будет отличаться от (25) заменой фактора $(k_x - \beta\omega/c)$ в подынтегральном выражении (25) на $k_x(\gamma^{-1} + \beta^2) - \beta\omega/c$.

В заключение отметим, что полученные нами формулы (12) и (14) для силы черенковского трения и мощности излучения частицы полностью согласуются с результатами [7], полученными независимым образом, но соответствующий им вектор 4-силы, введенный авторами [7], приводит к отличию от уравнения динамики, следующего из нашего анализа. Сравнение с результатами [8] требует специального рассмотрения.

Список литературы

- [1] *Pendry J.B.* // J. Phys.: Condens. Matter 1997. V. 9. N 47. P. 10301; New J. Phys. 2010. V. 12. P. 033028.
- [2] *Milton K.A., Høye J.S., Brevik I.* // Symmetry. 2016. V. 8. N 5. P. 29.
- [3] *Kardar M., Golestanian R.* // Rev. Mod. Phys. 1999. V. 71. N 4. P. 1233.
- [4] *Davies P.V.W.* // J. Opt. B: Quant. Semiclass. Opt. 2005. V. 7. N 3. P. S40.
- [5] *Intravaia F., Henkel C., Antezza M.* // Casimir physics. Lecture notes in physics, V. 834/Eds D.A.R. Dalvit, P.W. Milonni, D. Roberts, F. Da Rosa. Berlin: Springer, Ch. 11. P. 345–391.
- [6] *Maghrebi M.F., Golestanian R., Kardar M.* // Phys. Rev. A. 2013. V. 88. P. 042515; Phys. Rev. A. 2014. V. 90. P. 012515.
- [7] *Pieplow G., Henkel C.* // J. Phys.: Condens. Matter. 2015. V. 27. N 21. P. 214001.
- [8] *Волокутин А.И.* // Письма в ЖЭТФ. Т. 104. В. 7. С. 534.
- [9] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // J. Phys.: Condens. Matter. 2008. V. 20. N 35. P. 354006.

- [10] *Dedkov G.V., Kyasov A.A. // Surf. Sci. 2010. V. 604. N 5–6. P. 562.*
- [11] *Dedkov G.V., Kyasov A.A. // Phys. Scripta. 2014. V. 89. N 10. P. 105501.*
- [12] *Dedkov G.V., Kyasov A.A. // Int. J. Mod. Phys. 2015. V. B29. N 32. P. 1550237.*
- [13] *Дедков Г.В., Кясов А.А. // Письма в ЖТФ. 2016. Т. 42. В. 1. С. 17.*