Доменная структура в ультратонкой ФМ пленке. Трехпараметрическая модель

© А.Л. Сукстанский, К.И. Примак

Донецкий физико-технический институт Национальной академии наук Украины, 83114 Донецк, Украина

E-mail: primak@purr.fti.ac.donetsk.ua

(Поступила в Редакцию 22 января 2002 г.)

Изучена полосовая доменная структура (ДС) в ультратонкой ферромагнитной пленке при наличии магнитного поля в плоскости. В рамках единого вариационного подхода найдены основные параметры структуры (амплитуда и период ДС, толщина доменных границ) и исследованы переходы из состояния ДС в однородную угловую и однородную плоскостную фазу.

1. В последнее время значительное внимание уделяется исследованию различных свойств ультратонких магнитных пленок (УТМП), толщина которых составляет несколько монослоев ($\leq 10^{-7}$ cm) [1,2]. Такой интерес обусловлен, в первую очередь, развитием новых технологий выращивания УТМП и экспериментальной техники, позволяющей проводить их. С другой стороны, этот интерес стимулируется большими возможностями УТМП для практического применения.

Значительная часть работ, посвященных УТМП, связана с исследованием доменных структур [3-6]. Впервые существование доменов в УТМП было предсказано в работах [7,8] на основе решения полного набора микромагнитных уравнений, т.е. уравнений Ландау-Лифшица для вектора намагниченности М и уравнений магнитостатики для поля размагничивания H_m (с учетом граничных условий на поверхности пленки). В этих работах исследована так называемая критическая доменная структура (ДС), существующая в окрестности перехода второго рода в однородную фазу с намагниченностью в плоскости пленки, и построены соответствующие фазовые диаграммы (критическая ДС, в "толстых" пленках рассмотрена в работе [9]). Амплитуда критической ДС (т. е. максимальное значение компоненты намагниченности нормальной к поверхности пленки) является малым параметром теории, наличие которого и позволило аналитически решить систему микромагнитных уравнений.

В общем случае аналитическое решение этих уравнений невозможно, поэтому, начиная с пионерской работы Киттеля [10], ДС в магнетиках теоретически изучается с использованием вариационного подхода, в рамках которого характер распределения намагниченности предполагается известным. Пробная функция, описывающая распределение намагниченности в ДС, содержит неизвестные параметры (обычно это размер домена D), равновесные значения которых находят, минимизируя энергию магнетика относительно этих параметров.

Характерным примером такого подхода в применении к анализу ДС в УТМП является работа [11], в которой использована простейшая пробная функция, соответствующая однородному распределению намагниченности в доменах, толщина доменных стенок Δ предполагалась бесконечно малой и единственным вариационным

параметром являлся размер домена D. Однако такая пробная функция не учитывает того обстоятельства, что в ультратонких пленках толщина доменных стенок сравнима с толщиной самой пленки d и зависит от параметров пленки. Более того, как показано в [7–9], ДС, которая реализуется вблизи перехода из фазы с ДС в фазу с однородным распределением намагниченности (так называемая критическая ДС), описывается плавной, sin-подобной функцией. Поэтому такая структура не может быть описана в терминах широких доменов, разделенных узкими доменными стенками, т.е. концепция доменных стенок вообще теряет смысл. Поэтому результаты работы [11] неприменимы для критической ДС, а пренебрежение конечными размерами доменной стенки приводит к неправильной зависимости размера домена D от толщины пленки даже вдали от области фазового перехода [12].

В работе [12] для описания ДС в УТМП предложена более сложная пробная функция с двумя вариационными параметрами m и Δ

$$M_{z}(x) = m^{1/2} M_{0} \operatorname{sn}\left(\frac{x}{\Delta} \middle| m\right), \qquad (1)$$

где $M_0 = |\mathbf{M}|$ — намагниченность насыщения, M_z — компонента вектора намагниченности вдоль нормали к плоскости пленки (оси Z), *m* — параметр эллиптической функции, равный квадрату эллиптического модуля [13]. Период доменной структуры, описываемой такой функцией, равен $2D = 4\Delta K(m)$, где K(m) — полный эллиптический интеграл I рода. Выбор эллиптического синуса в качестве функциональной основы пробной функции связан с тем, что задача о ДС в отсутствие магнитного поля и без учета размагничивающего поля имеет sn-подобное аналитическое решение [14]. Такая пробная функция учитывает возможность изменения Δ , что позволило адекватно описать в ультратонкой магнитной пленке не только критическую ДС, но и ДС конечной амплитуды.

Однако пробная функция (1) неприменима для описания доменной структуры в пленке, находящейся во внешнем планарном поле, так как (1) амплитуда ДС $(m^{1/2}M_0)$ и ее период 2D однозначно связаны, что, разумеется, неверно в присутствии планарного поля. Настоящая работа посвящена обобщению подхода, развитого

в [12] для учета внешнего планарного поля, для чего использована пробная функция, в которой амплитуда ДС и ее период уже не связаны друг с другом, а являются независимыми вариационными параметрами. При этом для описания ДС используется пробная функция с тремя вариационными параметрами

$$M_z(x) = aM_0 \operatorname{sn}\left(\frac{x}{\Delta} \middle| \, m\right). \tag{2}$$

Независимыми вариационными параметрами являются амплитуда ДС aM_0 , толщина доменных границ Δ и параметр эллиптической функции *m*, определяющий период ДС $L = 2D = 4\Delta K(m)$.

Необходимо отметить, что одномерная зависимость адекватно описывает ДС в одноосном ФМ только в случае достаточно тонких пленок, когла распределение намагниченности по толщине пленки (вдоль оси Z) может полагаться однородным. Кроме того, такое описание не учитывает влияния морфологических дефектов реальной пленки (областей непокрытия подложки, наличия "островков" и т.п.) и поэтому неприменимо к описанию ДС в пленках, не обработанных дополнительно с целью уменьшения дефектов. Например, в отожженных пленках влияние морфологии проявляется только при монослойных толщинах [6], поэтому параметры ДС в реальных пленках могут быть адекватно описаны [12]. Анализ неодномерных ДС и ДС, обусловленных морфологическими особенностями пленки, выходит за рамки настоящей работы.

Нашей задачей является определение равновесных параметров a, Δ и *m* как функций параметров, характеризующих пленку (толщины, констант обмена и анизотропии), и внешнего магнитного поля. Особое внимание уделим вопросу о характере перехода от доменной структуры в однородно намагниченное состояние. Такой переход может осуществляться двумя способами: либо при стремлении амплитуды доменной структуры (т.е. величины а) к нулю, либо путем неограниченного увеличения период доменной структуры, т.е. $\Delta \rightarrow \infty$. Если реализуется первый тип перехода, то при стремлении амплитуды ДС к нулю возникает так называемая критическая доменная структура с плавным (sin-подобным) распределением намагниченности, где, как уже отмечалось, понятие доменных стенок вообще теряет смысл [7,8]. Второй тип перехода известен для задачи о доменной структуре в "толстых" пленках, находящихся во внешнем магнитном поле, перпендикулярном плоскости пленки [15]. Однако, насколько нам известно, в рамках единого подхода эти два типа перехода от доменной структуры к однородно намагниченному состоянию до сих пор не рассматривались. Мы покажем, что тот или иной тип перехода реализуется в зависимости от величины внешнего планарного поля и параметров пленки.

2. Итак, рассмотрим ферромагнитную пленку с одноосной магнитной анизотропией типа "легкая ось", находящуюся во внешнем планарном поле. Энергию

пленки запишем в виде

$$W = \int dV \left\{ \frac{\alpha}{2} \left(\nabla \mathbf{M} \right)^2 - \frac{\beta}{2} M_z^2 - \frac{1}{2} \mathbf{M} \mathbf{H}_m - M_y H_y \right\}, \quad (3)$$

где **М** — вектор намагниченности, α и β — соответственно константы обмена и анизотропии, **H**_m — размагничивающее поле, определяемое из уравнений магнитостатики, H_y — поле в плоскости пленки (без потери общности будем считать, что $H_y \ge 0$), ось анизотропии направлена по нормали к поверхности пленки (вдоль декартовой оси Z).

Подставляя выражение (2) в формулу (3), получим энергию магнетика (на единицу длины доменной стенки) как функцию трех параметров *b*, *m*, *u*

$$W = M_0^2 d\sigma(b, m, u),$$

$$\sigma(b, m, u) = \frac{\alpha}{d^2} \frac{2bK(m)I_1(b, m)}{u^2}$$

$$-\frac{\beta b}{2m} \left(1 - \frac{E(m)}{K(m)}\right) - h_y \frac{I_2(b, m)}{K(m)}$$

$$+\frac{4\pi^2 bu}{mK^2(m)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q^{2n-1} \left(1 - \exp\left(-\frac{(2n-)\pi}{u}\right)\right)}{(2n-1)\left(1 - q^{2n-1}\right)^2}, \quad (4)$$

где $b = a^2$, $u = D/d = 2K(m)\Delta/d$, $h_y = H_y/M_0$,

$$I_{1} = \int_{0}^{K(m)} \frac{\operatorname{cn}^{2}(y|m) \operatorname{dn}^{2}(y|m)}{1 - b \operatorname{cn}^{2}(y|m)} dy,$$
$$I_{2} = \int_{0}^{K(m)} \sqrt{1 - b \operatorname{sn}^{2}(y|m)} dy,$$
$$q = \exp[-\pi K(1 - m)/K(m)],$$

где *E*(*m*) — полный эллиптический интеграл II рода.

Равновесные значения параметров *b*, *m*, *u* определяются вариационными уравнениями

$$\frac{\partial \sigma}{\partial b} = \frac{\partial \sigma}{\partial m} = \frac{\partial \sigma}{\partial u} = 0.$$
 (5)

В ультратонких пленках размер домена *D* обычно значительно превосходит толщину пленки *d*. В этом случае, т. е. при выполнении неравенства

$$u \gg 1, \tag{6}$$

экспонента в энергии размагничивания σ_m (последний член в выражении (4)) может быть разложена по малому параметру $u^{-1} \ll 1$. Ограничиваясь двумя первыми членами разложения, величину σ_m можно привести к виду

$$\sigma_m = \frac{4\pi^3 b}{mK^2(m)} \left[\Sigma_1(m) + \frac{\pi}{2u} \Sigma_2(m) \right], \tag{7}$$

где

$$\Sigma_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q^{2n-1}}{(1-q^{2n-1})^2}, \quad \Sigma_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)q^{2n-1}}{(1-q^{2n-1})^2}$$

Первая сумма в (7) может быть вычислена точно, и энергия принимает вид

$$\sigma(b, m, u) = \frac{\alpha}{d^2} \frac{2bK(m)I_1(b, m)}{u^2} - \frac{\beta_* b}{2m} \left(1 - \frac{E(m)}{K(m)}\right) - h_y \frac{I_2(b, m)}{K(m)} - \frac{2\pi^4 b}{m u K^2(m)} \Sigma_2(m),$$
(8)

где $\beta_* = \beta - 4\pi$.

Из уравнения $\partial \sigma / \partial u = 0$ находим выражение для u

$$u = \frac{\alpha}{d^2} \frac{2mK(m)^3 I_1(b, m)}{\pi^4 \Sigma_2}.$$
 (9)

Исключая параметр u из энергии (8) с помощью (9), запишем энергию σ как функцию только двух параметров b и m

$$\sigma(b,m) = \frac{d^2}{\alpha} f_1(b,m) + \beta_* f_2(b,m) + h_y f_3(b,m), \quad (10)$$

где

$$f_{1}(b,m) = -\frac{\pi^{2}b\Sigma_{2}^{2}}{2m^{2}K(m)^{5}I_{1}(b,m)},$$

$$f_{2}(b,m) = -\frac{b}{2m}\left(1 - \frac{E(m)}{K(m)}\right),$$

$$f_{3}(b,m) = -\frac{I_{2}(b,m)}{K(m)}.$$
(11)

Оба параметра b, m могут принимать значения на отрезке [0, 1]. Их равновесные значения, которые мы будем обозначать m_* и b_* , определяются вариационными уравнениями

$$\frac{\partial \sigma}{\partial m} = 0, \qquad \frac{\partial \sigma}{\partial b} = 0.$$
 (12)

Система (12) может быть преобразована к виду

$$\tilde{x}f_1^{(m)} + f_2^{(m)} + \tilde{h}f_3^{(m)} = 0, \quad \tilde{x}f_1^{(b)} + f_2^{(b)} + \tilde{h}f_3^{(b)} = 0, \quad (13)$$

где

$$\tilde{x} = \frac{d^2}{\alpha \beta_*}, \quad \tilde{h} = \frac{h_y}{\beta_*}, \quad f_i^{(x)} = \frac{\partial f_i}{\partial x}.$$
 (14)

Таким образом, доменная структура в пленке определеяется двумя безразмерными физическими параметрами \tilde{x} и \tilde{h} . Отметим, что в зависимости от знака β_* , эти параметры могут принимать как положительные (при $\beta_* > 0$), так и отрицательные (при $\beta_* < 0$) значения, а при $\beta_* \to 0 \tilde{x}$ и $\tilde{h} \to \infty$.

3. Рассмотрим прежде всего ДС с малой амплитудой $b \ll 1$ (в рамках микромагнитного подхода изучается в работах [7,8]). Доменная структура с малой амплитудой получила название критической доменной структу-

ры (КДС). При исследовании КДС энергия (4) может быть разложена по малому параметру b (при этом не будем ограничиваться случаем $u \gg 1$)

$$\sigma = g(m, u)b + g_1(m, u)b^2.$$
 (15)

Как показано в [7,8], КДС описывается sin-подобной плавной функцией, чему в случае описания ДС пробной функцией (2) соответствует предел $m \to 0$ (sn $(x|m) \to \sin(x)$), поэтому будем полагать, что параметры b и m являются величинами одного порядка малости и разложим функции g(m, u) и $g_1(m, u)$ в (15) по параметру m

$$g(m, u) = c_0(u)(1 + m/8) + c_1(u)m^2,$$
 (16)

$$g_1(m, u) = \frac{\alpha \pi^2}{16d^2 u^2} + \frac{(6+m)h_y}{128},$$
 (17)

где

$$c_{0}(u) = \frac{\alpha \pi^{2}}{4d^{2}u^{2}} - \frac{\beta - h_{y}}{4} + u\left(1 - \exp\left(-\frac{\pi}{u}\right)\right),$$

$$c_{1}(u) = \frac{3\pi^{2}\alpha}{128d^{2}u^{2}} - \frac{\beta - h_{y}}{64}$$

$$+ \frac{u}{256} \left\{1 - \exp\left(-\frac{\pi}{u}\right) + \frac{1 - \exp\left(-\frac{3\pi}{u}\right)}{3}\right\}.$$

Из вариационных уравнений (5) и выражений (15)-(17) находим уравнения для определения равновесных значений *b* и *m*

$$b = -\frac{g(m, u)}{2g_1(m, u)},$$
(18)

$$\frac{\partial g}{\partial m} + b \, \frac{\partial g_1}{\partial m} = 0. \tag{19}$$

Используя малость b вблизи линии перехода в однородно намагниченную фазу, из уравнений (16) и (19) получаем равновесные значения параметров m_* и b_* как функции параметра u

$$m_* = m_*(u) = -\frac{c_0(u)}{16c_1(u)},$$
(20)

$$b_* = b_*(u) = -\frac{c_0(u)\left(1 - \frac{c_0(u)}{256c_1(u)}\right)}{2g_1(u, m(u))}.$$
 (21)

На самой линии перехода в однородное состояние $b_* = m_* = 0$, откуда находим уравнение, определяющее значение *и* на этой линии

$$c_0(u) = 0.$$
 (22)

Вариационное уравнение $\partial \sigma / \partial u = 0$ на линии перехода, т.е. при $b_* = m_* = 0$, принимает вид

$$\frac{\partial c_0(u)}{\partial u} = 0. \tag{23}$$



Рис. 1. Зависимость критической анизотропии (поля) от толщины пленки. Сплошная линия — граница фазы с ДС и однородной фазы в плоскости пленки, штриховая — то же в приближении $D/d \gg 1$.

Уравнения (22) и (23) определяют связь между параметрами магнетика и полем, при которых амплитуда доменной структуры в пленке обращается в нуль. Эта связь может быть представлена в параметрическом виде

$$\beta - h_y = 2\left(3u - (\pi + 3u)\exp\left(-\frac{\pi}{u}\right)\right) \equiv f_\beta(u),$$
$$\frac{d}{\sqrt{\alpha}} = \frac{\pi}{u} \left[2\left(u - (\pi + u)\exp\left(-\frac{\pi}{u}\right)\right)\right]^{-1/2} \equiv f_d(u).$$
(24)

Фактически, уравнения (24) параметрически задают кривую фазового перехода из состояния с ДС в однородно намагниченную фазу (сплошная кривая на рис. 1).

Нетрудно показать, что в случае КДС условие (6) оказывается эквивалентным условию $d \ll \alpha^{1/2}$. При выполнении этого неравенства зависимость критического значения величины $\beta - h_y$ от толщины пленки d на линии фазового перехода может быть получена в явном виде

$$\beta - h_y = 4\pi - \frac{\pi^2 d^2}{\alpha},\tag{25}$$

что совпадает с результатом, полученным в [7] на основе микромагнитного подхода (с точностью до замены $\beta - h_y \rightarrow \beta$) и в [12] в рамках вариационного метода (зависимость (25) показана на рис. 1).

Важно отметить, что на линии перехода, т.е. при $b_* = 0$, размер домена остается конечным. Если ввести безразмерную "толщину" пленки \tilde{d} и безразмерную "ширину домена" \tilde{D} , определяемые как

$$\tilde{d} = \frac{d}{(\alpha\beta_*)^{1/2}}, \qquad \tilde{D} = D \frac{\beta_*^{1/2}}{\alpha^{1/2}},$$
 (26)

то при выполнении условия (6) зависимость безразмерного периода критической доменной структуры $\tilde{D}_{\rm cr}$ от критической безразмерной толщины $\tilde{d}_{\rm cr}$ (т. е. "толщины" пленки, при которой происходит переход в однородную фазу) приобретает очень простой вид

$$\tilde{D}_{\rm cr} = \frac{1}{\tilde{d}_{\rm cr}}.$$
(27)

4. Рассмотрим теперь второй возможный тип перехода ДС в однородно намагниченную фазу, а именно переход путем неограниченного роста периода структуры. Этому случаю отвечает предел $m \to 1$ (напомним, что при $m \to 1$, $K(m) \to \infty$, а $D \sim K(m)$). В области $m \to 1$ удобно использовать в качестве вариационного параметра не величину m, а соответствующий эллиптический интеграл I рода K(m), т.е. рассматривать энергию структуры σ (10) как функцию параметров b и K.

Принимая во внимание, что при $m \to 1$, $E(m) \sim 1$, $q(K) \approx \exp(-\pi^2/2K)$, $(1-m)K \approx 0$, а также то, что в рассматриваемом случае сумма Σ_2 может быть аппроксимирована выражением [12]

$$\Sigma_2(K) \approx \frac{2K^2}{\pi^4} \left(\ln K + c \right)$$

где $c \approx 0.7$, получим функции $f_{1-3}(b, K)$ в выражении (10) для энергии

$$\begin{split} f_1(b,K) &= -\frac{b(\ln K + c)^2}{KI_1(b,1)}, \quad f_2(b,K) = \frac{1}{2} \left(\frac{1-K}{K}\right), \\ f_3(b,K) &= -\frac{(1-b)^{1/2} \left(K + \ln(1-b)^{1/2}\right) + b^{1/2} \arcsin b^{1/2}}{K}, \\ I_1(b,1) &= \lim_{m \to 1} I_1(b,m) \\ &= \frac{1}{b} \left(1 - \frac{1-b}{b^{1/2}} \ln \left(\frac{1+b^{1/2}}{(1-b)^{1/2}}\right)\right). \end{split}$$

Уравнения, определяющие равновесные значения параметров *b* и *K*

$$rac{\partial \sigma(b,K)}{\partial b} = 0, \qquad rac{\partial \sigma(b,K)}{\partial K} = 0,$$

принимают вид

$$\frac{\tilde{x}(\ln K + c)^2}{I_1(b, 1)} \left(1 - \frac{\partial \left(\ln I_1(b, 1) \right)}{\partial (\ln b)} \right) + \frac{1 - K}{2} \\ + \frac{\tilde{h}}{2} \left(\frac{K + \ln(1 - b)^{1/2}}{(1 - b)^{1/2}} - \frac{\arcsin b^{1/2}}{2b^{1/2}} \right) = 0, \quad (28)$$
$$\frac{\tilde{x}b}{I_1(b, 1)} \left[(\ln K + c)^2 - 2(\ln K + c) \right] - \frac{b}{2} \\ + \tilde{h} \left(1/2(1 - b)^{1/2} \ln(1 - b) + b^{1/2} \arcsin b^{1/2} \right) = 0. \quad (29)$$

Решение уравнения (29), удовлетворяющее условию $\ln K \gg 1$, имеет вид

$$\ln K + c = r(b, \tilde{x}, \tilde{h}) \equiv 1 + \left\{ 1 + \frac{I_1(b, 1)}{2\tilde{x}} \right\}$$
$$\times \left[1 - \tilde{h} \left(\frac{(1-b)^{1/2} \ln(1-b)}{b} + 2 \frac{\arcsin b^{1/2}}{b^{1/2}} \right) \right]. \quad (30)$$

В отсутствие внешнего поля ($\tilde{h} = 0$) выражение (30) совпадает с соответствующим выражением для параметра *K*, полученным в работе [12],

$$\ln K = 1 - c + \left(1 + \frac{1}{4\tilde{x}}\right)^{1/2}$$

Анализ показывает, что подкоренное выражение в уравнении (30) является ограниченным при всех значениях b и выполнение условия $K \to \infty$ возможно лишь при $\tilde{x} \to 0$. Следовательно, переход в однородную фазу путем неограниченного увеличения размера домена возможен только при $\tilde{x} \to 0$.

Из уравнения (28) получим выражение для равновесного значения $K = K_*$ как функции переменных b, \tilde{x}, \tilde{h}

$$K_{*} = \frac{(1-b)^{1/2}}{(1-b)^{1/2} - \tilde{h}} \left[1 - \frac{2\tilde{x}r^{2}}{I_{1}(b,1)} \left(1 - \frac{\partial \ln I_{1}}{\partial \ln b} \right) - \tilde{h} \left(\frac{\ln(1-b)}{4(1-b)^{1/2}} - \frac{\arcsin b^{1/2}}{2b^{1/2}} \right) \right],$$
(31)

где величина *r* определяется уравнением (30). Нетрудно видеть, что в пределе $\tilde{x} \to 0, K \to \infty$ равновесное значение амплитуды *b* остается конечным и равно

$$b_* = 1 - \tilde{h}^2.$$
(32)

Итак, так же как в случае нулевого поля [12], период ДС становится бесконечно большим в пределе бесконечно малой толщины пленки. При этом доменная структура, вырождается фактически в уединенную доменную границу, равновесное значение амплитуды b_* которой определяется выражением (32).

5. В двух предыдущих разделах мы рассмотрели ДС вблизи границ области существования. Перейдем к исследованию системы уравнений (13) для параметров ДС при произвольных значениях параметров m, b (условие (6) считаем выполненным, и поэтому параметр u определяется соотношением (9)).

Ввиду весьма сложной структуры функции f_{1-3} аналитическое решение системы уравнений (13) относительно *m* и *b* вряд ли возможно. Поэтому для анализа системы уравнений (13) поступим следующим образом: разрешим (13) относительно параметров \tilde{x} и \tilde{h}

$$\tilde{x}(b,m) = \frac{\Delta_x(b,m)}{\Delta_\infty(b,m)}, \qquad \tilde{h}(b,m) = \frac{\Delta_h(b,m)}{\Delta_\infty(b,m)}, \quad (33)$$

где введены обозначения

$$\begin{split} \Delta_{x}(b,m) &= f_{2}^{(b)}f_{3}^{(m)} - f_{2}^{(m)}f_{3}^{(b)}, \\ \Delta_{h}(b,m) &= f_{1}^{(b)}f_{2}^{(m)} - f_{1}^{(m)}f_{2}^{(b)}, \\ \Delta_{\infty}(b,m) &= f_{3}^{(b)}f_{1}^{(m)} - f_{3}^{(m)}f_{1}^{(b)}, \end{split}$$

функции f_{1-3} определены формулами (11), а индексы (b) и (m) означают производные этих функций по соответствующим параметрам. Нашей задачей является определение равновесных значений параметров $m_* = m_*(\tilde{x}, \tilde{h})$ и $b_* = b_*(\tilde{x}, \tilde{h})$, т.е. нахождение функций, обратных $\tilde{x}(b, m)$ и $\tilde{h}(b, m)$ (33).

Анализ показал, что величина $\Delta_x(m, b) > 0$ для любых значений m и b, принадлежащих области определения $(0 \le b \le 1, 0 \le m \le 1)$, тогда как знаки величин $\Delta_{\infty}(m, b)$ и $\Delta_h(m, b)$ могут быть любыми. Следовательно, знак функции $\tilde{x}(b, m)$ определяется только знаком функции $\Delta_{\infty}(m, b)$, а знак $\tilde{h}(b, m)$ определяется как знаком $\Delta_{\infty}(m, b)$, так и знаком функции $\Delta_h(m, b)$. Однако, как следует из определения (14), знак параметров \tilde{x} и \tilde{h} определяется знаком β_* , при $\beta_* > 0$ обе эти величины положительны, а при $\beta_* < 0$ — отрицательны. Следовательно, для решений (33) физический смысл будут иметь только такие значения m и b, для которых знаки функций $\tilde{x}(b, m)$ и $\tilde{h}(b, m)$ совпадают,

$$\operatorname{sgn}\left(\tilde{x}(b,m)\right) = \operatorname{sgn}\left(\tilde{h}(b,m)\right).$$
(34)

Если зафиксировать значение \tilde{x} , то первое уравнение в (33) будет задавать в параметрическом виде семейство кривых $m_* = \mu_x(b_*)$ на плоскости (b, m) для равновесных значений m_* , b_* , а второе — отражать зависимость параметра \tilde{h} от равновесных значений m_* и b_* . И наоборот, если зафиксировать значение \tilde{h} , то второе уравнение в (33) будет задавать в параметрическом виде семейство кривых $m_* = \mu_h(b_*)$ на плоскости (b, m) для равновесных значений m_* , b_* , а первое — отражать зависимость параметра \tilde{x} от равновесных значений m_* и b_* .

Рассмотрим вначале две характерные кривые: $m = \mu_0(b)$, задаваемую уравнением

$$\Delta_h(m,b) = 0, \tag{35}$$

и $m = \mu_{\infty}(b)$, задаваемую уравнением

$$\Delta_{\infty}(m,b) = 0. \tag{36}$$

Индекс 0 означает, что на кривой $\mu_0(b)$ параметр hравен нулю (в соответствии с (33)), а индекс ∞ что на кривой $\mu_{\infty}(b)$ параметр \tilde{x} расходится (так же как и \tilde{h} , за исключением точек пересечения с кривой $\mu_0(b)$). Эти две кривые пересекаются в начале координат (0, 0), в точке (1, 1) и в некоторой точке $N(b_N, m_N)$ внутри области определения параметров b и m (напомним, что $0 \le b \le 1$, $0 \le m \le 1$), разбивая тем самым область определения параметров b и m на четыре части (см. далее).



Рис. 2. Равновесные значения параметров ДС $m_* = \mu_h(b_*)$ при фиксированных значениях поля. Штриховые линии соответствуют случаям с достаточно большой анизотропией (по сравнению с внешним полем и полем размагничивания), штрихпунктирные представляют характерные зависимости для пленок с малой анизотропией.

В соответствии с (34), область, в которой $\tilde{x}(b,m)$ и $\tilde{h}(b,m)$ имеют физический смысл, определяется условием $m \ge \mu_0(b)$. Кривая $\mu_{\infty}(b)$ в свою очередь делит эту область на две части, одна из которых ($m > \mu_{\infty}(b)$) соответствует доменным структурам, существующим при $\beta_* > 0$, а другая ($m < \mu_{\infty}(b)$) — при $\beta_* < 0$.

Дальнейший анализ равновесных значений параметров m_* и b_* проведем, считая значение одного из физических параметров \tilde{h} или \tilde{x} фиксированным.

А) Рассмотрим вначале случай фиксированного значения параметра \tilde{h} . В этом случае второе уравнение в системе (33) задает кривую $m_* = \mu_h(b_*)$, где индекс h означает, что на этой кривой параметр \tilde{h} имеет постоянное значение. На рис. 2 приведены зависимости $m_* = \mu_h(b)$, полученные в результате численного решения второго уравнения в (33), при различных постоянных значениях \tilde{h} . Каждая точка такой кривой соответствует равновесным значениям m_* и b_* при значении параметра \tilde{x} , которое может быть вычисленно при подстановке m_* и b_* в первое уравнение (33).

Все кривые $\mu_h(b_*)$ начинаются в точке $N(b_N, m_N)$, в которой пересекаются кривые $\mu_0(b)$ и $\mu_\infty(b)$, при этом по мере приближения к кривой $\mu_\infty(b)$ параметр $\tilde{x} \to \infty$ (поскольку $\Delta_\infty \to 0$). Таким образом, "движение" по кривой фиксированного значения "поля" \tilde{h} к точке N соответствует увеличению "толщины " \tilde{x} , и поэтому в некоторой окрестности точки N не выполняется условие (6), которое определяет применимость используемого приближения.

Кривые $\mu_h(b_*)$ отражают зависимость равновесных параметров ДС m_* и b_* (а также, как следует из (9), параметра u_*) от параметра \tilde{x} при фиксированном значении \tilde{h} . Вид кривых $\mu_h(b_*)$ определяется величиной и знаком параметра \tilde{h} . Оказалось, что существуют два характерных вида зависимости $\mu_h(b_*)$. В случае достаточно большой анизотропии

$$\beta > h_{\rm v} + 4\pi, \tag{37}$$

что соответствует 0 < h < 1, оказывается, что кривые $\mu_{h}(b_{*})$ оканчиваются в точке $m = 1, b = 1 - h^{2}$. Приведенный выше анализ этого предельного случая показал, что такие равновесные значения параметров ДС реализуются (формально) при нулевой толщине пленки. Этот результат находится в соответствии с выводом работы [7] о том, что ДС существует в тонких пленках с большой анизотропией при сколь угодно малых значениях толщины пленки. Как уже отмечалось в разделе 4, в пределе нулевой толщины пленки ДС представляет собой уединенную доменную границу, а предельное значение амплитуды (32) равно амплитуде однородной угловой фазы (см., например, [7]). Естественно, что в реальной пленке, обладающей конечными размерами, описанный выше переход в однородную фазу реализуется при конечной толщине пленки, когда ширина домена сравнивается с размерами пленки.

В пленке с малой анизотропией, $\beta < h_y + 4\pi$ (что соответствует двум диапазонам значений параметра \tilde{h} : $\tilde{h} > 1$ и $\tilde{h} < 0$), кривые $\mu_h(b_*)$ оканчиваются в точке m = 0, b = 0. Это означает, что в таких пленках реализуется критическая доменная структура (подробно этот предельный случай рассмотрен в разделе 3). В этом случае при уменьшении толщины пленки до некоторого критического значения $d_{\rm cr}$ происходит переход доменной структуры в однородную фазу с намагниченностью в плоскости пленки (b = 0), при этом период доменной структуры остается конечным ($D \sim K(m) \rightarrow \pi/2$), а сама доменная структура становится sin-подобной.

Используя зависимости $\mu_h(b_*)$, выражение (9) для u, а также (33) для $\tilde{x}(b_*, m_*)$, получим параметрическую зависимость равновесного безразмерного периода ДС \tilde{D} от безразмерной толщины пленки \tilde{d} , определенных, в соответствии с (27), при фиксированном значении "поля" \tilde{h}

$$\tilde{D} = \frac{2\mu_{h}(b)K^{3}I_{1}(b,\mu_{h}(b))}{\pi^{4}\Sigma_{2}(\mu_{h}(b))\sqrt{\tilde{x}(b,\mu_{h}(b))}},$$
$$\tilde{d} = \sqrt{\tilde{x}(b,\mu_{h}(b))}.$$
(38)

Соответствующие кривые приведены на рис. З для различных значений параметра \tilde{h} . Видно, что в случае большой анизотропии с уменьшением толщины \tilde{d} до нуля период \tilde{D} неограниченно возрастает. В случае малой анизотропии существует некоторое критическое значение толщины $d_{\rm cr}$, при котором доменная структура переходит в однородную фазу: при толщинах, меньших $d_{\rm cr}$, распределение намагниченности будет однородным. Точки критических значений образуют кривую $\tilde{D}_{\rm cr}(\tilde{d}_{\rm cr})$, которая в случае $u \gg 1$ имеет простую аналитическую зависимость (27). Заметим, что в случае $\beta > 4\pi$ ($\beta_* > 0$) зависимость периода ДС от толщины пленки может "переключаться" полем \tilde{h} между режимами, характерными для случаев большой и малой анизотропии. Экспериментально такое переключение должно выглядеть следую-

щим образом: в пленке с большой анизотропией, т. е. при выполнении неравенства (37), нормальная компонента намагниченности должна присутствовать в пленках со сколь угодно малой (вплоть до монослоев) толщиной (необходимо, однако, помнить, что на формирование ДС в монослойных пленках существенное влияние может оказывать морфология пленки). С увеличением поля до величины, при которой неравенство (37) нарушается, будет наблюдаться исчезновение нормальной компоненты намагниченности при некоторой критической толщине, значение которой будет зависеть от поля в соответствии с формулой (25).

В) Рассмотрим теперь решения системы (33) при различных фиксированных значениях параметра \tilde{x} . На рис. 4 приведены зависимости $m_* = \mu_x(b_*)$, полученные численным решением первого уравнения в (33), которое представляет собой параметрическое задание указанной зависимости при фиксированном значении \tilde{x} (индекс x



Рис. 3. Зависимость размера домена от толщины пленки при фиксированных значениях поля. Цифры возле линий соответствуют значениям параметра \tilde{h} . Пунктирной линией показана связь критического размера домена с критической толщиной пленки.



Рис. 4. Равновесные значения параметров ДС $m_* = \mu_x(b_*)$ при фиксированных значениях толщины пленки (возле линий указаны значения параметра \tilde{x}).

означает, что для всех точек такой кривой значение параметра \tilde{x} является фиксированным). При подстановке точек кривой $\mu_r(b_*)$ во второе уравнение системы (33) получим зависимость параметров доменной структуры от "поля" \tilde{h} при постоянном значении "толщины" \tilde{x} . "Движение" вдоль кривой $\mu_r(b_*)$ отражает изменение равновесных значений параметров ДС, связанное с изменением h при фиксированном значении параметра \tilde{x} . Начальные точки всех кривых $\mu_{x}(b_{*})$ лежат на кривой $\mu_0(b_*)$, которая, как уже указывалось ранее, соответствует равновесным значениям параметров ДС при нулевом поле и различных толщинах. Увеличению поля от нуля до значения, при котором реализуется критическая доменная структура (и происходит переход в однородную фазу), соответствует движение по кривой $\mu_x(b_*)$ от точки на $\mu_0(b_*)$ к точке (0, 0).

Отметим, что с увеличением параметра $|\tilde{x}|$ различие между кривыми $\mu_x(b_*)$ и кривой $\mu_\infty(b_*)$ уменьшается. Однако необходимо помнить, что в окрестности кривой $\mu_\infty(b_*)$ нарушается предположение (6), используемое в нашей теории.

В случае малой анизотропии ($\beta_* < 0$) ДС может существовать в пленке, для которой справедливо соотношение $|\tilde{x}| > 1/\pi^2$. Пленки с меньшими значениями $|\tilde{x}|$ даже при нулевом поле находятся в состоянии с однородной намагниченностью в плоскости пленки (существование ДС в них может быть связано с морфологическими свойствами пленки).

Используя зависимости $\mu_x(b_*)$, выражение (9) для u, а также (33) для $\tilde{h}(b_*, m_*)$, получим параметрическую зависимость безразмерного периода ДС \tilde{D} от нормированного поля \tilde{h}

$$\tilde{D} = \frac{2\mu_x(b)K^3I_1(b,\mu_x(b))}{\pi^4\Sigma_2(\mu_x(b))\tilde{x}^{1/2}}, \\ \tilde{h} = \tilde{h}(b,\mu_x(b)).$$
(39)

На рис. 5 приведены зависимости $\tilde{D}_x(\tilde{h})$ (индекс x означает фиксированное значение параметра \tilde{x}). Как указано выше, они начинаются при $\tilde{h} = 0$ и заканчиваются при некотором значении $\tilde{h}_{cr}(x)$, при котором намагниченность укладывается в плоскость пленки (критическая ДС). Зависимость критического периода от критического поля $\tilde{D}_x(\tilde{h}_{cr})$ может быть получена из (24) с учетом условия $u \gg 1$,

$$\tilde{D}_{\rm cr} = \pi \left(\tilde{h}_{\rm cr} - \frac{\beta_*}{|\beta_*|} \right)^{-1/2}.$$
(40)

На рис. 5 эти кривые обозначены как $\tilde{D}_{<}$ для случая $\beta_{*} > 0$ и $\tilde{D}_{<}$ при $\beta_{*} < 0$.

Необходимо отметить, что зачастую при исследовании доменной структуры в одноосной пленке пренебрегают толщиной доменной стенки, полагая ее достаточно малой по сравнению с периодом ДС. Однако наш анализ показывает, что такое предположение справедливо только для случая большой анизотропии (37) и малой толщине пленки, т.е. при выполнении соотношения

$$\frac{D}{\Delta} = 2K(m) \gg 1. \tag{41}$$

Как показано на рис. 6, размер доменной стенки существенно зависит от толщины пленки. Даже для случая большой анизотропии толщина доменной стенки изменяется в несколько раз при малом изменении толщины пленки, при этом условие (41) остается справедливым. Это означает, что энергия доменной стенки не остается постоянной при изменении толщины пленки, что необходимо учитывать для корректного описания ДС.

Зависимость толщины доменной стенки от поля приведена на рис. 7. Видно, что толщина доменной стенки максимальна для критической доменной структуры, причем для пленок с малой толщиной при изменении



Рис. 5. Зависимости размера домена от поля при фиксированных значениях толщины пленки. $\tilde{D}_>$, $\tilde{D}_<$ — линии перехода между однородной фазой и ДС под влиянием поля соответственно для случаев $\beta_* > 0$ и $\beta_* < 0$.



Рис. 6. Зависимость толщины доменной стенки от толщины пленки, при фиксированных значениях поля. Пунктирная линия — зависимость толщины стенки в критической ДС от толщины пленки.



Рис. 7. Зависимость толщины доменной стенки от поля, при фиксированных значениях толщины пленки. Штриховые линии — зависимость толщины стенки в критической ДС от критического поля для $\beta_* > 0$ (верхняя линия) и $\beta_* < 0$ (нижняя линия).

поля от 0 до *h*_{cr} размер доменной стенки увеличивается в несколько раз.

Итак, использование пробной функции с тремя вариационными параметрами позволило в рамках единого подхода описать два возможных сценария перехода доменной структуры в однородно намагниченную фазу, а также учесть влияние поля на параметры равновесной ДС.

Список литературы

- [1] T. Duden, R. Zdyb, M. Altman, E. Bauer. Surf. Sci. **480**, *3*, 145 (2001).
- [2] W. Kuch, J. Gilles, F. Offi, S.S. Kang, S. Imada, S. Suga, J. Kirschner. Surf. Sci. 480, 3, 153 (2001).
- [3] E. Allenspach, M. Stampanoni, A. Bishof. Phys. Rev. Lett. 65, 26, 3344 (1990).
- [4] M. Stampanoni, E. Allenspach. J. Magn. Magn. Mater. 104–107, 3, 1805 (1992).
- [5] V. Grolier, J. Ferre, A. Maziewski, E. Stefanovich, D. Renard. J. Appl. Phys. 73, 10 (1993).
- [6] M. Speckmann, H.P. Oepen, H. Ibach. Phys. Rev. Lett. 75, 10, 2035 (1995).
- [7] В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов. ЖЭТФ 72, 4, 1504 (1977).
- [8] Б.А. Иванов, В.П. Краснов, А.Д. Сукстанский. ФНТ 4, 2, 204 (1978).
- [9] В.В. Тарасенко, И.Е. Дикштейн, Е.В. Ченский. ЖЭТФ 70, 6, 2178 (1976).
- [10] C. Kittel. Phys. Rev. 70, 11–12, 965 (1946).
- [11] B. Kaplan, G.A. Gehring. J. Magn. Magn. Mater. 128, 1, 111 (1993).
- [12] A.L. Sukstanskii, K.I. Primak. J. Magn. Magn. Mater. 169, 1, 31 (1997).
- [13] Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. Наука, М. (1979). 832 с.
- [14] J. Kaczer, M. Zeleny, P. Suda. Czech. J. Phys. 13, 4, 579 (1963).
- [15] K. Kooy, U. Enz. Philips Res. Rep. 15, 1, 7 (1960).